

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
CAMPUS TIMÓTEO**

Bruna Cristina Lemes de Oliveira

**COMBINAÇÕES DE ESTRATÉGIAS EVOLUTIVAS NO
DIFFERENTIAL EVOLUTION COM FUNÇÕES DE BENCHMARK**

Timóteo

2019

Bruna Cristina Lemes de Oliveira

**COMBINAÇÕES DE ESTRATÉGIAS EVOLUTIVAS NO
DIFFERENTIAL EVOLUTION COM FUNÇÕES DE BENCHMARK**

Monografia apresentada à Coordenação de Engenharia de Computação do Campus Timóteo do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Computação.

Orientador: Douglas Nunes de Oliveira
Coorientadora: Rutyele Ribeiro Caldeira Moreira.

Timóteo

2019

Bruna Cristina Lemes de Oliveira

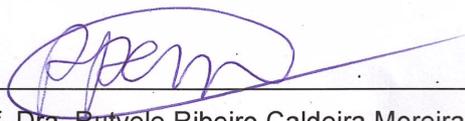
Combinações de Estratégias Evolutivas no Differential Evolution com Funções de Benchmark

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Computação do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, campus Timóteo, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro de Computação.

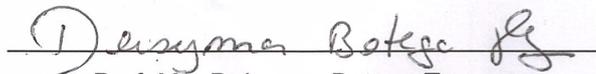
Trabalho aprovado. Timóteo, 24 de maio de 2019:



Prof. Me. Douglas Nunes de Oliveira
Orientador



Prof. Dra. Rutyele Ribeiro Caldeira Moreira
Coorientadora



Prof. Ma. Deisyamar Botega Tavares
Professora Convidada

Timóteo
2019

Agradecimentos

À Deus, o Autor da vida e Aquele que sustenta todas as coisas, pois Ele quem me assegurou ao longo dessa árdua jornada de aprendizado. "Porque Dele e por Ele, e para Ele, são todas as coisas; glória, pois, a Ele eternamente. Amém ". Romanos 11:36.

À toda a minha família que contribuiu de forma indireta compreendendo muitas vezes a minha ausência, e aos meus pais José Luiz de Oliveira e Elizete Lemes de Oliveira em específico por sempre me apoiarem ao longo da vida, sem eles não chegaria até aqui.

Aos meus professores orientadores Douglas Nunes e Rutyle Moreira que contribuíram e me auxiliaram nesse trabalho.

À todos os meus colegas e amigos que tiveram participação na minha trajetória no CEFET-MG.

"Todas as coisas foram feitas por Ele, e sem Ele nada do que foi feito se fez".

João 1:3

Resumo

O *Differential Evolution* ou *DE* é um algoritmo robusto proposto em 1995 por Kenneth Price e Rainer Storn. Esse algoritmo começou a ser utilizado com o objetivo de encontrar soluções ótimas para relevantes aplicações contendo problemas de otimização, resultantes de variados ramos da ciência e engenharia. O *DE* é um algoritmo ainda muito estudado por ser considerado um dos mais poderosos algoritmos de otimização de parâmetros reais estocásticos. O intuito da presente pesquisa é analisar as diferentes combinações do algoritmo *Differential Evolution* feitas através da modificação e troca de suas estratégias evolutivas e comparar o resultado dessas combinações entre si e entre os algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA* usados no trabalho da Paula Peçanha, a fim de verificar qual ou quais algoritmos encontraram soluções numericamente mais precisas. As funções de *benchmark* utilizadas tem como intuito minimizar os resultados, e todas possuem o seu mínimo global em zero. O programa implementado permite, a partir da escolha de uma das seis funções objetivo, executar 25 vezes cada uma das 18 combinações geradas. É formada uma população inicial aleatória para cada uma das funções de *benchmark*. Para cada combinação é retornada uma população final. Foram feitos dois testes, o primeiro com uma população de 100 indivíduos e o segundo com 200 indivíduos. Para ambos os testes as combinações que obtiveram os melhores resultados alcançando os menores custos foram combinações que mesclavam estratégias evolutivas que não são comumente utilizadas no *DE*, apresentando assim, resultados mais precisos numericamente, mostrando uma maior eficiência em relação ao *Differential Evolution* original e os algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA*.

Palavras-chave: *Differential Evolution*, otimização, funções de *benchmark*, algoritmos genéticos.

Abstract

The Differential Evolution or DE is a robust algorithm proposed in 1995 by Kenneth Price and Rainer Storn. This algorithm began to be used with the objective of finding optimal solutions for relevant applications containing optimization problems, resulting from various branches of science and engineering. The DE is an algorithm still very studied because it is considered one of the most powerful algorithms of optimization of real stochastic parameters. The purpose of this research is to analyze the different combinations of the Differential Evolution algorithm made by modifying and changing its evolutionary strategies and to compare the results of these combinations among themselves and between the genetic algorithms SGA + E and FGA used in the work of Paula Peçanha in order to verify which algorithm or algorithms have found more precise numerically solutions. The benchmark functions used are intended to minimize the results, and all have their overall minimum at zero. The implemented program allows, from the choice of one of the six objective functions, to execute 25 times each of the 18 combinations generated. A random initial population is formed for each of the benchmark functions. For each combination a final population is returned. Two tests were performed, the first with a population of 100 individuals and the second with 200 individuals. For both tests the combinations that obtained the best results reaching the lowest costs were combinations that combined evolutionary strategies that are not commonly used in DE, thus presenting, numerically more accurate results, showing a greater efficiency in relation to the original Differential Evolution and the genetic algorithms SGA + E and FGA.

Palavras-chave: Differential Evolution, optimization, benchmark functions, genetic algorithms.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Estrutura de dados de Algoritmos Evolutivos	17
Figura 2 – Funcionamento AEs	18
Figura 3 – Crossover Uniforme	20
Figura 4 – Crossover Aritmetico	20
Figura 5 – Seleção por roleta	22
Figura 6 – Gráfico da função Griewank	24
Figura 7 – Gráfico da função Rastrigin	25
Figura 8 – Gráfico da função Schwefel	26
Figura 9 – Gráfico da função Dixon-Price	26
Figura 10 – Gráfico da função Rosenbrock	27
Figura 11 – Gráfico da função Levy	28
Figura 12 – Diferença das amostras	29
Figura 13 – Postos das amostras	30
Figura 14 – Fluxograma resumido do Algoritmo	36
Figura 15 – Pseudocódigo do Algoritmo	37
Figura 16 – Exemplo de um gráfico de caixa	44
Figura 17 – Boxplot das combinações 12 e 18 da função Dixon-Price para $np = 100$	45
Figura 18 – Boxplot das combinações 6 e 12 da função Rosenbrock para $np = 100$	47
Figura 19 – Boxplot de todas as combinações da função Griewank para $np=100$	49
Figura 20 – Boxplot de todas as combinações da função Rastrigin para $np=100$	49
Figura 21 – Boxplot de todas as combinações da função Schwefel para $np=100$	50
Figura 22 – Boxplot de todas as combinações da função Dixon-Price para $np=100$	50
Figura 23 – Boxplot de todas as combinações da função Rosenbrock para $np=100$	51
Figura 24 – Boxplot de todas as combinações da função Levy para $np=100$	51
Figura 25 – Boxplot das melhores combinações da função Griewank para $np=100$	52
Figura 26 – Boxplot das melhores combinações da função Rastrigin para $np=100$	53
Figura 27 – Boxplot das melhores combinações da função Schwefel para $np=100$	53
Figura 28 – Boxplot das melhores combinações da função Dixon-Price para $np=100$	54
Figura 29 – Boxplot das melhores combinações da função Rosenbrock para $np=100$	54
Figura 30 – Boxplot das melhores combinações da função Levy para $np=100$	55
Figura 31 – Boxplot das combinações 12 e 18 da função Dixon-Price para $np = 200$	60
Figura 32 – Boxplot das combinações 12 e 6 da função Rosenbrock para $np = 200$	62
Figura 33 – Boxplot de todas as combinações da função Griewank para $np=200$	64
Figura 34 – Boxplot de todas as combinações da função Rastrigin para $np=200$	65
Figura 35 – Boxplot de todas as combinações da função Schwefel para $np=200$	65
Figura 36 – Boxplot de todas as combinações da função Dixon-Price para $np=200$	66
Figura 37 – Boxplot de todas as combinações da função Rosenbrock para $np=200$	66
Figura 38 – Boxplot de todas as combinações da função Levy para $np=200$	67
Figura 39 – Boxplot das melhores combinações da função Griewank para $np=200$	67

Figura 40 – Boxplot das melhores combinações da função Rastrigin para $n_p=200$	68
Figura 41 – Boxplot das melhores combinações da função Schwefel para $n_p=200$	68
Figura 42 – Boxplot das melhores combinações da função Dixon-Price para $n_p=200$. . .	69
Figura 43 – Boxplot das melhores combinações da função Rosenbrock para $n_p=200$. . .	69
Figura 44 – Boxplot das melhores combinações da função Levy para $n_p=200$	70

Lista de tabelas

Tabela 1 – Função Griewank para 100 indivíduos	40
Tabela 2 – Função Rastrigin para 100 indivíduos	41
Tabela 3 – Função Schwefel para 100 indivíduos	42
Tabela 4 – Função Dixon-Price para 100 indivíduos	43
Tabela 5 – Teste de Wilcoxon para função Dixon-Price com 100 indivíduos	44
Tabela 6 – Função Rosenbrock para 100 indivíduos	46
Tabela 7 – Teste de Wilcoxon para função Rosenbrock com 100 indivíduos	47
Tabela 8 – Função Levy para 100 indivíduos	48
Tabela 9 – Função Griewank para 200 indivíduos	56
Tabela 10 – Função Rastrigin para 200 indivíduos	57
Tabela 11 – Função Schwefel para 200 indivíduos	58
Tabela 12 – Função Dixon-Price para 200 indivíduos	59
Tabela 13 – Teste de Wilcoxon para a função Dixon-Price com 200 indivíduos	59
Tabela 14 – Função Rosenbrock para 200 indivíduos	61
Tabela 15 – Teste de Wilcoxon para a função Rosenbrock com 200 indivíduos	61
Tabela 16 – Função Levy para 200 indivíduos	63
Tabela 17 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=100$	77
Tabela 18 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=100$	78
Tabela 19 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para $np=100$	79
Tabela 20 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para $np=100$	80
Tabela 21 – Melhores indivíduos da função Schwefel para $np=100$	81
Tabela 22 – Melhores indivíduos da função Schwefel para $np=100$	82
Tabela 23 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para $np=100$	83
Tabela 24 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para $np=100$	84
Tabela 25 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para $np=100$	85
Tabela 26 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para $np=100$	86
Tabela 27 – Melhores indivíduos da função Levy para $np=100$	87
Tabela 28 – Melhores indivíduos da função Levy para $np=100$	88
Tabela 29 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=200$	89
Tabela 30 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=200$	90
Tabela 31 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para $np=200$	91
Tabela 32 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para $np=200$	92
Tabela 33 – Melhores indivíduos da função Schwefel para $np=200$	93
Tabela 34 – Melhores indivíduos da função Schwefel para $np=200$	94
Tabela 35 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para $np=200$	95
Tabela 36 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para $np=200$	96
Tabela 37 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para $np=200$	97
Tabela 38 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para $np=200$	98
Tabela 39 – Melhores indivíduos da função Levy para $np=200$	99

Tabela 40 – Melhores indivíduos da função Levy para $np=200$	100
--	-----

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Estado da Arte	14
1.2	Justificativa	15
1.3	Objetivo	16
1.3.1	Objetivos Específicos	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Conceitos Fundamentais	17
2.2	<i>Differential Evolution</i>	19
2.3	Operadores Genéticos	19
2.3.1	Recombinação	19
2.3.2	Mutação	21
2.4	Estratégias de Seleção	22
2.5	Funções <i>Benchmark</i>	23
2.5.1	Função Griewank	23
2.5.2	Função Rastrigin	24
2.5.3	Função Schwefel	25
2.5.4	Função Dixon-Price	26
2.5.5	Função Rosenbrock	27
2.5.6	Função Levy	28
2.6	Teste de Wilcoxon Pareado	29
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	31
4	VARIANTES DO DIFFERENTIAL EVOLUTION	33
5	IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA	35
6	RESULTADOS	39
6.1	Análise dos Resultados	39
6.1.1	Primeiro Teste	40
6.1.2	Segundo Teste	56
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
7.1	Trabalhos Futuros	72
	REFERÊNCIAS	73

APÊNDICES	76
APÊNDICE A – TABELAS DO PRIMEIRO TESTE	77
APÊNDICE B – TABELAS DO SEGUNDO TESTE	89

1 Introdução

A otimização nos permite encontrar a melhor solução para um determinado problema (SEGURA *et al.*, 2013). Nas áreas da ciência e da engenharia os problemas de otimização são encontrados por toda parte (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005). Tais problemas podem ser de maximização ou minimização e procuram determinar os pontos extremos de uma função, através do ajuste dos valores das variáveis de parâmetros a fim de alcançar a solução ótima dentre um número finito ou infinito de soluções possíveis, que atendam a um determinado objetivo (CUNHA, 2011).

A *Teoria da Evolução de Darwin* teve influência em muitos campos, sendo um deles a Ciência da Computação (SERRANO; CASTILLO, 2012). Com a emergência da tecnologia de computação digital nos anos 60, um novo ramo surgiu na Ciência da Computação, a *Evolutionary Computation (EC)* ou *Computação Evolucionária*, que se baseia na teoria darwiniana (JONG, 2006) que prega que diferentes espécies experimentaram mutações relevantes ao longo dos anos até a transmutação – formação de nova espécie por meio de mutações (AURÉLIO, 1999, p.1989) e que os indivíduos que sofriam mutação se adaptavam melhor ao ambiente em que viviam do que seus oponentes (FRANCIS, 2007).

Fundamentados na teoria da evolução biológica natural, os *Algoritmos Evolutivos* também chamados de *EAs* são considerados uma classe de métodos de busca e otimização estocástica (WEIHMANN; MARTINS; COELHO, 2012). Pelo seu potencial em resolver problemas de otimização de engenharia, os *EAs* têm se destacado nos últimos anos (FAN; LIU; LAMPINEN, 2010).

Em seu trabalho de conclusão de curso, Paula Peçanha analisou dois *algoritmos genéticos* ou também chamados *AGs* que são considerados algoritmos evolutivos, o *SGA+E* que é o *simple genetic algorithm* elaborado por *David E. Goldberg* juntamente com o *elitist moderm R2* desenvolvido por *Kenneth Alan De Jong* e o *FGA (Full genetic algorithm)*. O propósito do seu trabalho, além de analisar, foi comparar os resultados de ambos utilizando as mesmas funções objetivos, a fim de verificar qual dos *AGs* apresentam melhores resultados, ou seja, respostas numericamente mais próximas ao mínimo global já conhecido das funções objetivo usadas. Ao final, foi possível mostrar, através da comparação utilizando o teste de *Wilcoxon*, que o modelo *SGA+E* obteve melhores resultados para funções compostas pela função cosseno e que possuem muitos ótimos locais que são picos mínimos e máximos de abrangência local em uma função. Já o modelo *FGA* se sobressaiu para funções que não dependem da função cosseno e que possuam um menor número de mínimos locais (GONÇALVES, 2016).

Em 1995, Kenneth Price juntamente com Rainer Storn propuseram um novo modelo de *EA*, um algoritmo chamado *Differential Evolution (DE)* ou *Evolução Diferencial*, que tem sido utilizado com êxito para a resolução de problemas complexos nas áreas de engenharia (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

O *Differential Evolution* é um algoritmo robusto e considerado eficiente para alguns pro-

blemas de otimização global em espaços contínuos. Esse algoritmo tenta, de forma iterativa, melhorar uma solução candidata aplicando o método de *seleção* de indivíduos e os operadores de *mutação* e *crossover* em uma população estocástica de soluções inicializadas randomicamente para reproduzir novos candidatos para a próxima geração de indivíduos (WEIHMANN; MARTINS; COELHO, 2012).

Esse trabalho está organizado em sete capítulos. O capítulo 2 contém a Fundamentação Teórica onde consta todas as informações sobre o funcionamento do *DE* e das combinações. Os Procedimentos Metodológicos são mostrados no capítulo 3, e as Variantes do *Differential Evolution* são exibidas no capítulo 4.

No capítulo 5 é apresentada a Implementação da Proposta que contém a explicação do funcionamento do algoritmo com detalhes. Os resultados são mostrados no capítulo 6 e as considerações finais no capítulo 7.

1.1 Estado da Arte

O algoritmo *Evolução Diferencial* é considerado de fácil implementação e gera bons resultados para problemas reais de otimização (FAN; LIU; LAMPINEN, 2010). Há muitos autores que estudam, modificam e utilizam o *DE* a fim de encontrar soluções ainda melhores para seus problemas. A seguir temos alguns exemplos de pesquisas em relação a esse algoritmo.

Em sua monografia de conclusão de curso, Silva (2010) estuda o algoritmo de *Differential Evolution* na tentativa de aperfeiçoá-lo com a intenção de se obter uma performance mais satisfatória. O *DE* possui alguns parâmetros que habitualmente são modificados manualmente e que definem a probabilidade da recombinação do operador de *crossover*, o quanto o indivíduo será modificado no operador de *mutação* e o tamanho da população. Com base nisso, Silva (2010) apresentou uma nova estratégia de autoadaptação de parâmetros modificando o algoritmo, de modo a deixar seus parâmetros autoadaptáveis a quaisquer tipos de problemas, sem necessitar do ajuste manual do usuário alegando a melhora em seu desempenho. Sua proposta resultou em uma estratégia que fez a adaptação dos parâmetros de forma apropriada, e escolheu de acordo com a função a estratégia mais pertinente para a *mutação*, colhendo assim resultados satisfatórios (SILVA, 2010).

Oczan e seus colegas (2013) modelaram uma função objetivo definindo suas variáveis e restrições aplicado a um sistema de refrigeração de ar. Tal sistema possui o custo total vinculado as variáveis de temperatura e vazão de massa de ar. Os autores utilizaram o método de Multiplicadores de Lagrange, algoritmos de enxame de partículas (PSO) que é uma técnica de otimização estocástica e o algoritmo *Differential Evolution* a fim de minimizar os custos do sistema para se obter um lucro maior e demonstrar como os algoritmos *DE* e enxame de partículas alcançam resultados precisos de aptidão para muitas iterações. Dessa forma, foi possível mostrar que os otimizadores de enxame de partículas e o *DE* obtiveram as mesmas soluções que o método de Lagrange para a maioria dos parâmetros fornecidos, porém, a diferença é que esses resultados foram alcançados com uma programação simples e em um menor tempo, provando dessa forma que podem melhorar a eficiência de cálculo de sistemas

de refrigeração de ar assim como reduzir seus custos (OZCAN; OZDEMIR; CILOGLU, 2013).

Wlodarczyk (2017) e outros autores propuseram modificações no algoritmo *Differential Evolution*, em específico no operador de mutação com o intuito de fazer a alocação de tarefas ou processos em uma rede de malha *Torus*, que é uma topologia de rede de interconexão onde cada processador tem ligação com quatro outros processadores adjacentes. Para isso, ajustaram os parâmetros do algoritmo fundamentado no *DE* acrescentando dez tipos diferentes de mutação, de modo que pudessem testar qual das mutações iria ser mais estável aumentando-se o tamanho das tarefas e da malha. Os autores conquistaram resultados notáveis que puderam comprovar a utilidade da *Evolução Diferencial* na alocação de tarefas e no melhoramento do algoritmo escolhendo uma estrutura de mutação apropriada para determinado problema (WLODARCZYK *et al.*, 2017).

De modo geral, a proposta do algoritmo de *Differential Evolution* é encontrar uma ou mais soluções adequadas para diferentes tipos de problemas de otimização.

1.2 Justificativa

No final dos anos 90, o *Differential Evolution* começou a ser utilizado com o intuito de encontrar soluções ótimas para relevantes aplicações contendo problemas de otimização resultantes de variados ramos da ciência e engenharia. O *DE* ainda é de interesse atual por ser um dos mais poderosos algoritmos de otimização de parâmetros reais estocásticos. Os estudos a respeito da *Evolução Diferencial* atingiram resultados excelentes, mas ainda há problemas a serem resolvidos e incessantemente novos campos de aplicações estão emergindo (ISLAM *et al.*, 2012).

No dia 26 de março de 2018 foi feita uma busca no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)¹ e verificou-se que existem cerca de 69.274 artigos publicados nos últimos 20 anos, 37.628 artigos publicados nos últimos 5 anos e 10.466 publicações no último ano, todos envolvendo o *DE* e em vários idiomas. No dia 5 de abril de 2018 foi realizada outra busca no Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE)² e encontrou-se nos últimos 5 anos cerca de 1.745 resultados envolvendo o algoritmo *Differential Evolution*, sendo 1.377 de conferências, 329 de jornais e revistas, 37 de artigos e 2 de livros. O *World Congress on Computational Intelligence* (IEEE WCCI)³ — um dos maiores eventos técnicos na área de inteligência artificial — organizado no Rio de Janeiro em julho de 2018 sediando três conferências, sendo uma delas sobre *Computação Evolutiva*. O WCCI possui uma sessão especial para a concorrência em otimização global em grande escala que inclui vários algoritmos, inclusive o *Differential Evolution*, o que ressalta a sua importância no cenário atual.

Sendo assim, foi levantada a seguinte questão de pesquisa: "*a combinação de estratégias evolutivas tornará as soluções do algoritmo de Differential Evolution mais precisas numericamente?*". A precisão se refere ao retorno da função objetivo ser o menor possível

¹ Disponível em: <<http://www.periodicos.capes.gov.br/>>

² Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>>

³ Disponível em: <<http://www.ecomp.poli.br/wcci2018/>>

caso o problema for de minimização ou o maior possível se for de maximização. Como as funções de *benchmark* são de minimização e possuem o mínimo global conhecido, a precisão se dá pela diferença entre o valor numérico encontrado pelo algoritmo e o valor mínimo da função.

Nesta proposta, apresenta-se e compara-se entre si várias versões do algoritmo *Differential Evolution*, em que cada versão possui uma combinação de estratégias evolutivas nas operações de seleção, *crossover* e mutação. Também foram comparadas com os resultados encontrados pela aluna Paula Peçanha em seu trabalho de conclusão de curso (GONÇALVES, 2016).

A decisão de investigar a possibilidade de haver resultados numericamente mais precisos com as combinações das estratégias evolutivas no *DE*, se justifica pelo mesmo ser um algoritmo de interesse atual e muito estudado com o intuito de melhorar ainda mais seu desempenho para enfrentar problemas de diversas áreas como as de ciência e engenharia.

1.3 Objetivo

A proposta para esse trabalho é verificar se as diferentes combinações de estratégias evolutivas no algoritmo *Differential Evolution*, apresentadas mais adiante ⁴, têm a capacidade de melhorar o seu resultado final, de forma a encontrar soluções numericamente mais precisas para seis funções de avaliação *Benchmark* ⁵.

1.3.1 Objetivos Específicos

Comparar entre si os resultados obtidos das combinações geradas a partir da mesclagem das estratégias evolutivas no algoritmo de Evolução Diferencial.

Equiparar os resultados das combinações com os resultados encontrados pelos algoritmos genéticos SGA+E e FGA estudados e comparados entre si por (GONÇALVES, 2016) em seu trabalho de conclusão de curso.

⁴ As combinações são apresentadas detalhadamente no capítulo 4.

⁵ As funções de *Benchmark* são exibidas no capítulo 2.

2 Fundamentação Teórica

Nesta seção serão abordados os princípios teóricos necessários para o melhor entendimento da proposta desse trabalho. Serão apresentados os conceitos gerais sobre o algoritmo evolutivo *Differential Evolution*, seus operadores, métodos, uma breve descrição das funções de *benchmark* escolhidas e do teste de *Wilcoxon* pareado.

2.1 Conceitos Fundamentais

Em algoritmos evolutivos, uma geração é uma iteração do algoritmo, e cada geração possui uma população de tamanho N que corresponde a um conjunto de indivíduos. Os indivíduos são as soluções candidatas para um determinado problema, e sua estrutura é chamada de genótipo que é composto por um ou mais cromossomos, em que cada cromossomo é formado por um conjunto de genes. O valor de cada gene é denominado de alelo e a posição que o gene ocupa é conhecida como *locus* (COELLO *et al.*, 2002). A figura 1 ilustra a estrutura de dados de algoritmos evolutivos:

Figura 1 – Estrutura de dados de Algoritmos Evolutivos

	1	2	3	④ → Locus
Indivíduo 1	1.435	3.897	2.665	4.432
Indivíduo 2	2.432	4.987	8.445	2.353
Indivíduo 3	3.554	6.855	3.432	7.554
Indivíduo 4	8.014	1.334	5.678	5.543

↓
Alelo

Fonte: elaborado pelos autores

A função objetivo é a função que se deseja otimizar, encontrando o mínimo global para minimização ou o máximo global para maximização.

O *fitness* de um indivíduo determina a performance do mesmo medindo o quão apto ele está, ou seja, com base no *fitness* as melhores soluções são selecionadas para a nova população de indivíduos. Em problemas de otimização de maximização o *fitness* é o valor da função de avaliação e em problemas de minimização é inversamente proporcional, ou seja, quanto maior o *fitness* menor será o custo que é o resultado da função dado suas entradas (GABRIEL; DELBEM, 2008).

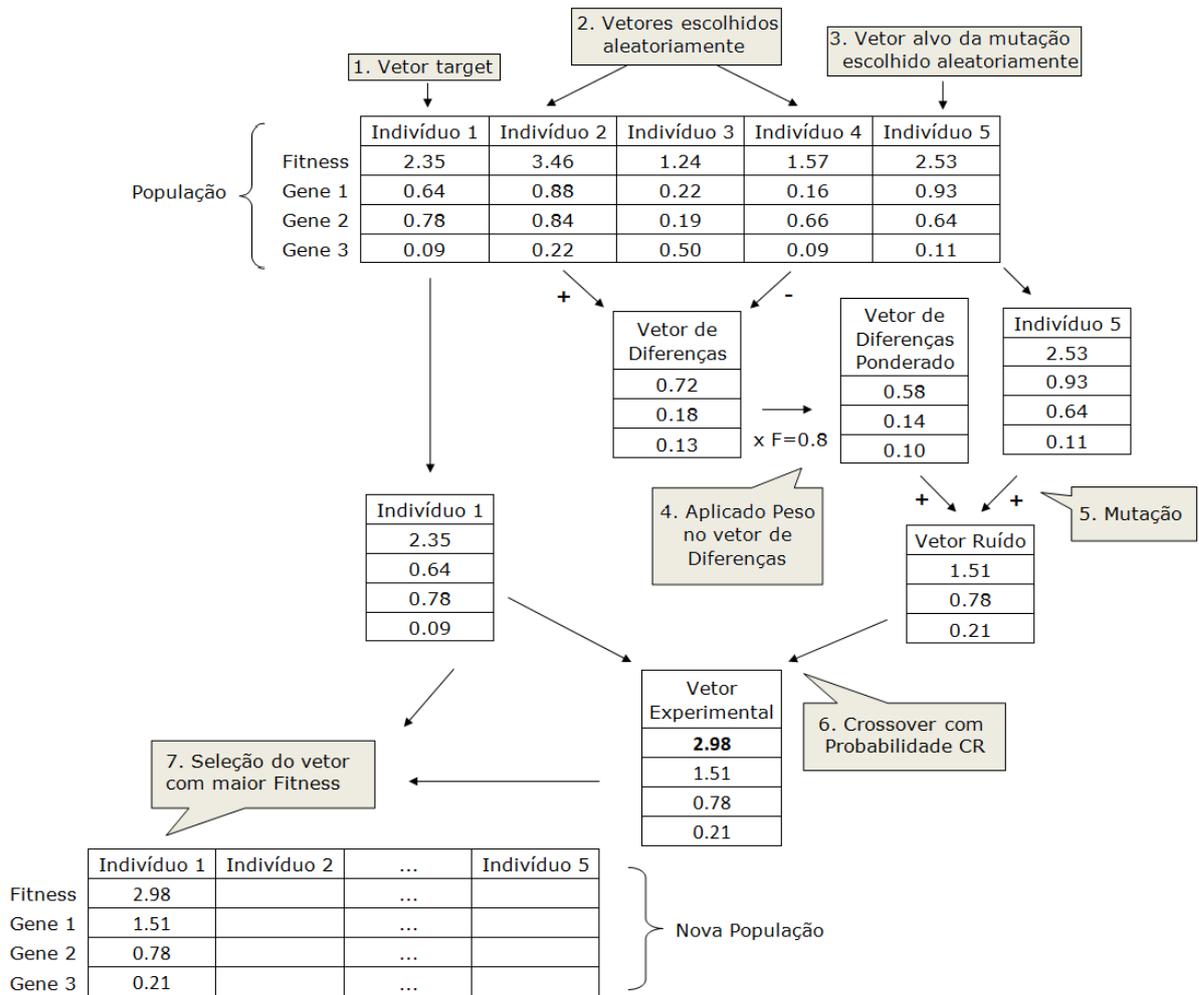
O vetor de diferenças é criado a partir da subtração dos genes de dois indivíduos escolhidos aleatoriamente pelo método de seleção. O indivíduo que sofre a mutação é o vetor ruído, e o vetor experimental é o vetor resultante do *crossover* entre os vetores *target* e *ruído*.

O vetor *target* é o indivíduo alvo que será utilizado para fazer a recombinação com o

vetor ruído e a seleção com o vetor experimental, ou seja, ao final é escolhido quem irá para a próxima geração o vetor experimental ou o *target* (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

A seguir é apresentado um exemplo do funcionamento do algoritmo de Evolução Diferencial com alguns conceitos explicados nesta seção:

Figura 2 – Estrutura de dados de Algoritmos Evolutivos



Fonte: elaborado pelos autores

2.2 Differential Evolution

Em um de seus livros mais famosos - *The Origin of Species* (A origem das espécies) , o cientista inglês Charles Darwin explica que os indivíduos que sofriam mutações se adaptavam melhor ao ambiente em que viviam e tinham maiores chances de sobreviver e passar seus genes para as futuras gerações, tal conceito é denominado de *seleção natural* (FRANCIS, 2007).

A computação evolucionária ou evolutiva teve seu início em 1930, mas foi por volta dos anos 60 que tomou impulso devido o surgimento da tecnologia digital (JONG, 2006). Com a computação evolutiva vieram os chamados *algoritmos evolucionários* ou *evolutivos* (EAs) que são algoritmos de busca com caráter estocástico, ou seja, possui uma população inicial gerada aleatoriamente e que têm como inspiração a teoria de *Charles Darwin* (WEIHMANN; MARTINS; COELHO, 2012).

Um dos algoritmos evolucionários que se destaca como um otimizador global eficiente é o *Differential Evolution* que surgiu em 1995 como proposta do americano Kenneth Price e do alemão Dr. Rainer Storn (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005). A Evolução Diferencial é baseada em uma população estocástica e de acordo com Price e Storn possui os seguintes quesitos para a minimização de uma função custo (STORN; PRICE, 1997):

- É apta para lidar com funções multimodais, não lineares e não diferenciáveis (funções que suas derivadas não existem em todo o seu domínio);
- Tem capacidade para trabalhar com funções de custo que exigem muito computacionalmente (como um tempo grande de execução);
- Simplicidade (possui poucas variáveis de controle);
- Possui características de convergência satisfatórias para o mínimo global.

2.3 Operadores Genéticos

Os operadores genéticos modificam os indivíduos de uma população com o propósito de obter indivíduos ainda melhores, ou seja, mais aptos para a próxima geração (ÁVILA *et al.*, 2002).

2.3.1 Recombinação

O operador de recombinação ou também chamado *crossover* recombina os genes dos pais com o propósito de gerar seus filhos, encontrando dessa forma regiões favoráveis para detectar soluções boas (FILHO *et al.*, 2005). Existem vários métodos de recombinação como o *crossover* uniforme, *crossover* aritmético e o *crossover* $BLX - \alpha$.

A recombinação discreta ou *crossover* uniforme como mostra a Figura 3 é o operador clássico utilizado no *Differential Evolution*, ele cruza o vetor *target* com o vetor mutado. Esse operador possui uma variável que é a constante de cruzamento CR que define a probabilidade

de cruzamento, ou seja, define se o valor do parâmetro do vetor experimental será o mesmo do vetor *target* ou do mutante. O valor da constante *CR* é fornecido pelo usuário e deve pertencer ao intervalo de zero a um ($CR \in [0, 1]$). O seu funcionamento consiste na comparação do valor de *CR* com o resultado de um gerador randômico que produz números no intervalo de zero a um, caso a saída do gerador for menor ou igual ao valor de *CR* o gene será herdado do mutante, caso contrário será herdado do vetor *target* (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

Figura 3 – Crossover uniforme



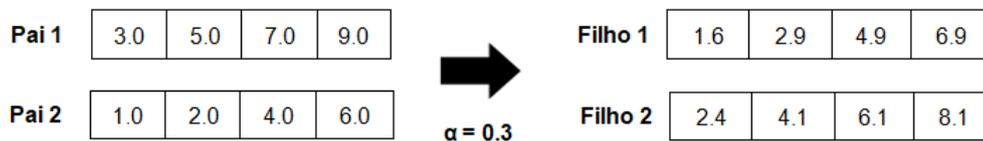
Fonte: Adaptado de Filho *et al.* (2005, p. 12)

O *crossover* aritmético ilustrado na figura 4 é um operador utilizado em algoritmos genéticos cuja representação numérica dos genes é baseada em números reais. Nele para cada gene dos dois pais que irão ser recombinados é gerado um número aleatório α em que $\alpha \in [0, 1]$, a partir disso são gerados dois filhos com proporções de acordo com o valor de α a partir das seguintes expressões (FILHO *et al.*, 2005).

$$filho_1 = \alpha \cdot pai_1 + (1 - \alpha) \cdot pai_2 \quad (2.1)$$

$$filho_2 = \alpha \cdot pai_2 + (1 - \alpha) \cdot pai_1 \quad (2.2)$$

Figura 4 – Crossover aritmético



Fonte: Adaptado de Filho *et al.* (2005, p. 54)

No operador de *crossover* $BLX - \alpha$ ou também chamado de *blend crossover*, a recombinação é feita a partir de uma combinação linear dos pais através das seguintes expressões (BRASIL, 2012):

$$filho_1 = pai_1 + \alpha \cdot (pai_1 - pai_2) \quad (2.3)$$

$$filho_2 = pai_2 + \alpha \cdot (pai_1 - pai_2) \quad (2.4)$$

em que α define a região de possíveis filhos e seu valor normalmente é de 0,5.

2.3.2 Mutação

O operador de mutação é utilizado para gerar indivíduos com genes modificados a partir de um outro indivíduo, isso permite que a população mantenha sua variedade de indivíduos para que as soluções não fiquem em ótimos locais (BRASIL, 2012).

No *Differential Evolution* os genes dos indivíduos são alterados na mutação por meio da diferença vetorial ponderada entre os dois indivíduos selecionados inicialmente de forma randômica e da adição do vetor de diferenças ponderado com o vetor alvo da mutação que também é escolhido de forma aleatória. A expressão a seguir mostra como o operador da mutação original do *DE* chamada de *DE/rand/1* é definido:

$$v_i = x_{r1} + F \cdot (x_{r2} - x_{r3}) \quad (2.5)$$

onde v_i é o vetor mutante a ser gerado, x_{r1} é o vetor alvo da mutação selecionado aleatoriamente, F é o peso da diferenciação e x_{r2}, x_{r3} são dois vetores selecionados aleatoriamente para aplicar a diferença (ARAUJO *et al.*, 2016).

2.4 Estratégias de Seleção

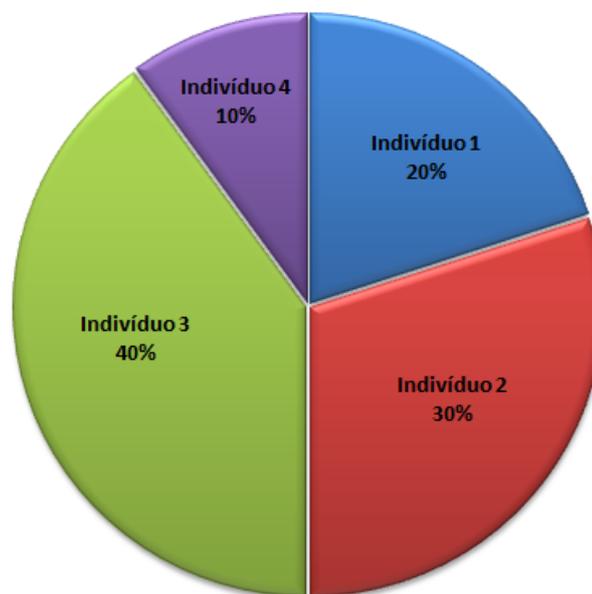
Inicialmente existem algumas formas de seleção que são feitas para escolher 3 indivíduos da população para aplicar sobre os mesmos os operadores de *mutação* e *crossover*. Tais técnicas são a seleção clássica, *seleção por torneio* e seleção através de uma *roleta* (*roulette wheel*).

A *seleção* aleatória que é a clássica do *DE* consiste em escolher aleatoriamente para cada vetor target 3 indivíduos na população, dois para dar origem ao *vetor de diferenças* e um para ser o alvo da *mutação* (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

A *seleção por torneio* é um método que geralmente é utilizado em algoritmos genéticos e escolhe de forma randômica indivíduos para a reprodução através de uma comparação pelo *fitness*. Esse método possui um parâmetro que indica o número de indivíduos a serem escolhidos aleatoriamente para competir no torneio. Os indivíduos que possuem melhor *fitness* são selecionados para a reprodução (QIU; LIU; GONG, 2013).

A *roleta* mostrada na Figura 5 é um operador de seleção estocástico baseado em proporção, assim na *roleta* todos os indivíduos de uma população recebem um valor que indicará a probabilidade desse indivíduo ser selecionado para a geração futura ou não. Tal valor é igual ao *fitness* desse indivíduo dividido pelo *fitness* total da população, ou seja, quanto maior for o *fitness* desse indivíduo maior chance ele tem de ser selecionado (FILHO *et al.*, 2005).

Figura 5 – Seleção por roleta



Fonte: elaborado pelos autores

A técnica de *seleção* que é realizada depois da execução dos operadores de mutação e *crossover* é uma estratégia necessária para eleger os melhores indivíduos para a próxima geração. No *DE* funciona da seguinte forma, ocorre um torneio entre o vetor experimental e o vetor *target*, caso o vetor experimental possuir um *fitness* maior que o vetor *target* (alvo) então ele será escolhido para substituir o vetor alvo, mas caso ele possua um *fitness* menor ou igual então o vetor alvo irá permanecer na população por uma ou mais gerações (ARAUJO *et al.*, 2016).

2.5 Funções *Benchmark*

As funções de *benchmark* são comumente usadas para realizar testes em algoritmos de otimização, e são divididas em conjuntos de acordo com a semelhança em suas propriedades e formas físicas significativas (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015). As funções de *benchmark* ou também chamadas funções teste escolhidas nesse trabalho são as mesmas utilizadas no trabalho de conclusão de curso da Paula (GONÇALVES, 2016), e são funções de minimização que possuem d dimensões, não lineares.

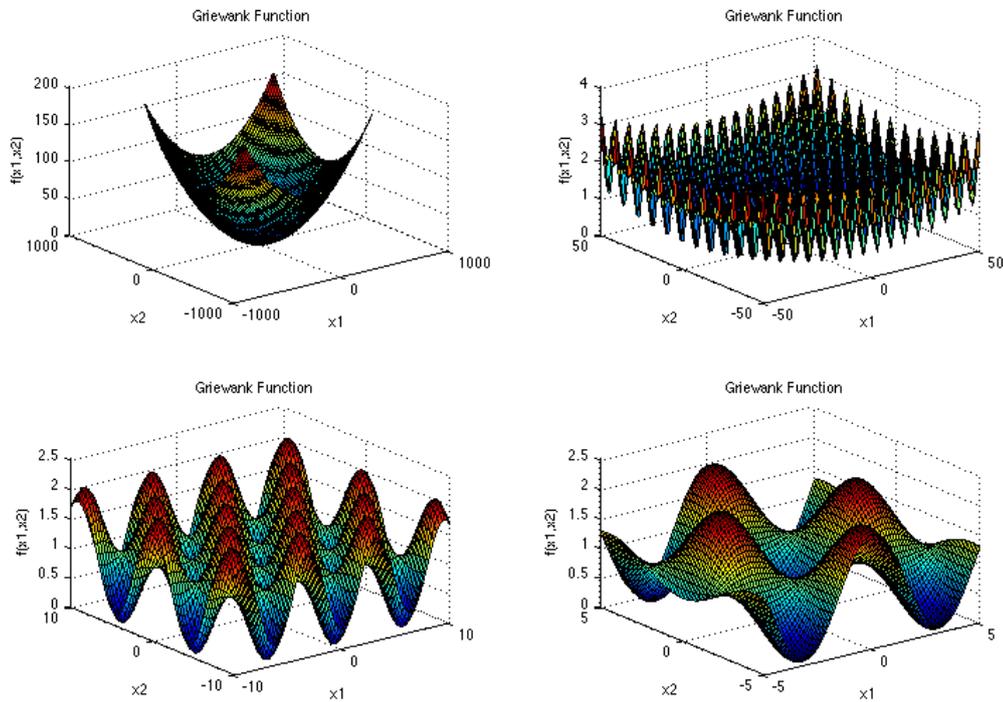
2.5.1 Função Griewank

A função *Griewank* contém vários mínimos locais espalhados e que são distribuídos de forma regular, seu gráfico é apresentado na Figura 6 e sua equação é representada abaixo:

$$f(x) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \quad (2.6)$$

em que $x_i \in [-600, 600]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (0, \dots, 0)$.

Figura 6 – Gráfico da função Griewank



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

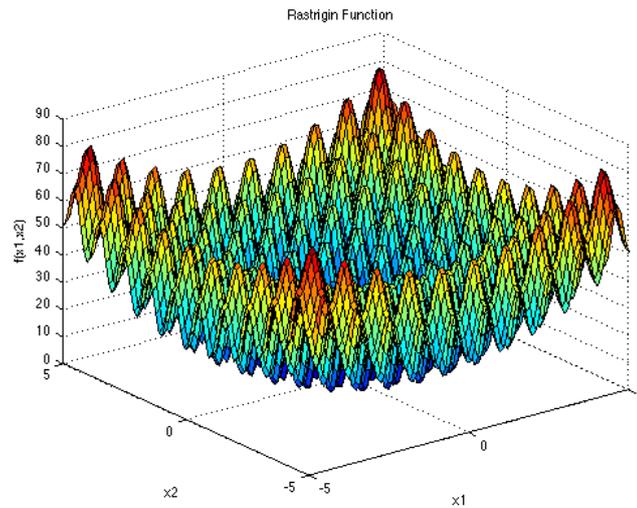
2.5.2 Função Rastrigin

A função Rastrigin é multimodal possuindo muitos mínimos locais distribuídos regularmente, sua equação é apresentada em seguida e seu gráfico mostrado na Figura 7:

$$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)) \quad (2.7)$$

em que $x_i \in [-5.12, 5.12]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (0, \dots, 0)$.

Figura 7 – Gráfico da função Rastrigin



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

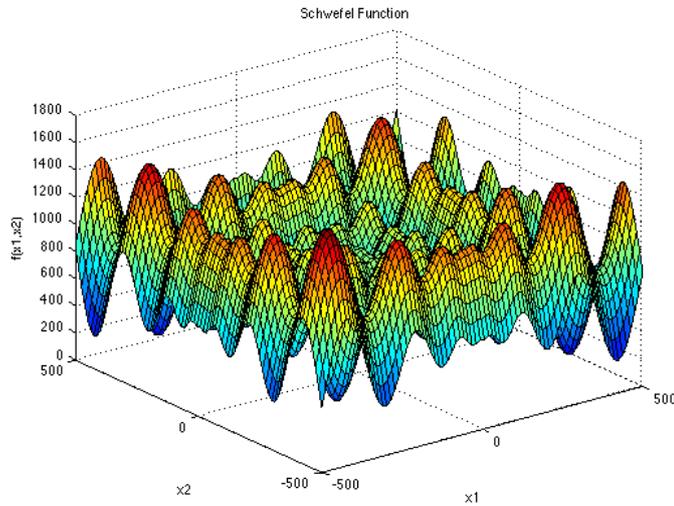
2.5.3 Função Schwefel

A função complexa Schwefel possui vários mínimos locais, seu gráfico é apresentado na Figura 8 e sua equação é a seguinte:

$$f(x) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad (2.8)$$

em que $x_i \in [-500, 500]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (420.9687, \dots, 420.9687)$.

Figura 8 – Gráfico da função Schwefel



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

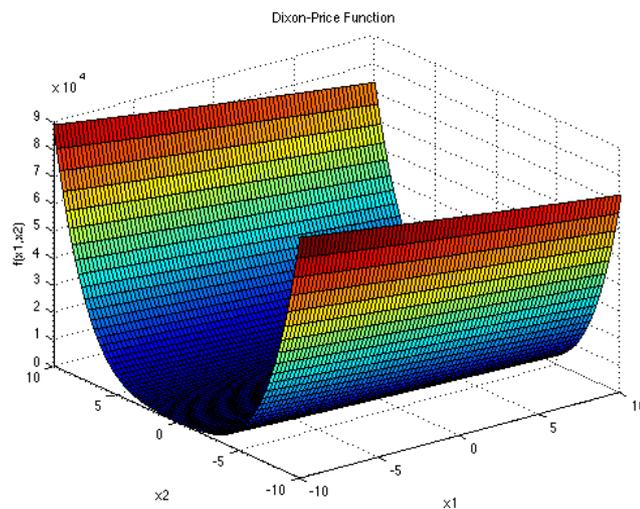
2.5.4 Função Dixon-Price

A função Dixon-Price possui forma de um vale e sua equação é representada abaixo e seu gráfico apresentado na Figura 9.

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + \sum_{i=2}^d i(2x_i^2 - x_{i-1})^2 \quad (2.9)$$

em que $x_i \in [-10, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x_i = 2^{-\frac{2^i - 2}{2^i}}$ para todo $i = 1, \dots, d$.

Figura 9 – Gráfico da função Dixon-Price



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

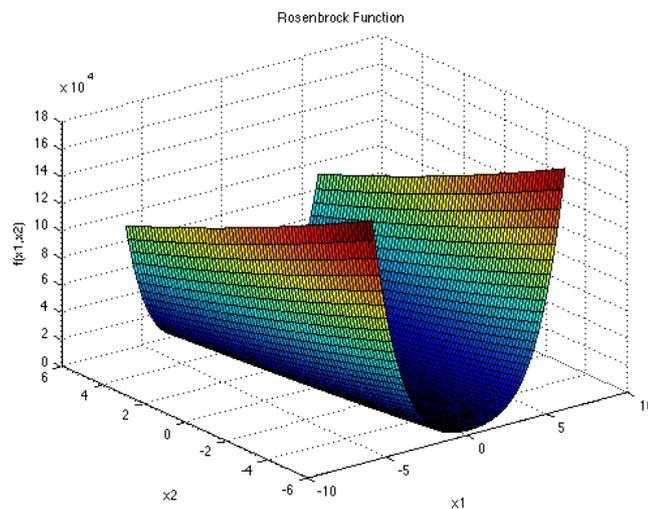
2.5.5 Função Rosenbrock

A função Rosenbrock, também chamada de função Valley ou Banana é uma função unimodal e sua equação é dada por:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (2.10)$$

em que $x_i \in [-5, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$, apesar de seu hipercubo poder ser restringido para $x_i \in [-2.048, 2.048]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (1, \dots, 1)$. A seguir o gráfico dessa função é apresentado pela Figura 10:

Figura 10 – Gráfico da função Rosenbrock



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

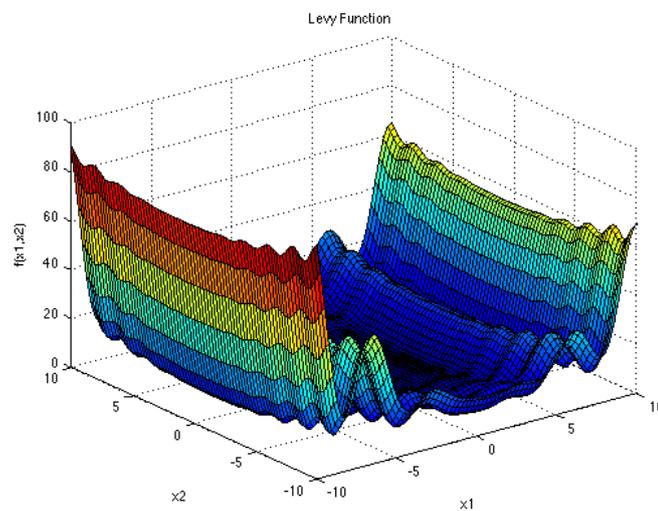
2.5.6 Função Levy

A função Levy é uma função multimodal e pode possuir duas ou mais dimensões, a sua equação representada abaixo:

$$f(x) = \sin^2(\pi\omega_1) + \sum_{i=1}^{d-1} (\omega_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi\omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi\omega_d)] \quad (2.11)$$

onde $\omega_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$ e $x_i \in [-10, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, e que $x^* = (1, \dots, 1)$. O gráfico da função Levy é mostrado abaixo pela Figura 11:

Figura 11 – Gráfico da função Levy



Fonte: (SURJANOVIC; BINGHAM, 2015)

2.6 Teste de Wilcoxon Pareado

O teste de *Wilcoxon* pareado foi desenvolvido em 1945 por Frank Wilcoxon (WILCOXON, 1945). Esse teste consiste em uma técnica não paramétrica que compara estatisticamente se duas amostras são iguais ou diferentes. Nele são consideradas duas amostras A_1 e A_2 que possuem um tamanho n (x_1, \dots, x_n e y_1, \dots, y_n) que são retiradas de duas populações P_1 e P_2 . Após isso são formados pares dos valores dessas amostras, ficando assim um valor originário da amostra A_1 e o outro da amostra A_2 . Com esses pares já formados a diferença *Dif* entre eles é calculada como mostra abaixo:

Figura 12 – Diferença das amostras

A_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
A_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
<i>Dif</i>	x_1-y_1	x_2-y_2	x_3-y_3	x_4-y_4	x_5-y_5	x_6-y_6

Fonte: elaborado pelos autores

Algumas hipóteses são definidas para averiguar se as amostras se diferem ou não:

- $H_0 : \Delta = 0$ e $H_1 : \Delta \neq 0$
- $H_0 : \Delta = 0$ e $H_1 : \Delta > 0$
- $H_0 : \Delta = 0$ e $H_1 : \Delta < 0$

em que H_0 é a hipótese nula, H_1 a hipótese alternativa e Δ é a mediana das diferenças entre os pares das amostras. Se a hipótese nula for satisfeita, não há diferença significativa entre as amostras, caso contrário afirmamos que as amostras se diferem (ESTATCAMP, 2005).

Definindo-se as hipóteses, a diferença (*Dif*) é ordenada de forma crescente através de seus valores absolutos e associada a um posto P_i que é a posição desses valores no *rank*. Após isso, é averiguado se os valores de *Dif* são positivos ou negativos, para os valores menores que zero é atribuído um indicador c_i igual a zero, e caso contrário o valor de c_i é igual a um. A seguir, temos um exemplo para ilustração:

Figura 13 – Postos das amostras

A_1	20	12	25	33	19	9
A_2	17	14	21	28	26	10
Dif	3	-2	4	5	-7	-1

↓

$ Dif $	-1	-2	3	4	5	-7
P_i	1	2	3	4	5	6
c_i	0	0	1	1	1	0

Fonte: elaborado pelos autores

Posteriormente é calculado o valor de W que é o somatório dos postos que possuem diferenças positivas (HARTER; OWEN, 1973):

$$W = \sum_{i=1}^n P_i c_i \quad (2.12)$$

em que n é o tamanho da amostra. Seguindo o mesmo exemplo, temos:

$$W = 1 * 0 + 2 * 0 + 3 * 1 + 4 * 1 + 5 * 1 + 6 * 0 = 12$$

Com o software livre R-project é possível fazer cálculos, manipular, analisar e visualizar dados através de gráficos. O R-project utiliza a linguagem R que além de ser uma linguagem é também um ambiente computacional para tais análises estatísticas (ALBUQUERQUE *et al.*, 2017).

A seguir é apresentado um exemplo do funcionamento do R-project para o teste de *Wilcoxon*. Duas amostras são passadas como vetores:

```
amostra01<-c(20.0, 12.0, 25.0, 33.0, 19.0, 9.0)
```

```
amostra02<-c(17.0, 14.0, 21.0, 28.0, 26.0, 10.0)
```

Para utilizar o teste de *Wilcoxon* pareado é usando o seguinte comando:

```
wilcox.test(amostra01, amostra02, paired = TRUE)
```

O parâmetro *paired* tem que ser verdadeiro, ou seja, *true*. O teste retornará a variável V ou somatório dos postos (W) como foi explicado acima que é o valor da estatística e o *p-value* ou p-valor, variável que indica se há diferença significativa entre as amostras ou não.

Esse teste tem o intervalo de confiança de 95%, isto é, se o p-valor for menor que 0.05 as amostras são diferentes, caso contrário não há diferença significativa entre as amostras (BEASLEY, 2004).

3 Procedimentos Metodológicos

Segundo Raul, as pesquisas exploratórias consistem em "estudos de casos, as análises qualitativas e as pesquisas exploratórias em áreas emergentes" (WAZLAWICK, 2009, p.23).

Pesquisas exploratórias "são investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com o ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa, ou modificar e clarificar conceitos". Tais pesquisas podem se dividir em 3 outras sendo uma delas o estudo de manipulação experimental que têm como propósito "demonstrar a viabilidade de determinada técnica ou programa como uma solução, potencial e viável, para determinados programas práticos"(MARCONI; LAKATOS, 2010).

A pesquisa exploratória busca "levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestação desse objeto"(SEVERINO, 2013).

Assim, o presente trabalho pode ser considerado uma pesquisa exploratória já que pretende-se estudar e comparar entre si os resultados obtidos das combinações das estratégias evolutivas do *DE* e também com os algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA* feitos por (GONÇALVES, 2016). Os procedimentos metodológicos desta proposta são organizados da seguinte forma:

1. Realizar um levantamento bibliográfico da relevância em estudar e modificar o algoritmo *Differential Evolution* com base em repositórios científicos online como *IEEE*, *periódicos da Capes* e *Google Acadêmico*;
2. Estudar o funcionamento dos operadores genéticos do *DE*, seu método de seleção e de outros operadores e métodos de seleção que não são do *DE* original;
3. Realizar levantamento bibliográfico das funções de *benchmark Griewank, Rastrigin, Schwefel, Dixon-Price, Rosenbrock e Levy*;
4. Definir as 18 combinações de estratégias evolutivas no *Differential Evolution* utilizando as mesmas funções de *benchmark* de minimização do trabalho de Gonçalves (2016) a fim de comparar também com os resultados da sua proposta de algoritmos evolutivos.
5. Executar as 18 combinações do *DE* 25 vezes por n gerações e coletar a melhor solução de cada uma delas na última geração, pois essas são as amostras para a comparação¹;
6. Analisar e comparar os resultados obtidos entre as 18 combinações do *DE*, *SGA+E* e *FGA*; estes dois últimos algoritmos foram estudados no trabalho de conclusão de Gonçalves (2016). Para tanto, as 25 execuções de cada algoritmo com suas combinações

¹ A mesma quantidade de genes de um indivíduo, tamanho da população, número de gerações e quantidade de execuções foram as mesmas utilizadas no trabalho de (GONÇALVES, 2016).

serão comparadas entre elas utilizando o melhor, o pior e a média dos custos que é a variável de resultado a ser analisada;

7. Averiguar os resultados das combinações através de tabelas contendo o maior, menor e média dos custos e por meio de gráficos de caixa (boxplot). Em casos de funções que não tiveram combinações que atingiram o mesmo menor valor de média foi utilizado o teste de *Wilcoxon* pareado para examinar se estatisticamente há diferenças entre as amostras das combinações que possuíram a menor média e a segunda menor média.

4 Variantes do Differential Evolution

Esse capítulo apresenta as 18 variantes que serão feitas do algoritmo *Differential Evolution* utilizando combinações de estratégias evolutivas de seleção, mutação e recombinação. Cada uma dessas combinações utilizará as 6 funções de *benchmark* apresentadas nesse trabalho como função objetivo.

As estratégias evolutivas que foram mescladas ou combinadas no *Differential Evolution* foram as mesmas apresentadas no capítulo 2, são elas: seleção (por Roleta, por Torneio de dois e aleatória), mutação (*DE/rand/1* e *DE/rand/1,r2*) e *crossover* (*BLX- α* , uniforme e aritmético). Cada combinação é composta por apenas uma estratégia de seleção, mutação e *crossover*.

Como já mencionado anteriormente, a seleção de indivíduos por torneio é um método comumente utilizado em algoritmos genéticos, em que se pode selecionar quantos indivíduos desejar e fazer um torneio entre eles, onde o melhor ou os melhores indivíduos são selecionados. Neste trabalho foram selecionados aleatoriamente seis indivíduos e feito um torneio dois a dois resultando em uma seleção de três indivíduos necessários para a mutação posteriormente. No algoritmo de Evolução Diferencial esses três indivíduos são escolhidos de forma aleatória na população, isso faz com que a área de exploração de soluções seja maior, porém acaba desacelerando a convergência do algoritmo para encontrar a solução ótima. O torneio entre os indivíduos para a seleção preserva a diversidade do algoritmo melhorando a sua convergência tornando-a mais rápida para encontrar a solução ótima (QIU; LIU; GONG, 2013).

A seleção por roleta também preserva a diversidade de indivíduos na população pois não exclui nenhum indivíduo, mesmo sendo construída proporcionalmente ao tamanho do *fitness* de cada indivíduo, até aquele indivíduo que tem o pior *fitness* têm uma chance de ser selecionado para a próxima geração, permitindo assim uma ampla exploração no espaço de busca (RAZALI; GERAGHTY *et al.*, 2011). Como na roleta o indivíduo mais apto têm maiores chances de ser escolhido, isso faz com que este método acelere também a taxa de convergência do algoritmo para o ótimo global.

Como visto anteriormente, a mutação *DE/rand/1* é a mutação original do *Differential Evolution* e é dada pela equação:

$$v_i = x_{r1} + F \cdot (x_{r2} - x_{r3}) \quad (4.1)$$

onde v_i é o vetor mutante a ser gerado, x_{r1} é o vetor alvo da mutação selecionado aleatoriamente, F é o peso da diferenciação e x_{r2}, x_{r3} são dois vetores selecionados aleatoriamente para aplicar a diferença (ARAUJO *et al.*, 2016).

Tendo em vista que $x_{r2} - x_{r3}$ resulta em um vetor de direção ponderado por F , a mutação *DE/rand/1,r2* sugerida pelo orientador desta pesquisa propõe fixar x_{r2} como o melhor

indivíduo dos três escolhidos no método de seleção de forma a gerar um vetor de direção que apontaria para o ótimo global tornando mais rápido o processo de convergência do algoritmo.

Levando em consideração essas informações e que os Algoritmos Genéticos (AGs) e o *DE* são algoritmos evolutivos que têm por finalidade encontrar a solução ótima, seja ela de maximização ou minimização, que ambos trabalham com uma base populacional, ou seja, com uma população de indivíduos e que possuem em suas estruturas as estratégias evolutivas de seleção, mutação e recombinação, foi proposto verificar se é possível obter melhores resultados ao modificar o *DE* trocando e combinando suas estratégias evolutivas originais com as estratégias utilizadas no AG. Este é o caso do *crossover* aritmético, *crossover BLX- α* e seleção por roleta, que são largamente utilizados pelo AG.

A seguir são apresentadas as variantes do *Differential Evolution* originadas através das combinações das diferentes estratégias evolutivas de seleção, mutação e recombinação:

- Combinação 1: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1* e *crossover* aritmético.
- Combinação 2: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 3: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1* e *crossover* uniforme.
- Combinação 4: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* aritmético.
- Combinação 5: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 6: Seleção aleatória, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* uniforme.
- Combinação 7: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1* e *crossover* aritmético.
- Combinação 8: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 9: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1* e *crossover* uniforme.
- Combinação 10: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* aritmético.
- Combinação 11: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 12: Seleção torneio, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* uniforme.
- Combinação 13: Seleção Roleta, mutação *DE/rand/1* e *crossover* aritmético.
- Combinação 14: Seleção Roleta, mutação *DE/rand/1* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 15: Seleção Roleta, mutação *DE/rand/1* e *crossover* uniforme.
- Combinação 16: Seleção Roleta, mutação do *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* aritmético.
- Combinação 17: Seleção Roleta, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover BLX- α* .
- Combinação 18: Seleção Roleta, mutação *DE/rand/1_{r2}* e *crossover* uniforme.

A seguir é apresentado o capítulo da implementação da proposta, que mostrará de forma mais detalhada como o programa foi desenvolvido e o seu funcionamento.

5 Implementação da Proposta

Neste capítulo se encontra de forma mais detalhada como foi realizada a implementação da proposta, a descrição do funcionamento do algoritmo com o acréscimo de fluxogramas e esboços do código para uma melhor compreensão.

O algoritmo foi implementado no ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) *Netbeans* versão 7.3 na linguagem de programação Java. O notebook utilizado possui o sistema operacional *windows* 10, 64-bits, processador Intel Core i5-3337U 1.80 GHz, 6 GB de memória RAM e 657 GB de espaço de armazenamento livre.

Neste trabalho, foram escolhidas seis funções de *benchmark* para avaliar os indivíduos, são elas as funções *Griewank*, *Rastrigin*, *Schweffel*, *Dixon-Price*, *Rosenbrock* e *Levy*. As mesmas foram usadas a fim de comparar a média dos custos entre as 18 combinações geradas e também entre essas combinações e os algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA* abordados no trabalho de conclusão de Gonçalves (2016).

Essas funções são funções de teste comumente aplicadas à problemas de otimização e são as mesmas que foram apresentadas detalhadamente no capítulo da fundamentação teórica. Todas as funções são de minimização e possuem os seus mínimos globais em zero.

Cada função possui um domínio diferente, e os 10 alelos que são as entradas das funções são gerados aleatoriamente dentro do domínio de cada uma delas como valores reais. Com os alelos, as funções calculam e retornam um número real positivo denominado custo, assim é possível avaliar o indivíduo pois quanto menor o custo ou quanto mais perto de zero esse custo estiver mais apto ele está para passar para a próxima geração.

Ao executar o programa, através de um menu inicial o usuário escolhe qual das seis funções de *benchmark* deseja usar, após essa escolha a cada iteração do algoritmo a função escolhida é executada pelas 18 combinações. A população inicial gerada aleatoriamente dentro do domínio de cada função escolhida é a mesma para todas as combinações. A cada geração é retornado uma população de indivíduos, e na última geração é retornado a população final. Desta maneira, a cada execução do programa, uma população inicial é criada e 18 populações finais retornadas, uma para cada combinação.

O algoritmo foi executado 25 vezes para cada combinação com a função escolhida inicialmente. Para cada execução foram rodadas um número fixo de 600 gerações, cada geração possui uma população de indivíduos de tamanho np , em que no primeiro teste $np = 100$ e no segundo teste $np = 200$. Cada indivíduo possui 10 genes com alelos com valores reais. Esses valores fixos do número de gerações, tamanho da população e quantidade de genes do indivíduo foram escolhidos para que fosse possível comparar com os resultados da monografia de Gonçalves (2016) como um teste adicional.

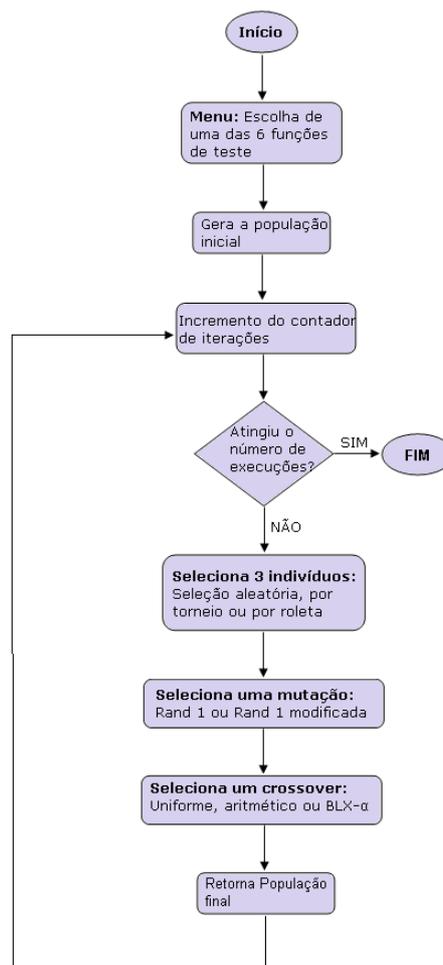
Ao todo, para cada teste foram geradas 150 populações iniciais (25 para cada função) e 2700 populações finais (25 para cada combinação e 450 para cada função).

Foi utilizado no algoritmo um *ArrayList* do tipo objeto, sendo que este tem como atributos o tipo de seleção, mutação e *crossover*, dessa forma, a cada função selecionada, em um laço de repetição essa lista é percorrida possibilitando a geração das 18 combinações. As combinações são inicialmente adicionadas no *ArrayList* antes da escolha da função, e foi fixado no programa que para o *crossover* o número 1 seria do tipo uniforme, o 2 seria o aritmético e 3 o $BLX-\alpha$, assim também foi feito para a mutação e seleção.

Após isso, o usuário escolhe a função de teste e em seguida é gerada a população inicial, e a partir dela é feita a seleção dos 3 indivíduos que serão usados para realizar a mutação e o *crossover*, posteriormente é obtido o vetor ruído através da mutação e depois é feito a recombinação dos indivíduos e seleção do melhor, isso é feito np vezes a fim de se obter a próxima população.

A figura 14 apresenta o fluxograma do programa implementado de forma resumida:

Figura 14 – Fluxograma resumido do Algoritmo



Fonte: elaborado pelos autores

Para cada uma das 25 execuções é coletado o melhor indivíduo da última geração, ou seja, aquele que possui menor custo. Assim, para cada função é salvo em um arquivo .txt os custos desses 25 indivíduos que foram separados destacando o maior, menor e a média dos custos.

Abaixo, a figura 15 mostra o pseudocódigo do programa:

Figura 15 – Pseudocódigo do Algoritmo

Pseudocódigo do Algoritmo

```

1: Menu para escolha da função
2: Gerar população inicial com indivíduos randômicos dentro do domínio da função
3:   for ArrayList de 1 a 18
4:     for execução de 1 a 25
5:       for gerações de 1 a 600
6:         função para calcular custo de cada indivíduo
7:         for indivíduo i de 1 a 100 (ou 200)
8:           função para seleção dos 3 indivíduos
9:           função para mutação
10:          função para o crossover
11:          Escolher o indivíduo i(target) ou o filho(vetor experimental) para a próxima geração
12:        end for
13:      end for
14:    end for
15:    imprimir maior, menor e média dos custos dos 25 melhores indivíduos da última geração
16:  end for

```

Fonte: elaborado pelos autores

Como já foi visto anteriormente no capítulo da fundamentação teórica os operadores de crossover utilizados foram o uniforme, *BLX-alfa* e aritmético, os de mutação foram a *DE/rand/1* e *DE/rand/1_{r2}* e os de seleção foram aleatória, por torneio e por roleta (*roulette wheel*).

Como no algoritmo *Differential Evolution* é gerado apenas um filho por *crossover*, por esse motivo no operador de *crossover* aritmético foi optado por usar apenas a fórmula 2.1 apresentada na Fundamentação Teórica (a escolha da fórmula poderia ser qualquer uma das duas). Pelo mesmo motivo no *crossover BLX-alfa* a fórmula 2.3 mostrada também no mesmo capítulo foi escolhida para gerar o filho.

A mutação original do *Differential Evolution* é a *DE/rand/1* que é exibida detalhadamente na Fundamentação Teórica na fórmula 2.5. A mutação *DE/rand/1_{r2}* é a mutação original do *DE* mas com uma diferença, que consiste em fixar o melhor indivíduo como o X_{r2} no vetor de diferenças, ou seja, dos 3 indivíduos selecionados inicialmente o que possuir menor custo é fixado no vetor de diferenças da fórmula.

As seleções utilizadas são as mesmas apresentadas na fundamentação teórica, na seleção aleatória os 3 indivíduos são selecionados de forma randômica, já na seleção por torneio foram escolhidos aleatoriamente 6 indivíduos, e foi feito um torneio em pares em que

o indivíduo que possuir o menor custo é selecionado, sobrando, assim, após o torneio, os 3 indivíduos necessários para realizar a mutação e *crossover*.

Na Seleção por roleta foi feito o somatório do *fitness* de todos os indivíduos e gerado um número aleatório dentro do intervalo desse valor, após isso, outro somatório dos *fitness* é realizado com a seguinte condição: se o valor atual do somatório for igual ou maior do que o número aleatório gerado então o indivíduo que possui o *fitness* dentro da faixa do valor do somatório é selecionado, dessa forma, os indivíduos que têm maior *fitness* possuem maiores chances de serem selecionados.

6 Resultados

Nesse capítulo, serão analisados os custos dos melhores indivíduos das últimas gerações coletados a fim de fazer uma comparação entre as combinações e entre os modelos *SGA+E* e *FGA*.

6.1 Análise dos Resultados

Conforme já foi dito antes no capítulo de Implementação da Proposta, o programa foi executado 25 vezes para cada uma das seis funções objetivos. Ao final de cada uma dessas execuções o custo do melhor indivíduo da última geração é coletado e guardado em um arquivo .txt.

Salvou-se e foram colocados nas tabelas que serão apresentadas mais abaixo o menor, maior e a média dos custos dos 25 melhores indivíduos, sendo que, cada um destes indivíduos corresponde ao melhor indivíduo de cada execução, processo que se repete para cada função teste. Como as funções de *benchmark* utilizadas são funções de minimização com o mínimo global em zero, o melhor indivíduo então é aquele que possui menor custo possível.

Foram realizados então dois testes para cada função, no primeiro teste a população tem um tamanho de 100 indivíduos ($np = 100$), no segundo teste a população possui o tamanho de 200 indivíduos ($np = 200$). Em ambos os testes os indivíduos têm dimensão igual a 10, ou seja, possuem 10 genes.

As tabelas contendo os custos dos 25 melhores indivíduos de cada combinação para cada função são apresentadas nos Apêndices ao final desse trabalho. Resumindo essas tabelas para ambos os testes, foram criadas outras tabelas com as informações de forma sintetizada, sendo que, cada tabela pertence a uma função e possui colunas com o menor, maior e média dos custos dos melhores indivíduos das 25 execuções para cada uma das 18 combinações.

A análise foi feita com base na média dos custos, em cada tabela foram destacadas as combinações que obtiveram as menores médias, e em casos de uma função ter apenas uma combinação que possui a menor média, foi destacado também a combinação com a segunda menor média. Nesse último tipo de situação foi aplicado o teste de *Wilcoxon* para verificar se as amostras são diferentes ou não estatisticamente.

Como o mínimo global é zero em todas as funções, as combinações que chegaram nesse valor ou próximas a ele ao longo das gerações são as mais adequadas de serem utilizadas. A seguir é lembrado a equação de cada função e apresentadas as tabelas resumidas assim como os *boxplot* de cada combinação e os resultados do teste de *Wilcoxon* que foram feitos para alguns casos.

6.1.1 Primeiro Teste

No primeiro teste o número de indivíduos (np) em uma população é igual a 100 para todas as funções.

Como já foi mencionado anteriormente, a função *Griewank* é dada pela função abaixo:

$$f(x) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \quad (6.1)$$

em que $x_i \in [-600, 600]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (0, \dots, 0)$.

Como pode-se observar na tabela a seguir, tal função obteve o custo igual a zero nas combinações 9, 15 e 18, dessa forma, essas combinações obtiveram melhores resultados para a função *Griewank*.

Tabela 1 – Função Griewank para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Griewank	Combinação 1	2,27E-01	7,76E-01	1,57E+00
	Combinação 2	1,08E-01	1,82E-01	2,58E-01
	Combinação 3	0.0	3,28E-08	6,81619E-07
	Combinação 4	5,42E-01	1,48E+00	3,36E+00
	Combinação 5	8,83E-02	2,40E-01	3,48E-01
	Combinação 6	4,79E-13	6,01E-07	8,48E-06
	Combinação 7	4,77E-01	9,28E-01	1,67E+00
	Combinação 8	2,35E-02	1,41E-01	1,97E-01
	Combinação 9	0.0	0.0	0.0
	Combinação 10	3,39E-01	1,08E+00	2,32E+00
	Combinação 11	1,21E-01	1,90E-01	2,90E-01
	Combinação 12	0.0	9,37E-08	1,84E-06
	Combinação 13	3,02E-01	6,71E-01	1,20E+00
	Combinação 14	2,17E-02	1,43E-01	2,15E-01
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	2,89E-01	1,05E+00	1,76E+00
	Combinação 17	8,62E-02	2,12E-01	3,63E-01
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
	SGA + E	0.00E+00	2.15E-03	4.34E-03
	FGA	6.55E-01	2.34E+00	4.49E+00

Fonte: elaborado pelos autores

A função *Rastrigin* teve o menor custo em zero nas combinações 3, 6, 9, 12, 15 e 18, assim os melhores resultados foram obtidos através dessas combinações. Tal função é dada por:

$$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)) \quad (6.2)$$

em que $x_i \in [-5.12, 5.12]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (0, \dots, 0)$.

Tabela 2 – Função Rastrigin para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Rastrigin	Combinação 1	7,69E-03	8,38E-01	2,00E+00
	Combinação 2	1,47E+01	2,00E+01	2,60E+01
	Combinação 3	0.0	0.0	0.0
	Combinação 4	2,23E-01	1,86E+00	6,61E+00
	Combinação 5	1,33E+01	2,24E+01	2,68E+01
	Combinação 6	0.0	0.0	0.0
	Combinação 7	1,06E-01	1,57E+00	6,03E+00
	Combinação 8	9,42E+00	1,54E+01	1,93E+01
	Combinação 9	0.0	0.0	0.0
	Combinação 10	3,49E-01	2,01E+00	6,03E+00
	Combinação 11	1,43E+01	2,05E+01	2,59E+01
	Combinação 12	0.0	0.0	0.0
	Combinação 13	2,47E-01	1,56E+00	4,35E+00
	Combinação 14	1,31E+01	1,85E+01	2,82E+01
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	3,54E-01	1,58E+00	3,55E+00
	Combinação 17	1,29E+01	2,04E+01	2,79E+01
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
		SGA + E	9.01E-01	4.37E+00
	FGA	1.36E-01	5.61E+00	1.06E+01

Fonte: elaborado pelos autores

A função *Schwefel* é representada por

$$f(x) = 418.9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \quad (6.3)$$

em que $x_i \in [-500, 500]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (420.9687, \dots, 420.9687)$.

Para essa função as combinações que apresentaram os melhores resultados foram as combinações 3,6,9,12,15 e 18, que chegaram aos mesmos valores de média, maior e menor valor sendo que todos eles são próximos de zero como pode ser observado na tabela abaixo:

Tabela 3 – Função Schwefel para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Schwefel	Combinação 1	7,72E+02	1,81E+03	2,25E+03
	Combinação 2	5,41E+02	1,32E+03	1,59E+03
	Combinação 3	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 4	1,91E+03	2,51E+03	2,68E+03
	Combinação 5	9,77E+02	1,42E+03	1,58E+03
	Combinação 6	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 7	7,91E+02	1,58E+03	2,21E+03
	Combinação 8	6,89E+02	1,17E+03	1,42E+03
	Combinação 9	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 10	1,69E+03	2,28E+03	2,53E+03
	Combinação 11	1,14E+03	1,35E+03	1,57E+03
	Combinação 12	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 13	7,84E+02	1,79E+03	2,39E+03
	Combinação 14	9,39E+02	1,30E+03	1,48E+03
	Combinação 15	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 16	2,27E+03	2,57E+03	2,79E+03
	Combinação 17	1,07E+03	1,42E+03	1,64E+03
	Combinação 18	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	SGA + E	4.18E+03	4.19E+03	4.19E+03
	FGA	1.47E+03	1.97E+03	2.57E+03

Fonte: elaborado pelos autores

A equação que descreve a função *Dixon-Price* é dada por:

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + \sum_{i=2}^d i(2x_i^2 - x_{i-1})^2 \quad (6.4)$$

em que $x_i \in [-10, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x_i = 2^{-\frac{2^i-2}{2^i}}$ para todo $i = 1, \dots, d$.

A combinação que apresentou a menor média para esta função foi apenas a combinação 12 e a que apresentou a segunda menor média foi a 18, ambos os resultados o custo não zerou como pode ser visto adiante:

Tabela 4 – Função Dixon-Price para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Dixon-Price	Combinação 1	6,23E-01	3,61E+00	1,17E+01
	Combinação 2	3,33E-01	4,93E-01	5,00E-01
	Combinação 3	6,00E-05	3,18E-03	1,43E-02
	Combinação 4	1,71E+00	6,86E+00	2,86E+01
	Combinação 5	2,03E-01	4,45E-01	5,01E-01
	Combinação 6	3,46E-05	2,49E-03	2,36E-02
	Combinação 7	5,36E-01	4,74E+00	1,41E+01
	Combinação 8	5,00E-01	5,00E-01	5,00E-01
	Combinação 9	2,24E-08	9,80E-02	5,00E-01
	Combinação 10	1,04E+00	4,05E+00	1,08E+01
	Combinação 11	2,80E-01	4,91E-01	5,01E-01
	Combinação 12	1,67E-07	1,75E-04	2,36E-03
	Combinação 13	5,51E-01	3,23E+00	1,16E+01
	Combinação 14	4,85E-01	4,99E-01	5,00E-01
	Combinação 15	2,81E-11	9,94E-02	5,00E-01
	Combinação 16	5,88E-01	2,96E+00	1,25E+01
	Combinação 17	3,24E-01	4,92E-01	5,01E-01
	Combinação 18	4,14E-10	2,25E-03	5,47E-02
	SGA + E	7.62E-01	9.85E-01	1.54E+00
	FGA	6.19E-01	7.35E-01	1.09E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Para este caso foi aplicado o teste de *Wilcoxon* a fim de verificar se existe diferenças estatisticamente entre as amostras ou não. Abaixo o resultado do teste é exibido:

Tabela 5 – Teste de Wilcoxon para função Dixon-Price com 100 indivíduos

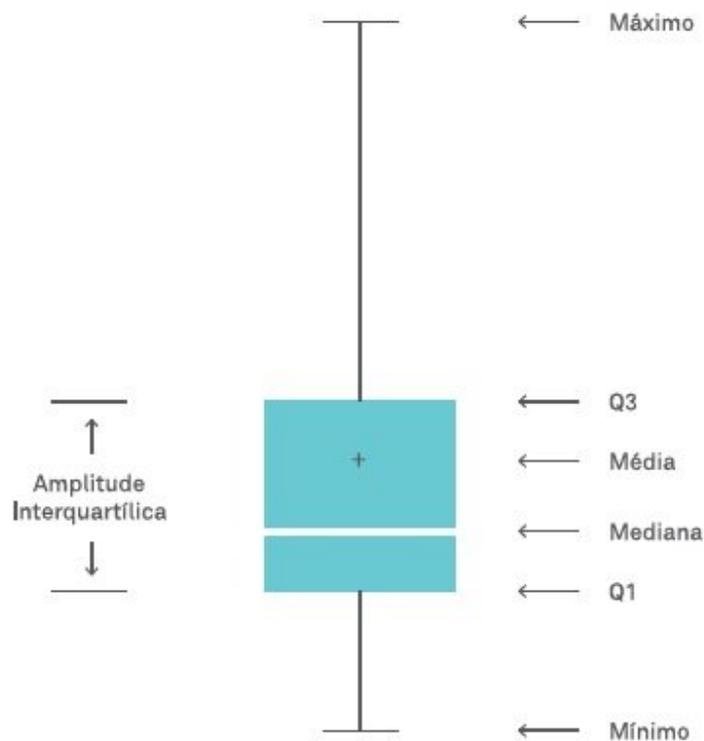
NP	Função	Combinações	P-valor
100	Dixon-Price	12 e 18	0.6528

Fonte: elaborado pelos autores

Como o *p-value* é maior que 0.05 então afirmamos que as amostras não possuem diferenças estatísticas, pode-se utilizar então qualquer uma dessas duas combinações para essa função.

Um gráfico de caixa ou *boxplot* contém a mediana dos dados, os pontos de máximo e mínimo das amostras e a simetria ou assimetria dessas amostras, logo abaixo é exibida uma figura para um melhor entendimento:

Figura 16 – Exemplo de um gráfico de caixa

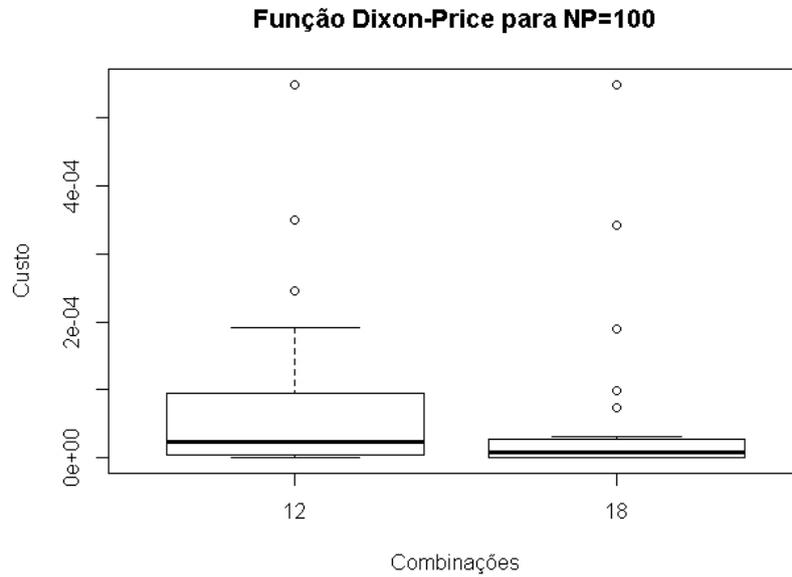


Fonte: (PETENATE *et al.*, 2013)

Se a mediana está mais próxima de Q3 então os dados são considerados negativamente assimétricos e se estiverem mais próximos de Q1 então são considerados positivamente assimétricos (PETENATE *et al.*, 2013). No caso das funções analisadas nesse trabalho, como o ponto de mínimo global de todas é em zero, o melhor resultado seria a mediana sendo zero ou o mais próximo de zero.

A seguir é apresentado o gráfico de caixa para a função *Dixon-Price*:

Figura 17 – Boxplot das combinações 12 e 18 da função Dixon-Price para $n_p = 100$



Fonte: elaborado pelos autores

A função *Rosenbrock* é dada por

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2] \quad (6.5)$$

em que $x_i \in [-5, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$, apesar de seu hipercubo poder ser restringido para $x_i \in [-2.048, 2.048]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, sendo que $x^* = (1, \dots, 1)$.

A *Rosenbrock* não obteve os custos em zero em nenhuma das combinações. A combinação que obteve menor média foi a 6 e a que obteve a segunda menor média foi a 12, com pouca diferença em seus valores.

Tabela 6 – Função Rosenbrock para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Rosenbrock	Combinação 1	6,36E+00	2,67E+01	7,03E+01
	Combinação 2	4,65E+00	5,54E+00	6,36E+00
	Combinação 3	2,35E-01	2,62E+00	5,35E+00
	Combinação 4	5,63E+01	1,36E+02	3,17E+02
	Combinação 5	4,70E+00	5,98E+00	6,92E+00
	Combinação 6	1,93E-01	8,59E-01	2,32E+00
	Combinação 7	8,72E+00	2,47E+01	7,04E+01
	Combinação 8	4,67E+00	5,34E+00	6,03E+00
	Combinação 9	5,24E-01	3,52E+00	6,63E+00
	Combinação 10	2,62E+01	5,49E+01	9,39E+01
	Combinação 11	4,79E+00	5,44E+00	6,16E+00
	Combinação 12	9,05E-02	8,80E-01	3,45E+00
	Combinação 13	1,04E+01	3,31E+01	7,23E+01
	Combinação 14	4,93E+00	5,72E+00	6,29E+00
	Combinação 15	8,92E-04	5,21E+00	6,87E+00
	Combinação 16	2,00E+01	4,74E+01	1,17E+02
	Combinação 17	4,59E+00	5,69E+00	6,28E+00
	Combinação 18	1,94E-02	2,07E+00	6,28E+00
	SGA + E	8.41E+00	1.29E+01	4.69E+01
	FGA	7.87E+00	8.89E+00	9.46E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Nesse caso também foi aplicado o teste de *Wilcoxon* entre essas combinações e o resultado foi este:

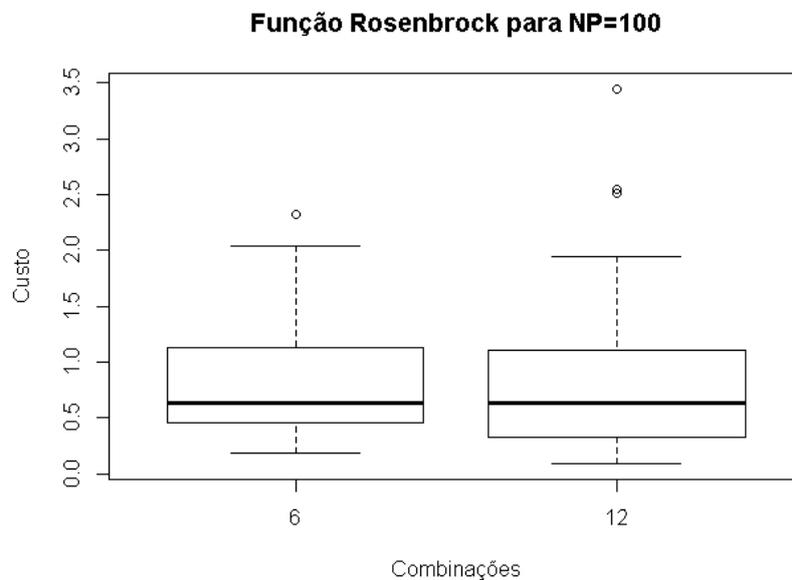
Tabela 7 – Teste de Wilcoxon para função Rosenbrock com 100 indivíduos

NP	Função	Combinações	P-valor
100	Rosenbrock	6 e 12	0.9578

Fonte: elaborado pelos autores

O p-value é 0.9578 sendo maior que 0.05, assim podemos afirmar que as amostras não possuem diferenças estatisticamente, ou seja, qualquer uma dessas duas combinações podem ser usadas para essa função. O gráfico de caixa é mostrado abaixo:

Figura 18 – Boxplot das combinações 6 e 12 da função Rosenbrock para $np = 100$



Fonte: elaborado pelos autores

A equação que representa a função *Levy* é apresentada abaixo:

$$f(x) = \sin^2(\pi\omega_1) + \sum_{i=1}^{d-1} (\omega_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi\omega_i + 1)] + (\omega_d - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi\omega_d)] \quad (6.6)$$

onde $\omega_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$ e $x_i \in [-10, 10]$ para todo $i = 1, \dots, d$ e seu mínimo global é $f(x^*) = 0$, e que $x^* = (1, \dots, 1)$.

A tabela abaixo mostra que as combinações 3, 6, 9, 12, 14, 15 e 18 foram as combinações que obtiveram os melhores custos chegando a zero e por essa razão são as melhores opções para essa função.

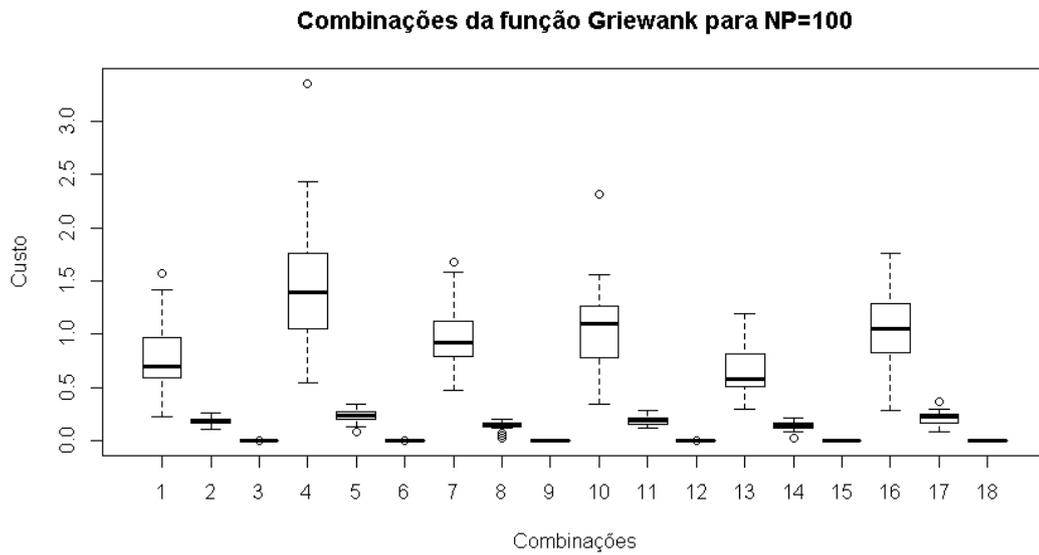
Tabela 8 – Função Levy para 100 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Levy	Combinação 1	6,58E-02	2,12E-01	3,43E-01
	Combinação 2	5,58E-12	2,61E-10	3,65E-09
	Combinação 3	0.0	0.0	0.0
	Combinação 4	2,71E-01	5,85E-01	1,21E+00
	Combinação 5	1,72E-09	9,31E-08	5,06E-07
	Combinação 6	0.0	0.0	0.0
	Combinação 7	4,55E-02	1,88E-01	3,22E-01
	Combinação 8	0.0	4,52E-15	3,40E-14
	Combinação 9	0.0	0.0	0.0
	Combinação 10	1,62E-01	3,18E-01	5,12E-01
	Combinação 11	6,20E-14	4,00E-12	2,84E-11
	Combinação 12	0.0	0.0	0.0
	Combinação 13	2,38E-02	1,58E-01	4,01E-01
	Combinação 14	0.0	0.0	0.0
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	1,50E-01	3,08E-01	7,23E-01
	Combinação 17	2,00E-15	9,16E-15	3,60E-14
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
	SGA + E	8.25E-02	2.61E-01	5.01E-01
	FGA	4.44E-04	1.93E-03	4.28E-03

Fonte: elaborado pelos autores

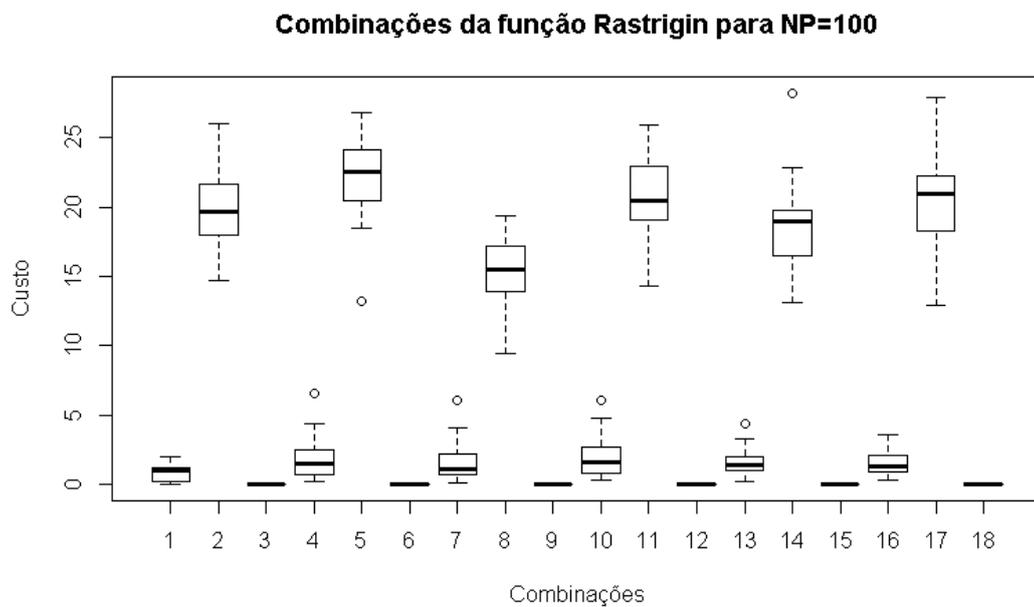
Abaixo são apresentados os gráficos de caixa de todas as combinações para cada função para a população com 100 indivíduos:

Figura 19 – Boxplot de todas as combinações da função Griewank para $np=100$



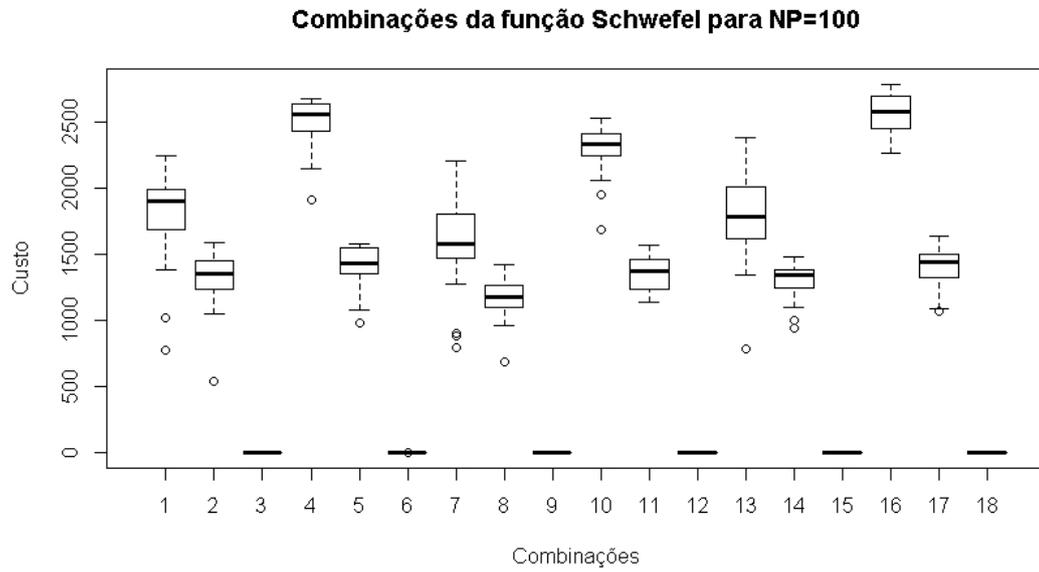
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 20 – Boxplot de todas as combinações da função Rastrigin para $np=100$



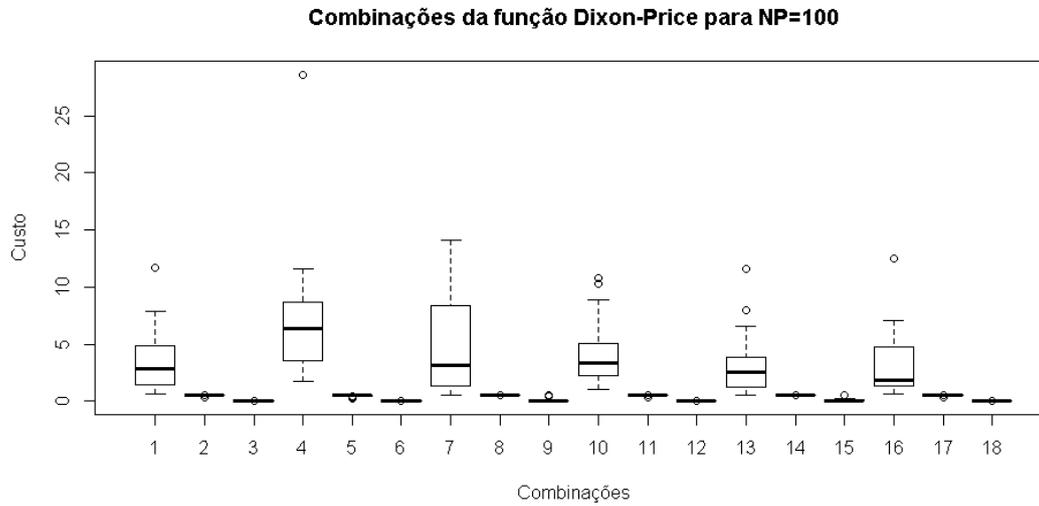
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 21 – Boxplot de todas as combinações da função Schwefel para $np=100$



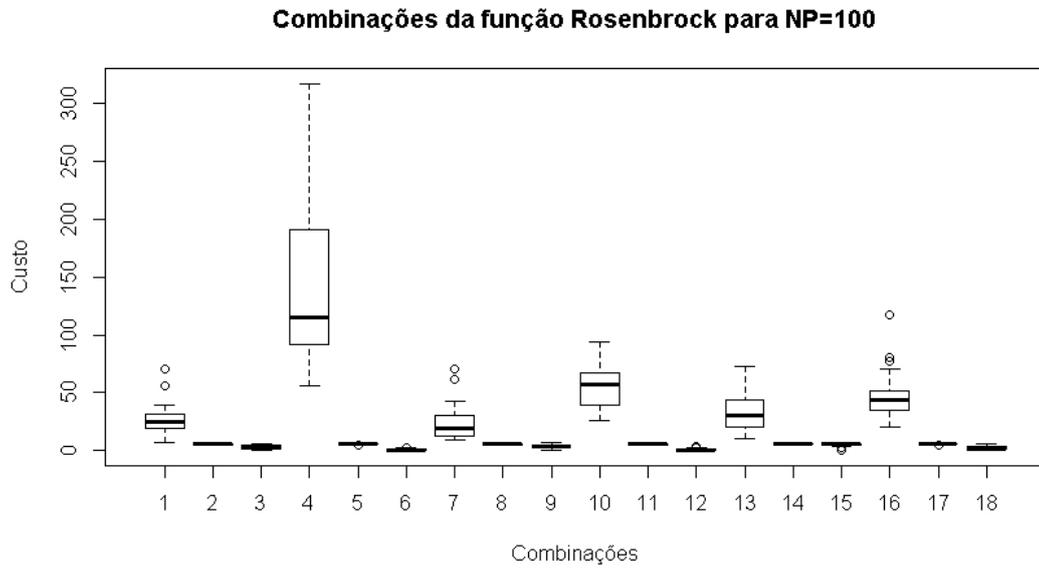
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 22 – Boxplot de todas as combinações da função Dixon-Price para $np=100$



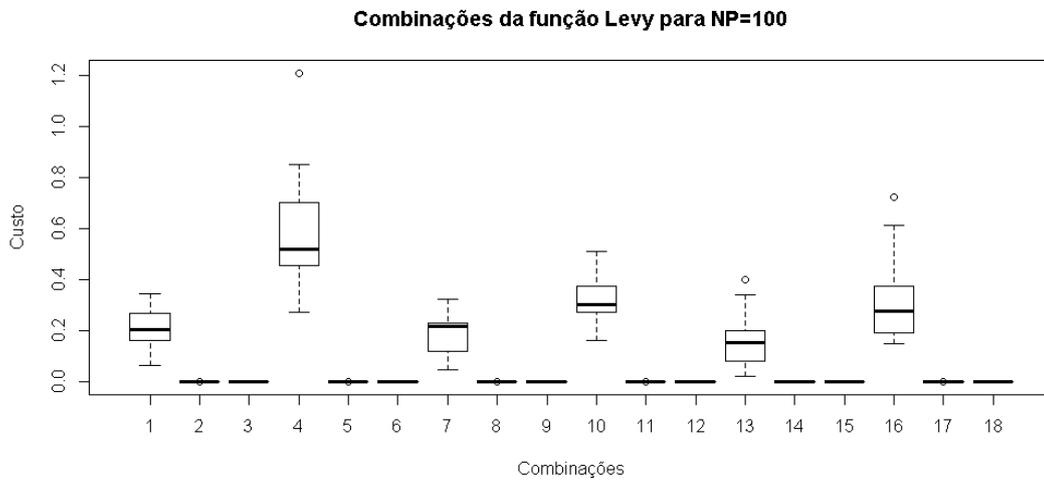
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 23 – Boxplot de todas as combinações da função Rosenbrock para $np=100$



Fonte: elaborado pelos autores

Figura 24 – Boxplot de todas as combinações da função Levy para $np=100$

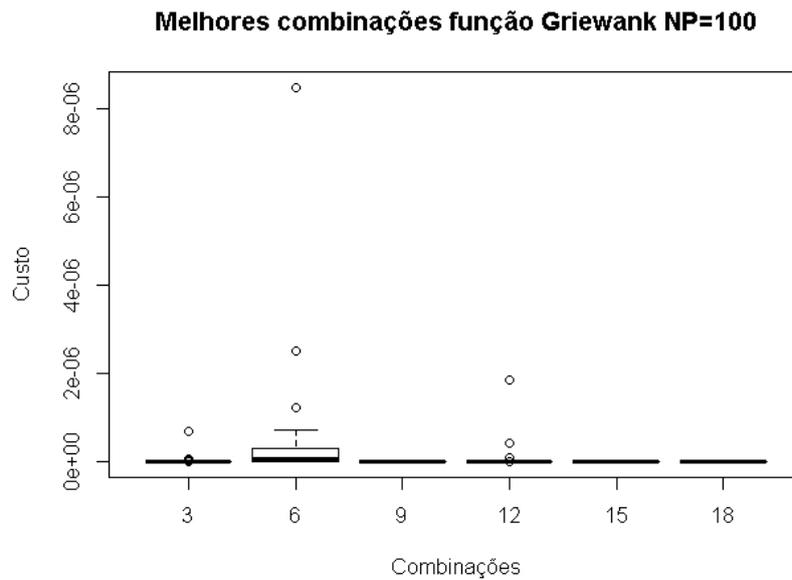


Fonte: elaborado pelos autores

No geral, para o primeiro teste as combinações que tiveram os melhores resultados foram: 3,6,9,12,15 e 18, sendo que, não necessariamente as 6 foram melhores em todas as funções mas foram as que se sobressaíram dentre as 18 combinações.

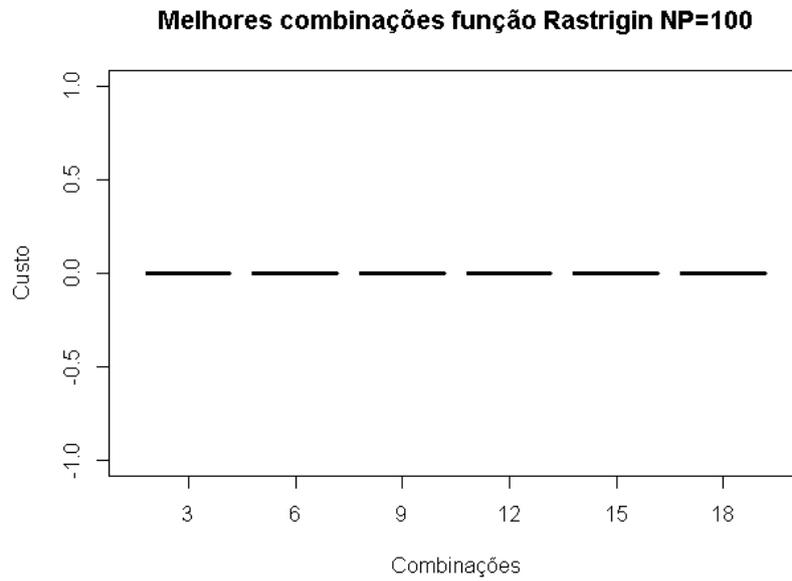
Para um maior esclarecimento dos gráficos que foram mostrados, a seguir são apresentados os *boxplots* das combinações que apresentaram os melhores resultados.

Figura 25 – Boxplot das melhores combinações da função Griewank



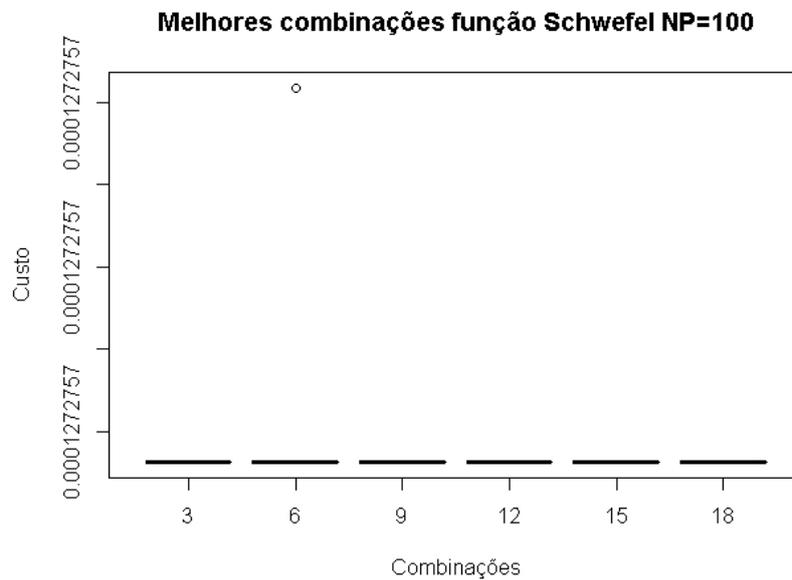
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 26 – Boxplot das melhores combinações da função Rastrigin



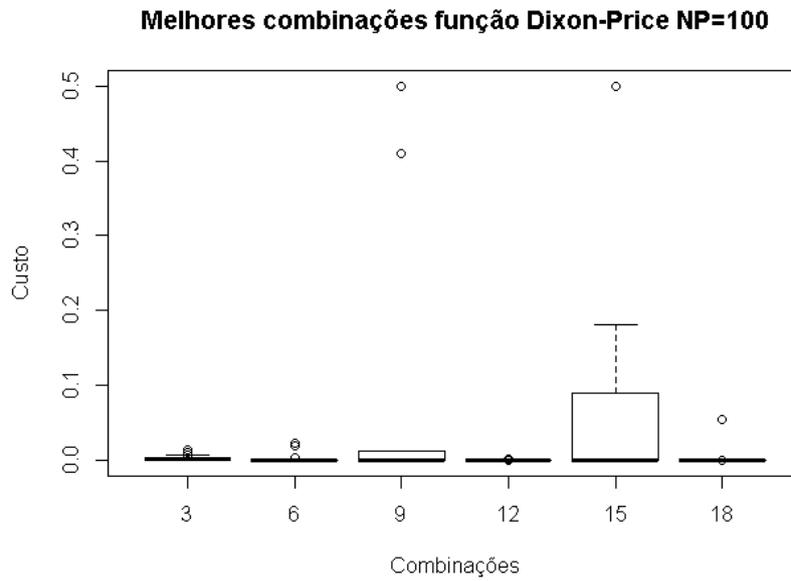
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 27 – Boxplot das melhores combinações da função Schwefel



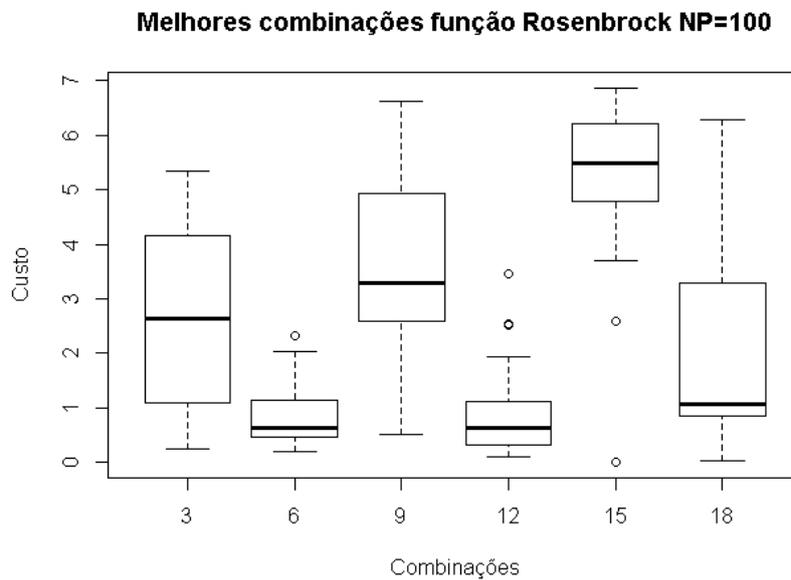
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 28 – Boxplot das melhores combinações da função Dixon-Price



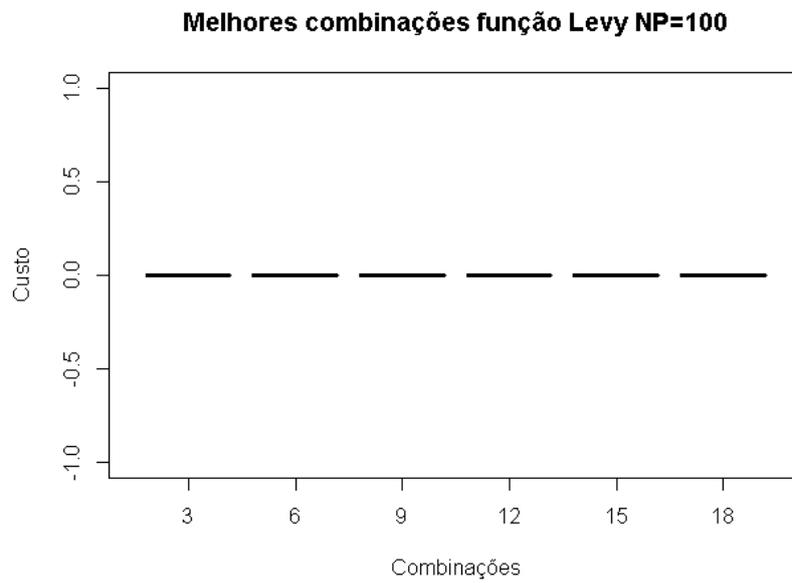
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 29 – Boxplot das melhores combinações da função Rosenbrock



Fonte: elaborado pelos autores

Figura 30 – Boxplot das melhores combinações da função Levy



Fonte: elaborado pelos autores

6.1.2 Segundo Teste

No segundo teste o número de indivíduos (np) em uma população é igual a 200 para todas as funções.

A função *Griewank* para 200 indivíduos obteve os melhores resultados chegando a zero nas combinações 15 e a 18. Com exceção da combinação 9, o segundo teste teve como melhores combinações as mesmas do primeiro teste, a combinação 9 obteve resultados próximos a zero no segundo teste porém não atingiu o ótimo esperado como as combinações 15 e 18 como pode ser visto na tabela abaixo:

Tabela 9 – Função Griewank para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Griewank	Combinação 1	4,86E-02	3,44E-01	1,00E+00
	Combinação 2	9,17E-02	1,67E-01	2,40E-01
	Combinação 3	0.0	3,51E-10	2,81E-09
	Combinação 4	5,40E-01	1,23E+00	2,18E+00
	Combinação 5	1,31E-01	2,05E-01	2,91E-01
	Combinação 6	1,94E-10	1,43E-07	1,14E-06
	Combinação 7	1,68E-02	2,70E-01	5,32E-01
	Combinação 8	6,65E-02	1,35E-01	1,90E-01
	Combinação 9	0.0	1,10E-13	2,75E-12
	Combinação 10	2,49E-01	6,41E-01	1,20E+00
	Combinação 11	8,35E-02	1,73E-01	2,34E-01
	Combinação 12	0.0	2,56E-10	3,09E-09
	Combinação 13	5,76E-02	1,90E-01	4,09E-01
	Combinação 14	6,57E-02	1,38E-01	2,57E-01
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	3,12E-01	7,93E-01	1,33E+00
	Combinação 17	9,45E-02	1,94E-01	2,77E-01
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
	SGA + E	0.00E+00	4.72E-03	8.32E-03
	FGA	2.19E-01	1.22E+00	4.34E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Para a função *Rastrigin* as combinações que chegaram ao ótimo no primeiro teste são as mesmas que chegaram no segundo teste, são elas as combinações 3,6,9,12,15 e 18 como pode ser visto logo abaixo:

Tabela 10 – Função Rastrigin para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Rastrigin	Combinação 1	2,05E-03	2,57E-01	1,05E+00
	Combinação 2	1,27E+01	1,73E+01	2,31E+01
	Combinação 3	0.0	0.0	0.0
	Combinação 4	7,38E-02	3,52E-01	1,26E+00
	Combinação 5	1,50E+01	2,03E+01	2,61E+01
	Combinação 6	0.0	0.0	0.0
	Combinação 7	2,60E-03	5,21E-01	2,01E+00
	Combinação 8	7,19E+00	1,48E+01	2,08E+01
	Combinação 9	0.0	0.0	0.0
	Combinação 10	9,43E-02	6,32E-01	2,01E+00
	Combinação 11	1,06E+01	1,86E+01	2,28E+01
	Combinação 12	0.0	0.0	0.0
	Combinação 13	1,70E-02	5,67E-01	2,06E+00
	Combinação 14	1,10E+01	1,65E+01	2,10E+01
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	5,83E-02	5,80E-01	2,35E+00
	Combinação 17	1,41E+01	2,05E+01	2,56E+01
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
	SGA + E	4.84E-01	2.46E+00	5.23E+00
	FGA	1.16E+00	4.66E+00	8.48E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Para a função *Schwefel* as combinações que atingiram o mesmo menor valor para o primeiro teste são as mesmas que atingiram no segundo teste. São elas as combinações 3,6,9,12,15 e 18.

Tabela 11 – Função Schwefel para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Schwefel	Combinação 1	7,98E+02	1,72E+03	2,15E+03
	Combinação 2	9,57E+02	1,29E+03	1,57E+03
	Combinação 3	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 4	2,02E+03	2,22E+03	2,26E+03
	Combinação 5	1,04E+03	1,38E+03	1,58E+03
	Combinação 6	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 7	1,01E+03	1,38E+03	1,64E+03
	Combinação 8	9,65E+02	1,16E+03	1,41E+03
	Combinação 9	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 10	1,91E+03	2,16E+03	2,26E+03
	Combinação 11	7,37E+02	1,26E+03	1,46E+03
	Combinação 12	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	Combinação 13	8,99E+02	1,51E+03	2,18E+03
	Combinação 14	7,44E+02	1,23E+03	1,42E+03
	Combinação 15	1,27E-04	1,27E+00	1,27E-04
	Combinação 16	1,93E+03	2,22E+03	2,26E+03
	Combinação 17	1,09E+03	1,34E+03	1,47E+03
	Combinação 18	1,27E-04	1,27E-04	1,27E-04
	SGA + E	4.18E+03	4.19E+03	4.19E+03
	FGA	1.07E+03	1.74E+03	2.34E+03

Fonte: elaborado pelos autores

Na função *Dixon-Price* também apresentou os mesmos resultados feitos no primeiro teste. A combinação que obteve a menor média foi a 12 e a que obteve a segunda menor média foi a 18 como é mostrado na tabela abaixo:

Tabela 12 – Função Dixon-Price para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Dixon-Price	Combinação 1	5,50E-01	1,39E+00	4,91E+00
	Combinação 2	4,65E-01	4,99E-01	5,00E-01
	Combinação 3	4,56E-05	6,53E-03	3,37E-02
	Combinação 4	1,58E+00	4,72E+00	9,94E+00
	Combinação 5	1,91E-01	4,13E-01	5,01E-01
	Combinação 6	6,70E-05	1,08E-03	3,89E-03
	Combinação 7	5,21E-01	8,87E-01	2,02E+00
	Combinação 8	5,00E-01	5,00E-01	5,00E-01
	Combinação 9	6,94E-08	2,13E-02	5,00E-01
	Combinação 10	9,42E-01	2,51E+00	5,49E+00
	Combinação 11	4,04E-01	4,92E-01	5,00E-01
	Combinação 12	2,37E-06	2,82E-04	3,31E-03
	Combinação 13	5,58E-01	1,37E+00	3,63E+00
	Combinação 14	5,00E-01	5,00E-01	5,00E-01
	Combinação 15	9,01E-08	1,41E-01	5,00E-01
	Combinação 16	5,40E-01	1,88E+00	5,77E+00
	Combinação 17	3,89E-01	4,96E-01	5,00E-01
	Combinação 18	1,12E-07	8,45E-04	1,94E-02
	SGA + E	7.22E-01	1.05E+00	1.94E+00
	FGA	6.72E-01	7.48E-01	1.02E+00

Fonte: elaborado pelos autores

O teste de *Wilcoxon* foi feito para esse caso assim como no teste 1 para averiguar se existe diferença ou não entre as amostras dessas duas combinações. Abaixo é apresentado o resultado:

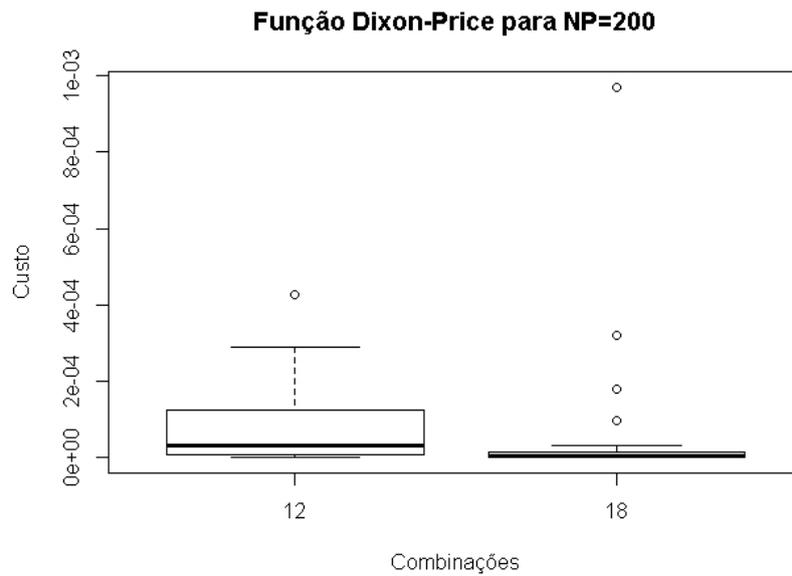
Tabela 13 – Teste de Wilcoxon para a função Dixon-Price com 200 indivíduos

NP	Função	Combinações	P-valor
200	Dixon-Price	12 e 18	0.1199

Fonte: elaborado pelos autores

Como o p -value para o teste 2 também foi maior que 0.05 então podemos afirmar que as amostras não possuem diferenças estatisticamente, podemos utilizar então qualquer uma dessas duas combinações para a *Dixon-Price*. A seguir é apresentado o gráfico de caixa para uma melhor visualização dos dados:

Figura 31 – Boxplot das combinações 12 e 18 da função Dixon-Price para $n_p = 200$



Fonte: elaborado pelos autores

Para a função *Rosenbrock* os resultados também foram os mesmos porém invertidos, a combinação que teve a menor média foi a 12 e a que teve a segunda menor média foi a 6 mas com pouca diferença entre seus valores. A seguir é apresentada a sua tabela:

Tabela 14 – Função Rosenbrock para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Rosenbrock	Combinação 1	1,61E+01	4,33E+01	8,09E+01
	Combinação 2	4,61E+00	5,35E+00	6,19E+00
	Combinação 3	1,01E-01	1,85E+00	5,64E+00
	Combinação 4	1,26E+01	6,65E+01	1,67E+02
	Combinação 5	2,25E+00	5,48E+00	6,76E+00
	Combinação 6	1,67E-01	4,56E-01	1,22E+00
	Combinação 7	1,24E+01	3,77E+01	8,37E+01
	Combinação 8	4,25E+00	5,19E+00	5,85E+00
	Combinação 9	5,84E-01	2,86E+00	5,11E+00
	Combinação 10	2,72E+01	5,69E+01	9,92E+01
	Combinação 11	4,39E+00	5,22E+00	6,02E+00
	Combinação 12	2,66E-02	4,16E-01	1,06E+00
	Combinação 13	1,03E+01	2,92E+01	7,14E+01
	Combinação 14	5,15E+00	5,53E+00	5,87E+00
	Combinação 15	8,26E-01	4,41E+00	6,24E+00
	Combinação 16	1,89E+01	5,49E+01	1,12E+02
	Combinação 17	4,37E+00	5,42E+00	6,18E+00
	Combinação 18	3,46E-02	1,68E+00	4,55E+00
	SGA + E	7.48E+00	1.04E+01	1.51E+01
	FGA	8.40E+00	8.94E+00	9.58E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Foi aplicado o teste de *Wilcoxon* assim como no primeiro teste e o resultado foi o seguinte:

Tabela 15 – Teste de Wilcoxon para a função Rosenbrock com 200 indivíduos

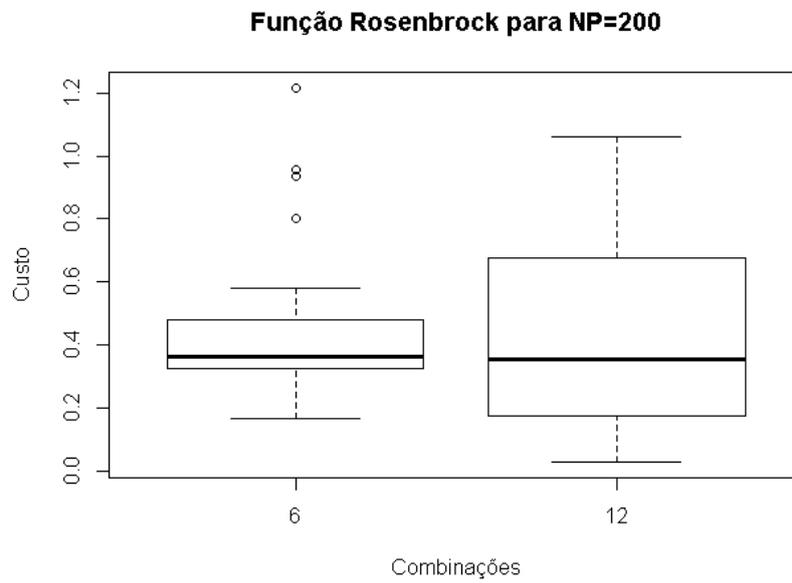
NP	Função	Combinações	P-valor
200	Rosenbrock	12 e 6	0.6721

Fonte: elaborado pelos autores

Como o p-value também foi maior que 0.05 podemos concluir que as mostras não possuem diferenças estatisticamente, sendo assim podemos escolher qualquer uma das duas

para a função Rosenbrock. A seguir é mostrado o gráfico de caixa para um maior esclarecimento dos dados:

Figura 32 – Boxplot das combinações 12 e 6 da função Rosenbrock para $n_p = 200$



Fonte: elaborado pelos autores

As combinações 3,6,9,12,14,15 e 18 foram as melhores combinações para a função *Levy* assim como foram as melhores no primeiro teste. Todas elas chegaram ao mínimo global esperado como pode ser visto abaixo:

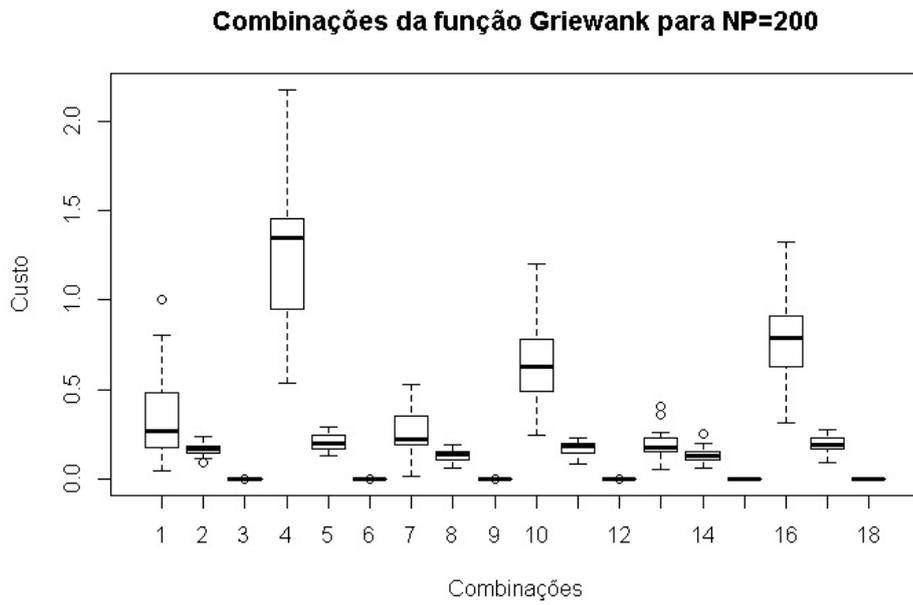
Tabela 16 – Função *Levy* para 200 indivíduos

Função	Combinações	Menor Valor	Média	Maior Valor
Levy	Combinação 1	1,05E-01	1,79E-01	2,59E-01
	Combinação 2	1,04E-11	2,49E-10	2,65E-09
	Combinação 3	0.0	0.0	0.0
	Combinação 4	3,36E-01	4,93E-01	6,45E-01
	Combinação 5	6,90E-09	6,45E-08	6,47E-07
	Combinação 6	0.0	0.0	0.0
	Combinação 7	4,50E-02	1,49E-01	2,72E-01
	Combinação 8	0.0	6,80E-16	4,00E-15
	Combinação 9	0.0	0.0	0.0
	Combinação 10	1,37E-01	3,11E-01	4,23E-01
	Combinação 11	1,26E-13	1,90E-12	8,12E-12
	Combinação 12	0.0	0.0	0.0
	Combinação 13	2,11E-02	1,44E-01	2,71E-01
	Combinação 14	0.0	0.0	0.0
	Combinação 15	0.0	0.0	0.0
	Combinação 16	1,89E-01	2,98E-01	4,79E-01
	Combinação 17	1,00E-15	4,52E-15	8,00E-15
	Combinação 18	0.0	0.0	0.0
	SGA + E	1.42E-02	2.38E-02	3.53E-02
	FGA	3.58E-04	1.37E-03	2.21E-03

Fonte: elaborado pelos autores

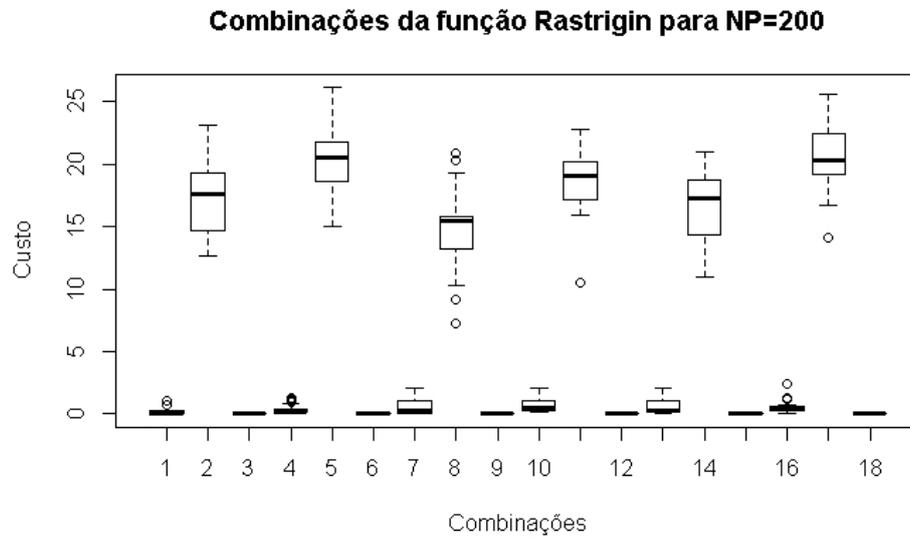
A seguir são apresentados os gráficos de caixa de todas as combinações para cada função para a população com 200 indivíduos:

Figura 33 – Boxplot de todas as combinações da função Griewank para $np=200$



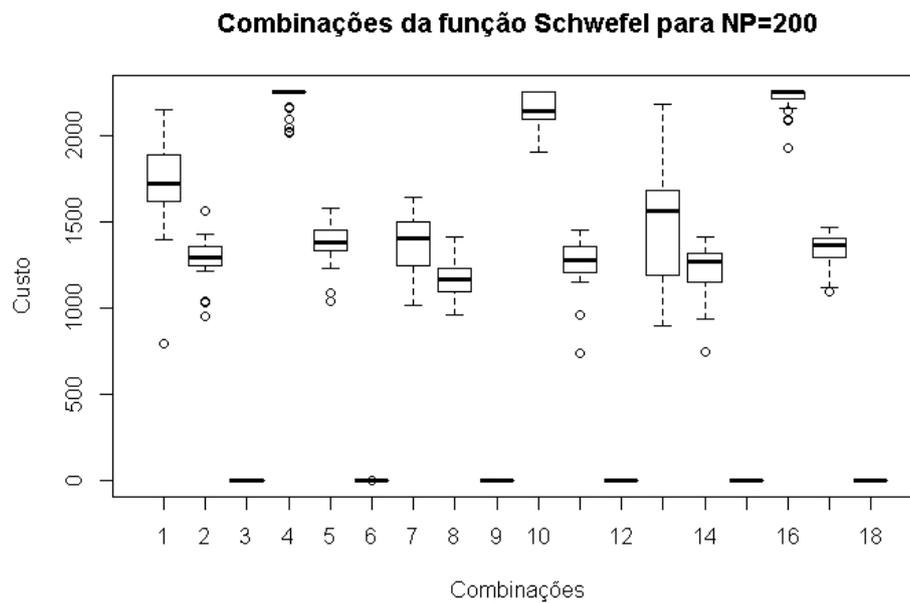
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 34 – Boxplot de todas as combinações da função Rastrigin para $np=200$



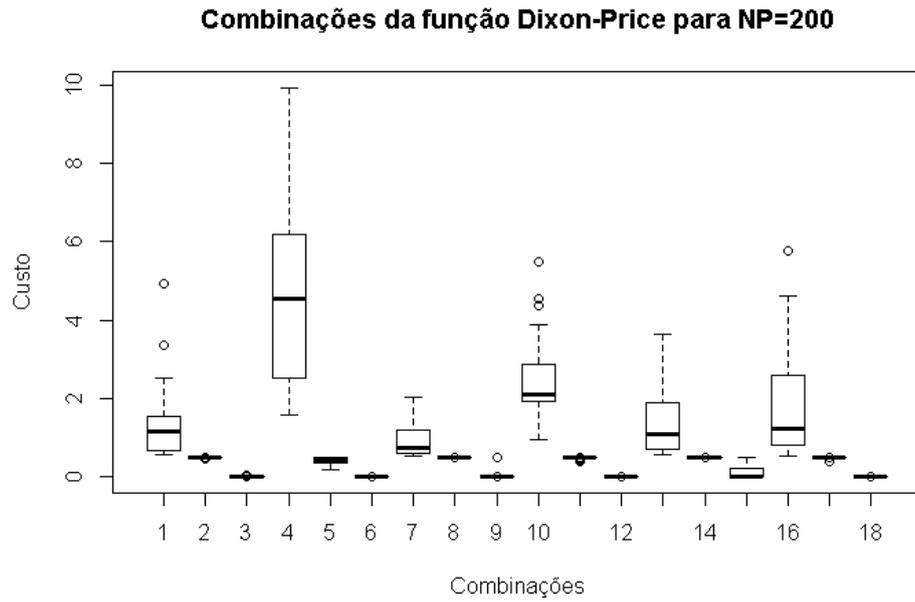
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 35 – Boxplot de todas as combinações da função Schwefel para $np=200$



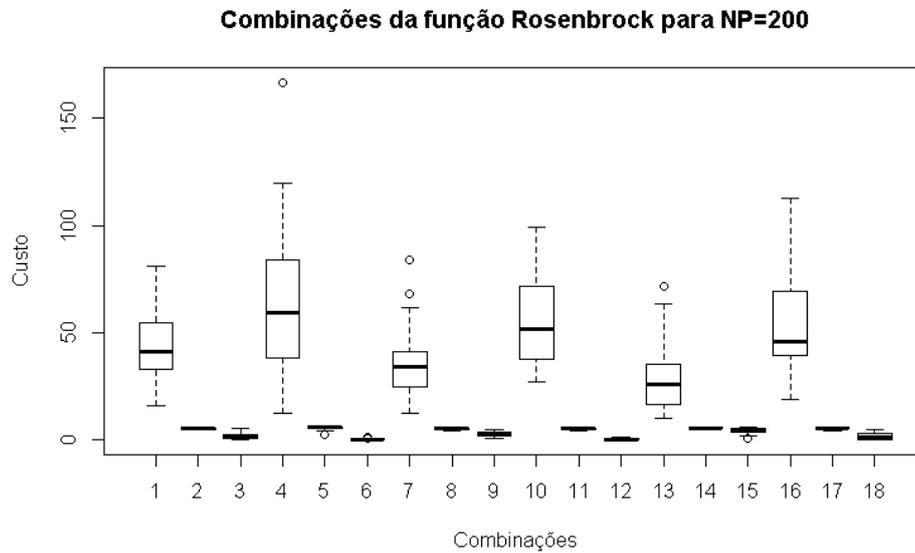
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 36 – Boxplot de todas as combinações da função Dixon-Price para $n_p=200$



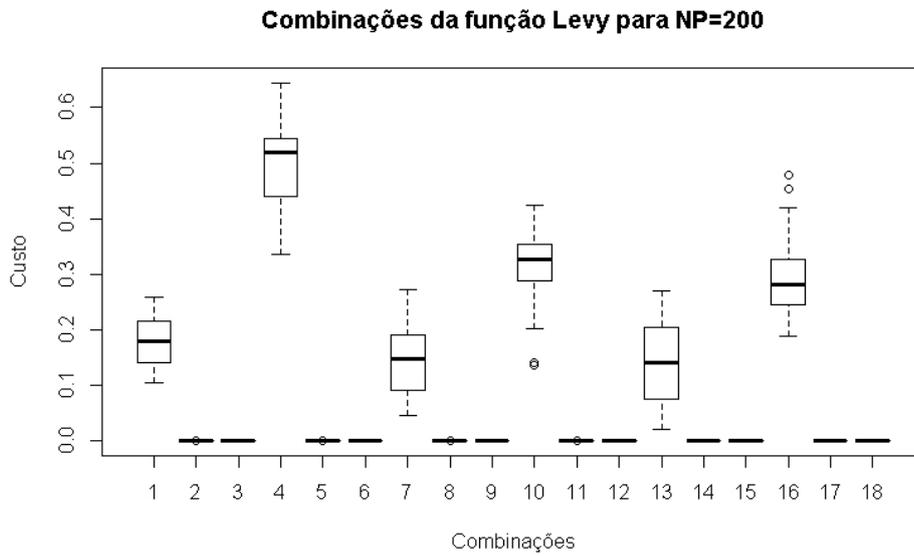
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 37 – Boxplot de todas as combinações da função Rosenbrock para $n_p=200$



Fonte: elaborado pelos autores

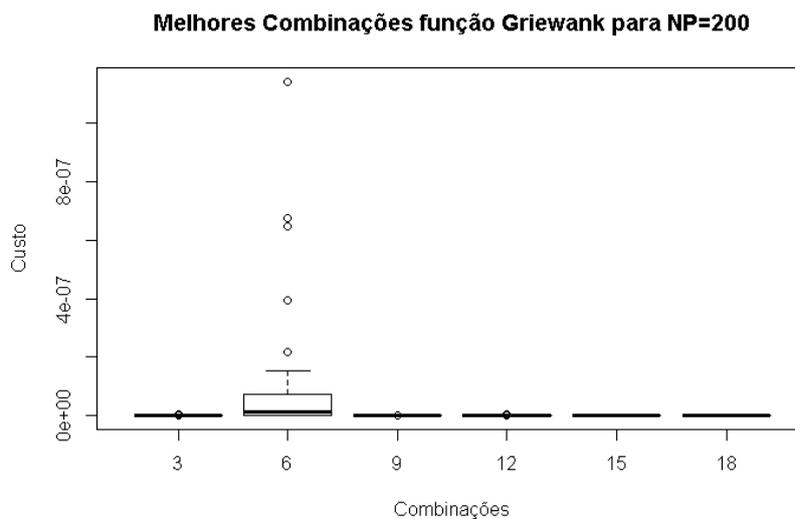
Figura 38 – Boxplot de todas as combinações da função Levy para np=200



Fonte: elaborado pelos autores

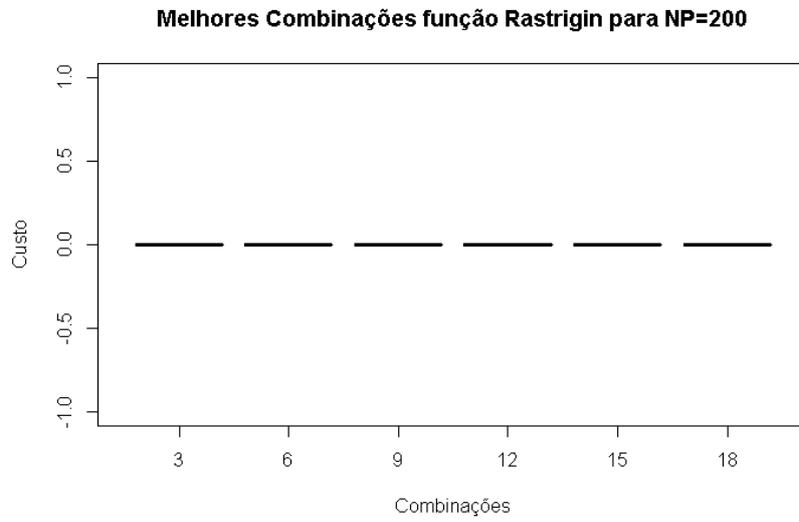
Agrupando as combinações que obtiveram os melhores resultados de custo de cada função no segundo teste, podemos observar que foram as mesmas do primeiro teste, ou seja, as combinações 3,6,9,12,15 e 18. Para uma melhor visualização, a seguir são apresentados os gráficos de caixa apenas dessas seis combinações:

Figura 39 – Boxplot das melhores combinações da função Griewank



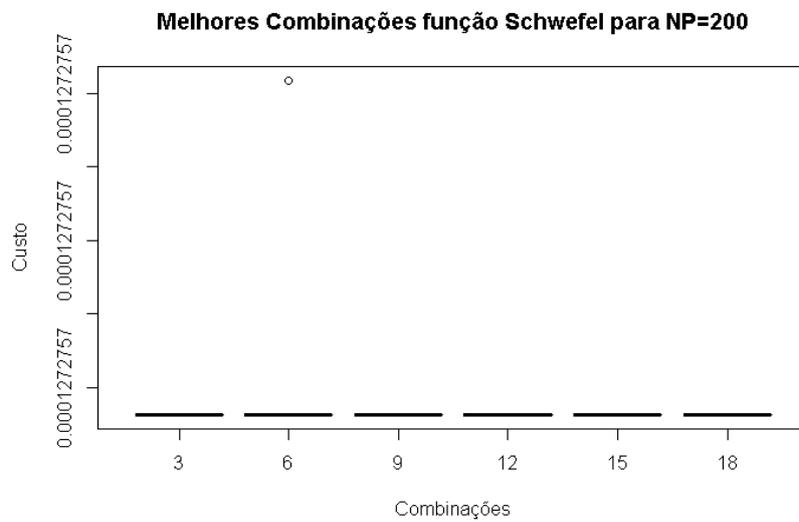
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 40 – Boxplot das melhores combinações da função Rastrigin



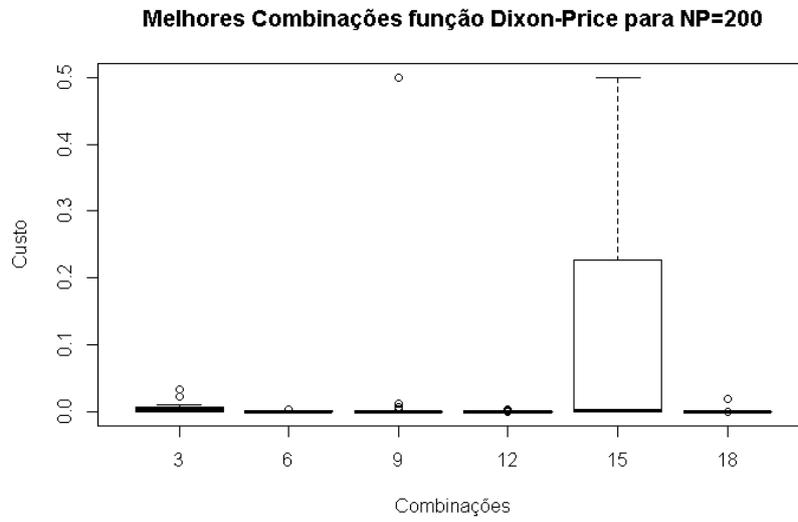
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 41 – Boxplot das melhores combinações da função Schwefel



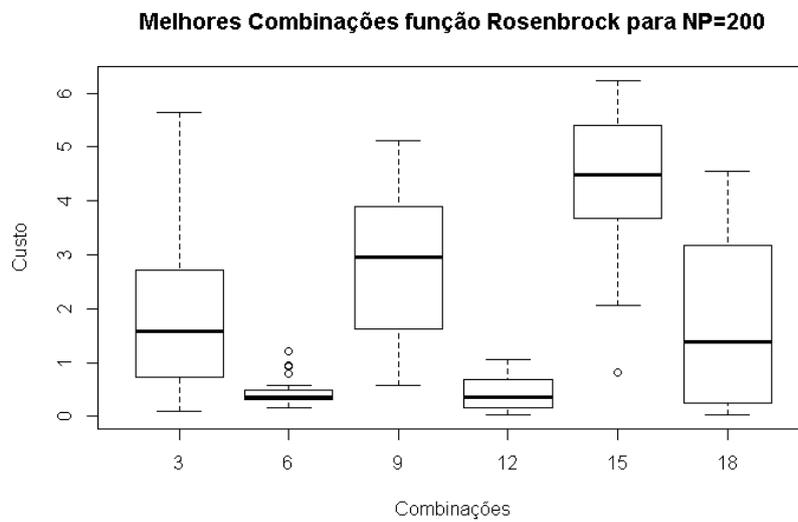
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 42 – Boxplot das melhores combinações da função Dixon-Price



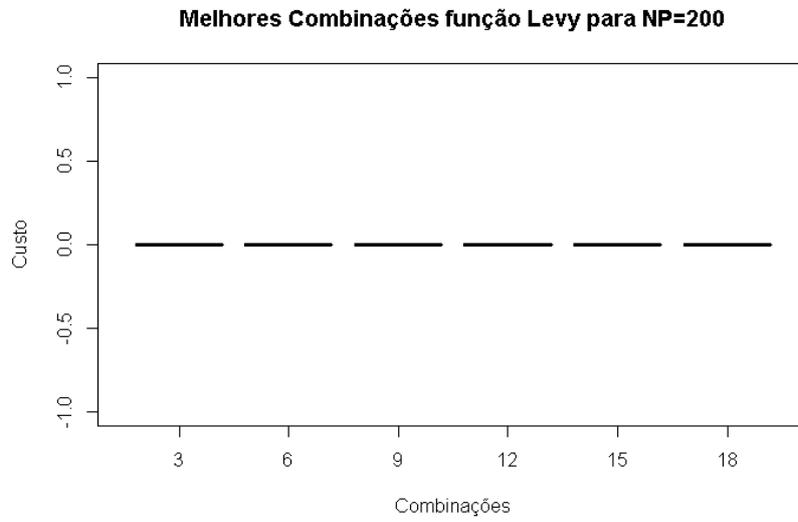
Fonte: elaborado pelos autores

Figura 43 – Boxplot das melhores combinações da função Rosenbrock



Fonte: elaborado pelos autores

Figura 44 – Boxplot das melhores combinações da função Levy



Fonte: elaborado pelos autores

7 Considerações Finais

A partir dos resultados obtidos, é possível observar que, no geral, as combinações que obtiveram a menor média de custo para os testes com população de 100 e 200 indivíduos foram as combinações 3,6,9,12,15 e 18. Dentre essas, as que se sobressaíram, sendo as mais adequadas para a maioria das funções (5 das 6 funções), foram as combinações 12 e 18.

A combinação 12 contém a seleção por torneio e a combinação 18 a seleção por Roleta e ambas são compostas pela mutação $DE/rand/1_{r_2}$ e *crossover* uniforme, ou seja, as estratégias de seleção e mutação que se destacaram foram as que não são originais do *DE*.

A combinação 3 é o *DE* original e apesar de ter tido bom desempenho para três das seis funções, ela não foi melhor que suas versões modificadas nas combinações 12 e 18.

As combinações que possuíam os *crossovers* $BLX-\alpha$ e aritmético não apresentaram resultados superiores às que continham o *crossover* uniforme, que nitidamente foi o melhor já que está presente em todas as 6 melhores combinações.

Os resultados dos custos encontrados pelos algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA* não foram melhores que os resultados das combinações 3,6,9,12,15 e 18, sendo assim, elas foram mais eficientes que ambos.

Conclui-se com esse trabalho que o uso de outras estratégias evolutivas de seleção e mutação não comumente utilizadas no *Differential Evolution* fizeram com que o mesmo apresentasse resultados mais precisos numericamente, ou seja, menores custos sendo mais eficientes que o algoritmo do *DE* original e os algoritmos genéticos *SGA+E* e *FGA*.

7.1 Trabalhos Futuros

Uma possível sugestão para a continuidade do presente trabalho, seria o teste de duas novas modificações na mutação original do *DE*. Ambas as modificações considerariam os termos: T como o indivíduo *target* ou alvo; F o peso da diferenciação; x_{r1} e x_{r2} indivíduos selecionados aleatoriamente na população.

A primeira modificação consistiria em utilizar o indivíduo *target* como sendo o indivíduo alvo da mutação e selecionar apenas um indivíduo x_{r1} .

- $v_i = T + F \cdot (x_{r1} - T)$ onde x_{r1} é o melhor indivíduo ou
- $v_i = T + F \cdot (T - x_{r1})$ onde T é o melhor indivíduo.

A segunda modificação na mutação seria usar o indivíduo *target* e selecionar dois indivíduos x_{r1} e x_{r2} aleatoriamente.

- $v_i = x_{r1} + F \cdot (T - x_{r2})$ onde T é o melhor indivíduo ou
- $v_i = T + F \cdot (x_{r1} - x_{r2})$ onde x_{r1} é o melhor indivíduo ou
- $v_i = T + F \cdot (x_{r2} - x_{r1})$ onde x_{r2} é o melhor indivíduo.

Observação: Nesses últimos dois itens, a posição do indivíduo *target* e do indivíduo que não é o melhor na diferenciação é escolhida com probabilidade de 0.5.

Referências

- ALBUQUERQUE, P. *et al.* *The R Project for Statistical Computing*. 2017. Disponível em: <<https://www.r-project.org/>>. Acesso em: 30 de abr. 2019. Citado na página 30.
- ARAUJO, R. L. d. *et al.* Evolução diferencial para problemas de otimização com restrições lineares. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2016. Disponível em: <http://www.ufjf.br/pgmc/files/2009/08/Dissertacao_Rodrigo_Lepauss.pdf>. Acesso em: 03 de jun. 2018. Citado nas páginas 21, 23 e 33.
- AURÉLIO, D. d. L. P. novo aurélio século xxi. *Editora Nova Fronteira*, 1999. Citado na página 13.
- ÁVILA, S. L. *et al.* *Algoritmos genéticos aplicados na otimização de antenas refletoras*. 2002. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2002. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/84439/188153.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 09 de jun. 2018. Citado na página 19.
- BEASLEY, C. R. *APOSTILA DE EXEMPLOS PARA O BIÓLOGO*. 2004. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/doc/contrib/Beasley-BioestatisticaUsandoR.pdf>>. Acesso em: 30 de abr. 2019. Citado na página 30.
- BRASIL, C. R. S. *Algoritmo evolutivo de muitos objetivos para predição ab initio de estrutura de proteínas*. 2012. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-20072012-163056/publico/christiane_versearevisada.pdf>. Acesso em: 10 de jun. 2018. Citado na página 21.
- COELLO, C. A. C. *et al.* *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Springer, 2002. Disponível em: <<https://link-springer-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/content/pdf/10.1007%2F978-1-4757-5184-0.pdf>>. Acesso em: 22 de jun. 2018. Citado na página 17.
- CUNHA, A. *OTIMIZAÇÃO DE ALOCAÇÃO DE ÔNIBUS E NÚMERO DE VIAGENS NAS LINHAS URBANAS DO MUNICÍPIO DE IBIRITÉ*. 2011. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUBD-9C5G8R/otimiza_o_de_aloca_o_de_nibus_e_n_mero_de_viagens_nas_linhas_urbanas_do_munic_pio_de_ibirit_.pdf?sequence=1>. Acesso em: 01 de maio 2018. Citado na página 13.
- ESTATCAMP. Teste de wilcoxon pareado. 2005. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/tecnicas-nao-parametricas/teste-de-wilcoxon-pareado>>. Acesso em: 16 de jun. 2018. Citado na página 29.
- FAN, H.-Y.; LIU, J.; LAMPINEN, J. Some improvement to the mutation donor of differential evolution. *Engineering Computations*, Emerald Group Publishing Limited, v. 27, n. 2, p. 225–242, 2010. Disponível em: <<https://www-emeraldinsight-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/doi/full/10.1108/02644401011022382>>. Acesso em: 22 de abr. 2018. Citado nas páginas 13 e 14.
- FILHO, F. O. M. M. *et al.* *Aplicação de modelos de estimação de fitness em algoritmos genéticos*. 2005. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2005. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/261755/1/MotaFilho_FranciscoOsvaldoMendes_M.pdf>. Acesso em: 09 de jun. 2018. Citado nas páginas 19, 20 e 22.

- FRANCIS, K. *Charles Darwin and the origin of species*. Greenwood Publishing Group, 2007. Disponível em: <http://www.evolbiol.ru/docs/docs/large_files/charles_darwin.pdf>. Acesso em: 14 de maio 2018. Citado nas páginas 13 e 19.
- GABRIEL, P. H. R.; DELBEM, A. C. B. *Fundamentos de algoritmos evolutivos*. ICMC-USP, 2008. Disponível em: <http://conteudo.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos_enviados/BIBLIOTECA_113_ND_75.pdf>. Acesso em: 22 de jun. 2018. Citado na página 17.
- GONÇALVES, P. P. *Comparação entre dois modelos de algoritmos genéticos utilizando diferentes funções de avaliação de minimização*. 2016. Disponível em: <<http://sistemas.timoteo.cefetmg.br/nos/bd:tcc:ec:2016:goncalves>>. Acesso em: 12 de março 2018. Citado nas páginas 13, 16, 23, 31 e 35.
- HARTER, H. L.; OWEN, D. B. *Selected tables in mathematical statistics*. American Mathematical Soc., 1973. v. 1. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=TH4A_39UkTkC&oi=fnd&pg=PA171&dq=Critical+values+and+probability+levels+for+the+wilcoxon+rank+sum+test+and+the+wilcoxon+signed+rank+test&ots=5EPCtz-Oq1&sig=Rxo27ALsF4y3qwOYvN7ZJHYVOfA#v=onepage&q=Critical%20values%20and%20probability%20levels%20for%20the%20wilcoxon%20rank%20sum%20test%20and%20the%20wilcoxon%20signed%20rank%20test&f=false>. Acesso em: 16 de jun. 2018. Citado na página 30.
- ISLAM, S. M. *et al.* An adaptive differential evolution algorithm with novel mutation and crossover strategies for global numerical optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 345 E. 47 th St. NY NY 10017-2394 United States, v. 42, n. 2, p. 482–500, 2012. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6046144/>>. Citado na página 15.
- JONG, K. A. D. *Evolutionary computation: a unified approach*. MIT press, 2006. Disponível em: <<https://link-springer-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s10710-007-9035-9>>. Acesso em: 14 de maio 2018. Citado nas páginas 13 e 19.
- MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. *Fundamentos de metodologia científica*. 7. ed. [S.l.]: editora Atlas S.A., 2010. Citado na página 31.
- OZCAN, H.; OZDEMIR, K.; CILOGLU, H. Optimum cost of an air cooling system by using differential evolution and particle swarm algorithms. *Energy and Buildings*, Elsevier, v. 65, p. 93–100, 2013. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877881300340X>>. Acesso em: 19 de maio 2018. Citado na página 15.
- PETENATE, A. *et al.* *Box Plot: como analisar e interpretar esse gráfico?* 2013. Disponível em: <<https://www.escolaedti.com.br/a-escola/>>. Acesso em: 17 de jun. 2019. Citado na página 44.
- PRICE, K.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. *Differential evolution: a practical approach to global optimization*. Harlow, England: Springer Science & Business Media, 2005. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=hakXI-dEhTkC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Differential+Evolution:+A+Practical+Approach+to+Global+Optimization+2005&ots=c--AHNIba1&sig=3hYY_Ac4TWor_M1p5y9rmOOpr4s>. Acesso em: 03 de fev. 2018. Citado nas páginas 13, 18, 19, 20 e 22.
- QIU, C.; LIU, M.; GONG, W. Differential evolution with tournament-based mutation operators. *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, International Journal of Computer Science Issues (IJCSI), v. 10, n. 2 Part 1, p. 180, 2013. Disponível em: <<https://ijcsi.org/papers/IJCSI-10-2-1-180-187.pdf>>. Acesso em: 07 de jun. 2018. Citado nas páginas 22 e 33.

RAZALI, N. M.; GERAGHTY, J. *et al.* Genetic algorithm performance with different selection strategies in solving tsp. In: INTERNATIONAL ASSOCIATION OF ENGINEERS HONG KONG. *Proceedings of the world congress on engineering*. 2011. v. 2, p. 1134–1139. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/010b/545848cfd29fe6e83987d494fdd00b486229.pdf>>. Acesso em: 15 de set. 2018. Citado na página 33.

SEGURA, C. *et al.* Using multi-objective evolutionary algorithms for single-objective optimization. *4OR*, Berlin Heidelberg, v. 11, n. 2, p. 202, 2013. Disponível em: <<https://link.springer-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s10288-013-0248-x>>. Acesso em: 22 Abr. 2018. Citado na página 13.

SERRANO, J. I.; CASTILLO, M. D. D. On the origin of the evolutionary computation species influences of darwin's theories on computer science. *Artificial Intelligence Review*, Springer, v. 38, n. 1, p. 41–54, 2012. Disponível em: <<https://link.springer-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s10462-011-9246-6>>. Acesso em: 13 de maio 2018. Citado na página 13.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23. ed. [S.l.]: Cortez editora, 2013. Citado na página 31.

SILVA, R. C. P. *UM ESTUDO SOBRE A AUTOADAPTAÇÃO DE PARÂMETROS NA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL*. 2010. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/menotti/monoll102/files/BCC391-102-vf-07.1.4116-RodrigoCesarPedrosaSilva.pdf>>. Acesso em: 19 de maio 2018. Citado na página 14.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, Springer, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1008202821328>>. Acesso em: 03 de fev. 2018. Citado na página 19.

SURJANOVIC, S.; BINGHAM, D. Virtual library of simulation experiments. *Test functions and datasets*, v. 16, 2015. Disponível em: <<http://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html>>. Acesso em: 16 de jun. 2018. Citado nas páginas 23, 24, 25, 26, 27 e 28.

WAZLAWICK, R. S. *Metodologia de Pesquisa para ciência da computação*. [s.n.], 2009. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAhXCsAL/metodologia-pesquisa-cien-raul-sidnei-wazlawick#>>. Acesso em: 22 de jun. 2018. Citado na página 31.

WEIHMANN, L.; MARTINS, D.; COELHO, L. dos S. Modified differential evolution approach for optimization of planar parallel manipulators force capabilities. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 39, n. 6, p. 6150–6156, 2012. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417411016459>>. Acesso em: 22 de abr. 2018. Citado nas páginas 13, 14 e 19.

WILCOXON, F. Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics bulletin*, JSTOR, v. 1, n. 6, p. 80–83, 1945. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3001968?seq=1#page_scan_tab_contents>. Acesso em: 16 de jun. 2018. Citado na página 29.

WLODARCZYK, A. *et al.* Task allocation in torus mesh networks using differential evolution. In: IEEE. *Systems Engineering (ICSEng)*, 2017 25th International Conference on. 2017. p. 193–198. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8121671/>>. Acesso em: 28 de maio 2018. Citado na página 15.

Apêndices

APÊNDICE A – Tabelas do Primeiro Teste

Nesta seção, estão as tabelas de cada função contendo os 25 melhores indivíduos, ou seja, os indivíduos que possuem o menor custo de cada combinação. Lembrando que, para o primeiro teste o número de gerações é igual a 600, a população é composta por 100 indivíduos e cada um desses indivíduos possuem 10 genes. O número de vezes que o algoritmo é executado para cada combinação de cada função é de 25 vezes sendo que, a cada execução é coletado o melhor indivíduo ficando ao final os 25 melhores indivíduos que serão apresentados a seguir.

Tabela 17 – Melhores indivíduos da função Griewank para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Griewank	1,57E+00	1,87E-01	1,67E-13	1,05E+00	2,29E-01	2,96E-07	7,98E-01	1,57E-01	0,00E+00
NP = 100	5,88E-01	2,42E-01	7,68E-10	1,43E+00	2,47E-01	8,02E-08	9,83E-01	1,40E-01	0,00E+00
	4,94E-01	2,04E-01	9,01E-13	2,04E+00	1,36E-01	1,81E-09	9,53E-01	2,35E-02	0,00E+00
	7,05E-01	2,58E-01	2,24E-09	1,66E+00	2,40E-01	2,53E-07	7,90E-01	1,40E-01	0,00E+00
	7,62E-01	1,08E-01	6,82E-07	6,68E-01	3,03E-01	2,60E-08	6,26E-01	1,39E-01	0,00E+00
	6,62E-01	2,51E-01	3,34E-13	3,36E+00	8,83E-02	7,84E-08	5,57E-01	1,33E-01	0,00E+00
	9,70E-01	1,92E-01	5,10E-11	1,25E+00	2,68E-01	3,71E-08	9,36E-01	1,40E-01	0,00E+00
	8,07E-01	1,10E-01	0,00E+00	8,71E-01	2,59E-01	8,57E-11	9,45E-01	1,67E-01	0,00E+00
	7,13E-01	1,89E-01	3,32E-12	1,76E+00	1,75E-01	2,19E-08	8,16E-01	7,14E-02	0,00E+00
	1,02E+00	1,12E-01	2,85E-11	1,39E+00	2,42E-01	5,54E-08	6,75E-01	1,27E-01	0,00E+00
	5,27E-01	1,77E-01	2,23E-09	1,36E+00	1,78E-01	2,99E-09	4,77E-01	1,59E-01	0,00E+00
	1,21E+00	1,24E-01	0,00E+00	1,75E+00	2,16E-01	2,30E-07	1,67E+00	1,83E-01	0,00E+00
	1,13E+00	1,72E-01	1,67E-13	8,62E-01	3,48E-01	2,52E-10	8,23E-01	1,69E-01	0,00E+00
	5,46E-01	1,71E-01	7,46E-08	5,42E-01	2,61E-01	1,61E-10	1,58E+00	1,42E-01	0,00E+00
	1,41E+00	2,03E-01	6,26E-13	1,55E+00	2,66E-01	4,54E-09	1,14E+00	1,45E-01	0,00E+00
	4,77E-01	1,57E-01	4,85E-08	1,28E+00	2,32E-01	8,46E-08	9,22E-01	1,97E-01	0,00E+00
	2,27E-01	2,12E-01	6,79E-11	1,48E+00	2,01E-01	4,79E-13	1,33E+00	1,68E-01	0,00E+00
	1,18E+00	1,63E-01	2,54E-11	6,06E-01	2,26E-01	2,26E-07	4,97E-01	1,64E-01	0,00E+00
	6,68E-01	1,67E-01	1,05E-12	2,43E+00	2,96E-01	7,10E-07	9,22E-01	1,30E-01	0,00E+00
	7,01E-01	2,32E-01	8,52E-10	8,09E-01	3,04E-01	3,94E-07	1,12E+00	1,90E-01	0,00E+00
	7,41E-01	2,19E-01	9,73E-11	2,26E+00	2,01E-01	1,70E-10	1,14E+00	1,20E-01	0,00E+00
	6,29E-01	1,81E-01	6,75E-11	1,18E+00	1,86E-01	3,22E-07	8,23E-01	5,50E-02	0,00E+00
	2,99E-01	1,87E-01	5,88E-11	2,01E+00	3,31E-01	8,48E-06	5,23E-01	1,84E-01	0,00E+00
	6,68E-01	1,74E-01	4,25E-12	1,92E+00	3,12E-01	1,22E-06	1,23E+00	1,48E-01	0,00E+00
	6,98E-01	1,51E-01	9,94E-09	1,36E+00	2,61E-01	2,50E-06	9,00E-01	1,25E-01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 18 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=100$

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Griewank	3,39E-01	1,68E-01	1,59E-09	9,03E-01	2,00E-01	0,00E+00	1,01E+00	2,97E-01	0,00E+00
NP = 100	1,49E+00	1,34E-01	7,40E-14	6,73E-01	1,01E-01	0,00E+00	7,20E-01	1,42E-01	0,00E+00
	9,66E-01	2,49E-01	1,39E-09	5,55E-01	1,51E-01	0,00E+00	1,05E+00	2,45E-01	0,00E+00
	5,86E-01	1,71E-01	0,00E+00	5,16E-01	1,46E-01	0,00E+00	1,29E+00	2,09E-01	0,00E+00
	1,24E+00	2,08E-01	3,18E-12	8,18E-01	1,44E-01	0,00E+00	1,09E+00	1,71E-01	0,00E+00
	2,32E+00	1,62E-01	1,90E-14	4,14E-01	2,17E-02	0,00E+00	2,89E-01	1,90E-01	0,00E+00
	1,37E+00	2,20E-01	0,00E+00	3,02E-01	1,27E-01	0,00E+00	8,84E-01	2,04E-01	0,00E+00
	6,99E-01	1,93E-01	1,90E-14	4,08E-01	1,60E-01	0,00E+00	1,32E+00	1,15E-01	0,00E+00
	1,10E+00	1,32E-01	0,00E+00	5,85E-01	1,76E-01	0,00E+00	5,73E-01	1,44E-01	0,00E+00
	6,71E-01	2,82E-01	4,12E-07	1,20E+00	1,34E-01	0,00E+00	8,14E-01	2,37E-01	0,00E+00
	1,18E+00	1,98E-01	8,08E-10	3,53E-01	1,23E-01	0,00E+00	1,70E+00	2,08E-01	0,00E+00
	1,56E+00	1,31E-01	2,00E-15	5,61E-01	1,53E-01	0,00E+00	1,38E+00	1,62E-01	0,00E+00
	9,85E-01	1,63E-01	1,81E-10	9,87E-01	1,26E-01	0,00E+00	1,08E+00	2,86E-01	0,00E+00
	9,80E-01	1,87E-01	1,85E-12	5,63E-01	1,10E-01	0,00E+00	9,46E-01	1,86E-01	0,00E+00
	9,98E-01	2,90E-01	3,00E-15	6,14E-01	1,66E-01	0,00E+00	5,29E-01	1,64E-01	0,00E+00
	1,26E+00	2,17E-01	1,77E-11	7,87E-01	1,63E-01	0,00E+00	8,33E-01	2,21E-01	0,00E+00
	1,10E+00	2,54E-01	0,00E+00	7,35E-01	1,01E-01	0,00E+00	1,51E+00	2,29E-01	0,00E+00
	7,85E-01	1,21E-01	1,00E-15	8,03E-01	1,47E-01	0,00E+00	1,42E+00	3,63E-01	0,00E+00
	6,50E-01	1,56E-01	0,00E+00	5,14E-01	1,71E-01	0,00E+00	1,15E+00	2,46E-01	0,00E+00
	1,51E+00	1,57E-01	2,77E-13	4,85E-01	9,00E-02	0,00E+00	7,59E-01	2,39E-01	0,00E+00
	1,22E+00	1,29E-01	4,00E-15	5,39E-01	1,55E-01	0,00E+00	8,97E-01	8,62E-02	0,00E+00
	5,09E-01	2,02E-01	8,20E-08	1,17E+00	1,92E-01	0,00E+00	1,12E+00	2,49E-01	0,00E+00
	8,20E-01	1,77E-01	7,70E-12	1,03E+00	2,15E-01	0,00E+00	1,16E+00	2,25E-01	0,00E+00
	1,32E+00	2,08E-01	1,84E-06	9,28E-01	1,47E-01	0,00E+00	1,76E+00	2,31E-01	0,00E+00
	1,27E+00	2,35E-01	1,31E-10	3,28E-01	1,48E-01	0,00E+00	9,20E-01	2,61E-01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 19 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rastrigin	7,69E-03	2,41E+01	0,00E+00	6,89E-01	2,49E+01	0,00E+00	6,85E-01	1,92E+01	0,00E+00
NP = 100	6,33E-01	1,77E+01	0,00E+00	6,61E+00	2,22E+01	0,00E+00	1,93E-01	1,25E+01	0,00E+00
	4,06E-01	1,69E+01	0,00E+00	2,23E-01	2,41E+01	0,00E+00	6,03E+00	1,39E+01	0,00E+00
	1,05E+00	2,09E+01	0,00E+00	2,53E+00	2,02E+01	0,00E+00	3,06E+00	1,52E+01	0,00E+00
	2,28E-01	2,05E+01	0,00E+00	3,49E+00	2,49E+01	0,00E+00	1,94E-01	1,54E+01	0,00E+00
	1,04E+00	1,80E+01	0,00E+00	3,04E-01	2,25E+01	0,00E+00	2,41E+00	1,37E+01	0,00E+00
	1,41E+00	1,96E+01	0,00E+00	4,40E+00	1,85E+01	0,00E+00	1,12E+00	1,51E+01	0,00E+00
	9,87E-01	2,21E+01	0,00E+00	1,14E+00	2,40E+01	0,00E+00	9,93E-01	9,42E+00	0,00E+00
	2,00E+00	1,72E+01	0,00E+00	8,60E-01	2,25E+01	0,00E+00	2,48E-01	1,67E+01	0,00E+00
	1,85E+00	1,85E+01	0,00E+00	7,62E-01	1,33E+01	0,00E+00	4,09E-01	1,81E+01	0,00E+00
	1,26E+00	1,91E+01	0,00E+00	6,69E-01	1,97E+01	0,00E+00	4,05E+00	1,93E+01	0,00E+00
	1,04E+00	2,54E+01	0,00E+00	1,58E+00	2,53E+01	0,00E+00	1,56E+00	1,86E+01	0,00E+00
	3,42E-01	2,13E+01	0,00E+00	4,59E-01	2,66E+01	0,00E+00	7,80E-01	1,62E+01	0,00E+00
	1,03E+00	2,18E+01	0,00E+00	1,68E+00	2,20E+01	0,00E+00	1,02E+00	1,05E+01	0,00E+00
	1,46E+00	1,88E+01	0,00E+00	4,69E-01	2,22E+01	0,00E+00	1,39E+00	1,73E+01	0,00E+00
	1,17E+00	2,08E+01	0,00E+00	2,67E+00	2,68E+01	0,00E+00	2,23E+00	1,55E+01	0,00E+00
	2,79E-02	2,60E+01	0,00E+00	1,35E+00	1,92E+01	0,00E+00	2,28E+00	1,72E+01	0,00E+00
	1,01E+00	1,94E+01	0,00E+00	2,12E+00	2,34E+01	0,00E+00	1,04E+00	1,58E+01	0,00E+00
	1,12E-01	1,96E+01	0,00E+00	3,44E+00	2,28E+01	0,00E+00	1,01E+00	1,49E+01	0,00E+00
	2,46E-01	2,21E+01	0,00E+00	6,31E-01	2,49E+01	0,00E+00	2,87E+00	1,36E+01	0,00E+00
	1,62E+00	1,54E+01	0,00E+00	1,55E+00	2,04E+01	0,00E+00	1,45E+00	1,63E+01	0,00E+00
	1,00E+00	2,04E+01	0,00E+00	3,55E+00	2,36E+01	0,00E+00	1,36E+00	1,56E+01	0,00E+00
	8,27E-01	1,78E+01	0,00E+00	1,83E+00	2,18E+01	0,00E+00	7,24E-01	1,47E+01	0,00E+00
	1,19E-01	2,17E+01	0,00E+00	2,12E+00	2,39E+01	0,00E+00	1,06E-01	1,21E+01	0,00E+00
	4,55E-02	1,47E+01	0,00E+00	1,37E+00	2,04E+01	0,00E+00	2,04E+00	1,79E+01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 20 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para np=100

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Rastrigin	9,13E-01	1,98E+01	0,00E+00	2,38E+00	1,96E+01	0,00E+00	3,41E+00	1,75E+01	0,00E+00
NP = 100	5,93E-01	1,97E+01	0,00E+00	1,48E+00	1,40E+01	0,00E+00	7,37E-01	2,39E+01	0,00E+00
	4,74E+00	1,43E+01	0,00E+00	2,02E+00	1,45E+01	0,00E+00	3,81E-01	2,33E+01	0,00E+00
	4,06E+00	2,15E+01	0,00E+00	4,09E-01	2,28E+01	0,00E+00	2,06E+00	1,96E+01	0,00E+00
	1,26E+00	1,93E+01	0,00E+00	9,68E-01	1,71E+01	0,00E+00	3,55E+00	1,59E+01	0,00E+00
	9,05E-01	1,91E+01	0,00E+00	1,12E+00	2,05E+01	0,00E+00	1,87E+00	2,22E+01	0,00E+00
	4,57E-01	2,04E+01	0,00E+00	1,77E+00	2,18E+01	0,00E+00	3,45E+00	1,29E+01	0,00E+00
	8,60E-01	2,33E+01	0,00E+00	1,83E+00	1,95E+01	0,00E+00	8,76E-01	2,66E+01	0,00E+00
	7,31E-01	2,38E+01	0,00E+00	1,31E+00	1,97E+01	0,00E+00	2,10E+00	2,25E+01	0,00E+00
	1,36E+00	1,91E+01	0,00E+00	1,41E+00	1,62E+01	0,00E+00	1,10E+00	2,79E+01	0,00E+00
	6,03E+00	2,30E+01	0,00E+00	6,18E-01	1,31E+01	0,00E+00	1,79E+00	2,04E+01	0,00E+00
	8,03E-01	2,37E+01	0,00E+00	1,42E+00	1,67E+01	0,00E+00	8,93E-01	1,83E+01	0,00E+00
	3,49E-01	2,59E+01	0,00E+00	4,71E-01	2,20E+01	0,00E+00	6,71E-01	2,09E+01	0,00E+00
	1,57E+00	2,11E+01	0,00E+00	2,47E-01	1,96E+01	0,00E+00	1,52E+00	1,96E+01	0,00E+00
	3,73E+00	2,06E+01	0,00E+00	2,02E+00	2,82E+01	0,00E+00	1,30E+00	1,86E+01	0,00E+00
	1,81E+00	1,79E+01	0,00E+00	4,52E-01	1,72E+01	0,00E+00	2,19E+00	1,73E+01	0,00E+00
	4,64E-01	1,96E+01	0,00E+00	3,27E+00	1,97E+01	0,00E+00	6,22E-01	1,83E+01	0,00E+00
	3,86E+00	1,67E+01	0,00E+00	2,53E+00	1,75E+01	0,00E+00	3,54E-01	2,22E+01	0,00E+00
	2,34E+00	1,84E+01	0,00E+00	4,35E+00	1,73E+01	0,00E+00	1,43E+00	1,55E+01	0,00E+00
	1,29E+00	2,39E+01	0,00E+00	9,70E-01	2,19E+01	0,00E+00	1,88E+00	2,17E+01	0,00E+00
	3,74E+00	2,07E+01	0,00E+00	1,05E+00	1,37E+01	0,00E+00	1,35E+00	2,22E+01	0,00E+00
	2,18E+00	2,39E+01	0,00E+00	1,46E+00	1,90E+01	0,00E+00	2,93E+00	2,39E+01	0,00E+00
	1,84E+00	1,95E+01	0,00E+00	1,17E+00	1,96E+01	0,00E+00	7,57E-01	2,13E+01	0,00E+00
	2,72E+00	2,17E+01	0,00E+00	1,46E+00	1,64E+01	0,00E+00	1,02E+00	2,21E+01	0,00E+00
	1,58E+00	1,62E+01	0,00E+00	2,70E+00	1,52E+01	0,00E+00	1,35E+00	1,61E+01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 21 – Melhores indivíduos da função Schwefel para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Schwefel	1,74E+03	1,52E+03	1,27E-04	1,91E+03	1,55E+03	1,27E-04	1,57E+03	1,29E+03	1,27E-04
NP = 100	2,19E+03	1,59E+03	1,27E-04	2,55E+03	9,77E+02	1,27E-04	1,27E+03	1,34E+03	1,27E-04
	2,01E+03	1,17E+03	1,27E-04	2,49E+03	1,53E+03	1,27E-04	2,02E+03	1,29E+03	1,27E-04
	2,08E+03	1,44E+03	1,27E-04	2,58E+03	1,55E+03	1,27E-04	1,61E+03	1,07E+03	1,27E-04
	1,67E+03	1,30E+03	1,27E-04	2,15E+03	1,34E+03	1,27E-04	1,80E+03	1,15E+03	1,27E-04
	7,72E+02	1,35E+03	1,27E-04	2,64E+03	1,57E+03	1,27E-04	8,85E+02	6,89E+02	1,27E-04
	1,88E+03	1,45E+03	1,27E-04	2,39E+03	1,57E+03	1,27E-04	1,80E+03	1,16E+03	1,27E-04
	1,98E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,64E+03	1,47E+03	1,27E-04	1,36E+03	1,12E+03	1,27E-04
	1,85E+03	1,50E+03	1,27E-04	2,56E+03	1,38E+03	1,27E-04	2,21E+03	1,06E+03	1,27E-04
	2,03E+03	1,31E+03	1,27E-04	2,55E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,58E+03	1,22E+03	1,27E-04
	1,91E+03	1,08E+03	1,27E-04	2,43E+03	1,43E+03	1,27E-04	7,91E+02	1,42E+03	1,27E-04
	2,07E+03	1,58E+03	1,27E-04	2,63E+03	1,40E+03	1,27E-04	1,56E+03	1,24E+03	1,27E-04
	1,95E+03	5,41E+02	1,27E-04	2,59E+03	1,49E+03	1,27E-04	1,48E+03	9,83E+02	1,27E-04
	1,97E+03	1,11E+03	1,27E-04	2,50E+03	1,37E+03	1,27E-04	1,63E+03	1,16E+03	1,27E-04
	1,95E+03	1,40E+03	1,27E-04	2,57E+03	1,58E+03	1,27E-04	1,47E+03	1,21E+03	1,27E-04
	1,38E+03	1,25E+03	1,27E-04	2,50E+03	1,32E+03	1,27E-04	1,85E+03	1,40E+03	1,27E-04
	1,02E+03	1,55E+03	1,27E-04	2,68E+03	1,41E+03	1,27E-04	1,44E+03	1,29E+03	1,27E-04
	1,69E+03	1,50E+03	1,27E-04	2,64E+03	1,08E+03	1,27E-04	1,53E+03	9,59E+02	1,27E-04
	1,84E+03	1,32E+03	1,27E-04	2,64E+03	1,36E+03	1,27E-04	2,04E+03	9,70E+02	1,27E-04
	1,99E+03	1,23E+03	1,27E-04	2,35E+03	1,53E+03	1,27E-04	1,57E+03	1,27E+03	1,27E-04
	2,25E+03	1,05E+03	1,27E-04	2,42E+03	1,57E+03	1,27E-04	9,01E+02	1,10E+03	1,27E-04
	1,86E+03	1,30E+03	1,27E-04	2,65E+03	1,34E+03	1,27E-04	2,10E+03	1,24E+03	1,27E-04
	1,55E+03	1,20E+03	1,27E-04	2,68E+03	1,42E+03	1,27E-04	1,86E+03	1,18E+03	1,27E-04
	1,99E+03	1,38E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,20E+03	1,27E-04	1,72E+03	1,22E+03	1,27E-04
	1,59E+03	1,45E+03	1,27E-04	2,62E+03	1,55E+03	1,27E-04	1,55E+03	1,13E+03	1,27E-04

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 22 – Melhores indivíduos da função Schwefel para np=100

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Schwefel	2,53E+03	1,30E+03	1,27E-04	1,67E+03	1,10E+03	1,27E-04	2,32E+16	1,49E+03	1,27E-04
NP = 100	2,41E+03	1,20E+03	1,27E-04	1,61E+03	9,39E+02	1,27E-04	2,72E+15	1,50E+03	1,27E-04
	2,34E+03	1,28E+03	1,27E-04	2,07E+03	1,38E+03	1,27E-04	2,58E+16	1,50E+03	1,27E-04
	2,35E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,65E+03	1,26E+03	1,27E-04	2,36E+15	1,48E+03	1,27E-04
	2,30E+03	1,18E+03	1,27E-04	1,74E+03	1,23E+03	1,27E-04	2,56E+16	1,42E+03	1,27E-04
	2,50E+03	1,31E+03	1,27E-04	7,84E+02	1,00E+03	1,27E-04	2,72E+16	1,44E+03	1,27E-04
	2,33E+03	1,47E+03	1,27E-04	2,39E+03	1,38E+03	1,27E-04	2,65E+16	1,64E+03	1,27E-04
	2,27E+03	1,56E+03	1,27E-04	1,91E+03	1,25E+03	1,27E-04	2,42E+15	1,50E+03	1,27E-04
	2,11E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,61E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,52E+16	1,51E+03	1,27E-04
	2,09E+03	1,57E+03	1,27E-04	1,88E+03	1,41E+03	1,27E-04	2,27E+16	1,28E+03	1,27E-04
	2,27E+03	1,27E+03	1,27E-04	1,71E+03	1,48E+03	1,27E-04	2,40E+16	1,41E+03	1,27E-04
	2,43E+03	1,40E+03	1,27E-04	1,40E+03	1,37E+03	1,27E-04	2,38E+16	1,44E+03	1,27E-04
	2,24E+03	1,14E+03	1,27E-04	1,88E+03	1,46E+03	1,27E-04	2,71E+14	1,59E+03	1,27E-04
	2,06E+03	1,20E+03	1,27E-04	1,99E+03	1,36E+03	1,27E-04	2,73E+16	1,49E+03	1,27E-04
	2,37E+03	1,37E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,45E+03	1,27E-04	2,66E+14	1,27E+03	1,27E-04
	1,69E+03	1,24E+03	1,27E-04	1,69E+03	1,32E+03	1,27E-04	2,70E+15	1,33E+03	1,27E-04
	2,42E+03	1,42E+03	1,27E-04	2,00E+03	1,29E+03	1,27E-04	2,70E+16	1,25E+03	1,27E-04
	2,46E+03	1,44E+03	1,27E-04	1,52E+03	1,28E+03	1,27E-04	2,45E+15	1,40E+03	1,27E-04
	1,95E+03	1,17E+03	1,27E-04	1,35E+03	1,14E+03	1,27E-04	2,49E+15	1,09E+03	1,27E-04
	2,30E+03	1,18E+03	1,27E-04	1,62E+03	1,39E+03	1,27E-04	2,79E+15	1,63E+03	1,27E-04
	2,43E+03	1,40E+03	1,27E-04	2,20E+03	1,45E+03	1,27E-04	2,67E+16	1,22E+03	1,27E-04
	2,10E+03	1,48E+03	1,27E-04	2,01E+03	1,20E+03	1,27E-04	2,65E+15	1,40E+03	1,27E-04
	2,31E+03	1,34E+03	1,27E-04	1,79E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,63E+16	1,07E+03	1,27E-04
	2,33E+03	1,50E+03	1,27E-04	2,02E+03	1,37E+03	1,27E-04	2,56E+15	1,56E+03	1,27E-04
	2,40E+03	1,47E+03	1,27E-04	2,04E+03	1,30E+03	1,27E-04	2,56E+15	1,54E+03	1,27E-04

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 23 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dixon-Price	2,81E+00	5,00E-01	6,86E-03	3,52E+00	2,16E-01	5,77E-04	5,59E-01	5,00E-01	3,35E-04
NP = 100	2,44E+00	5,00E-01	1,59E-03	5,11E+00	5,00E-01	2,03E-02	1,30E+00	5,00E-01	8,81E-05
	3,75E+00	5,00E-01	1,17E-02	6,35E+00	5,01E-01	1,31E-03	9,99E-01	5,00E-01	4,46E-04
	1,45E+00	5,00E-01	1,59E-04	1,71E+00	5,01E-01	2,15E-03	1,77E+00	5,00E-01	7,91E-07
	1,33E+00	5,00E-01	7,85E-03	3,19E+00	5,01E-01	2,36E-02	3,49E+00	5,00E-01	1,33E-02
	3,00E+00	5,00E-01	2,49E-03	1,07E+01	5,01E-01	6,34E-05	7,96E+00	5,00E-01	1,26E-03
	6,23E-01	5,00E-01	5,41E-04	8,64E+00	2,91E-01	4,68E-04	2,74E+00	5,00E-01	5,00E-01
	7,29E-01	5,00E-01	1,47E-03	4,50E+00	5,00E-01	1,40E-04	1,31E+00	5,00E-01	9,22E-03
	4,50E+00	5,00E-01	6,00E-05	2,92E+00	2,03E-01	2,26E-04	1,35E+01	5,00E-01	5,00E-01
	7,40E+00	5,00E-01	4,50E-04	2,98E+00	4,84E-01	9,58E-04	3,10E+00	5,00E-01	2,24E-08
	2,78E+00	5,00E-01	7,08E-04	2,12E+00	5,01E-01	6,57E-05	6,05E+00	5,00E-01	4,86E-07
	3,39E+00	5,00E-01	1,38E-03	1,02E+01	5,01E-01	3,36E-04	6,29E-01	5,00E-01	2,09E-03
	6,03E+00	5,00E-01	3,50E-03	3,73E+00	3,76E-01	5,06E-04	3,51E+00	5,00E-01	4,09E-01
	7,89E+00	5,00E-01	1,21E-03	9,32E+00	3,90E-01	1,25E-04	5,36E-01	5,00E-01	2,27E-06
	1,17E+01	5,00E-01	7,54E-04	7,02E+00	5,01E-01	3,28E-04	3,31E+00	5,00E-01	1,90E-05
	6,57E+00	5,00E-01	2,79E-03	7,04E+00	4,56E-01	8,21E-04	4,93E+00	5,00E-01	5,00E-01
	4,84E+00	5,00E-01	1,62E-03	7,68E+00	5,00E-01	9,80E-04	2,93E+00	5,00E-01	1,25E-02
	4,80E+00	5,00E-01	1,86E-03	9,33E+00	2,50E-01	5,74E-05	1,34E+01	5,00E-01	1,65E-04
	9,45E-01	5,00E-01	2,97E-03	5,43E+00	5,01E-01	4,58E-03	9,12E+00	5,00E-01	1,12E-05
	2,43E+00	5,00E-01	5,26E-03	2,86E+01	5,01E-01	4,74E-04	8,99E+00	5,00E-01	9,62E-04
	1,23E+00	3,33E-01	1,43E-02	7,88E+00	5,01E-01	7,31E-05	7,42E-01	5,00E-01	5,00E-01
	5,05E+00	5,00E-01	2,30E-03	2,06E+00	5,01E-01	5,79E-04	3,20E+00	5,00E-01	1,30E-03
	2,22E+00	5,00E-01	9,93E-04	3,51E+00	4,54E-01	3,46E-05	1,41E+01	5,00E-01	4,17E-07
	1,47E+00	5,00E-01	4,01E-04	1,16E+01	5,00E-01	2,74E-04	1,49E+00	5,00E-01	1,49E-05
	9,10E-01	5,00E-01	6,22E-03	6,43E+00	5,01E-01	3,27E-03	8,84E+00	5,00E-01	2,32E-06

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 24 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para np=100

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Dixon-Price	1,08E+01	5,00E-01	1,64E-05	1,53E+00	5,00E-01	4,41E-08	5,30E+00	5,00E-01	1,65E-06
NP = 100	2,78E+00	5,00E-01	3,50E-04	3,69E+00	5,00E-01	3,60E-04	1,98E+00	5,00E-01	5,45E-07
	8,85E+00	5,00E-01	1,22E-06	7,71E-01	5,00E-01	6,15E-06	1,16E+00	5,00E-01	2,31E-05
	1,34E+00	5,00E-01	2,46E-04	1,91E+00	5,00E-01	2,85E-06	4,84E+00	5,00E-01	5,47E-02
	1,04E+00	5,00E-01	1,67E-07	8,44E-01	5,00E-01	1,26E-05	1,46E+00	5,00E-01	1,31E-06
	2,25E+00	2,80E-01	1,98E-05	3,21E+00	5,00E-01	1,81E-01	1,18E+00	5,00E-01	1,13E-05
	1,29E+00	5,00E-01	7,82E-05	1,10E+00	5,00E-01	4,07E-02	4,73E+00	5,00E-01	5,49E-04
	3,32E+00	5,00E-01	1,78E-04	3,81E+00	5,00E-01	2,80E-05	1,80E+00	5,01E-01	8,28E-06
	2,76E+00	5,00E-01	5,49E-04	5,02E+00	5,00E-01	5,00E-01	7,88E-01	5,00E-01	4,14E-10
	2,76E+00	5,00E-01	1,99E-06	1,16E+01	5,00E-01	6,67E-05	1,37E+00	5,00E-01	1,41E-05
	3,62E+00	5,01E-01	8,29E-07	8,00E+00	5,00E-01	1,58E-01	1,41E+00	5,00E-01	3,42E-04
	5,02E+00	5,00E-01	2,36E-03	3,70E+00	4,85E-01	8,96E-02	5,88E-01	5,00E-01	2,50E-08
	1,86E+00	5,00E-01	6,63E-06	5,71E+00	5,00E-01	1,58E-09	1,97E+00	4,81E-01	6,43E-06
	4,27E+00	5,00E-01	2,15E-05	3,47E+00	5,00E-01	5,00E-01	1,48E+00	5,00E-01	8,18E-06
	4,68E+00	5,00E-01	3,43E-06	1,40E+00	5,00E-01	1,35E-02	1,25E+01	5,00E-01	2,22E-05
	3,05E+00	5,00E-01	3,96E-05	5,33E+00	5,00E-01	1,16E-04	9,07E-01	5,00E-01	7,35E-05
	6,34E+00	5,00E-01	1,14E-05	2,59E+00	5,00E-01	9,44E-05	3,60E+00	5,00E-01	1,38E-06
	3,82E+00	5,00E-01	1,10E-04	1,06E+00	5,00E-01	6,39E-05	2,67E+00	5,00E-01	1,89E-04
	5,34E+00	5,00E-01	2,58E-05	1,22E+00	5,00E-01	1,05E-09	8,88E-01	3,24E-01	3,12E-07
	1,89E+00	5,00E-01	3,56E-05	5,51E-01	5,00E-01	7,12E-10	1,55E+00	5,01E-01	9,94E-05
	3,60E+00	5,00E-01	8,52E-06	6,60E+00	5,00E-01	2,81E-11	1,83E+00	5,00E-01	2,30E-07
	2,65E+00	4,83E-01	5,40E-05	2,25E+00	5,00E-01	1,14E-06	7,03E+00	5,00E-01	1,53E-06
	1,03E+01	5,00E-01	1,92E-04	2,55E+00	5,00E-01	6,97E-07	6,47E+00	5,00E-01	3,04E-05
	5,89E+00	5,00E-01	7,46E-05	1,95E+00	5,00E-01	5,00E-01	5,00E+00	5,00E-01	2,61E-07
	1,59E+00	5,00E-01	1,15E-06	8,95E-01	5,00E-01	5,00E-01	1,61E+00	5,00E-01	5,09E-06

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 25 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rosenbrock	2,14E+01	4,75E+00	2,96E+00	6,19E+01	5,03E+00	3,68E-01	4,27E+01	5,16E+00	5,06E+00
NP = 100	1,30E+01	5,63E+00	1,08E+00	1,37E+02	5,97E+00	1,16E+00	3,02E+01	5,16E+00	1,97E+00
	2,05E+01	5,49E+00	1,77E+00	8,65E+01	6,00E+00	2,32E+00	8,85E+00	4,69E+00	3,67E+00
	2,57E+01	5,71E+00	3,97E+00	1,98E+02	6,15E+00	5,17E-01	1,23E+01	5,69E+00	4,92E+00
	3,26E+01	5,95E+00	4,88E+00	1,28E+02	5,67E+00	4,63E-01	1,28E+01	5,00E+00	2,94E+00
	6,36E+00	6,36E+00	1,70E+00	5,63E+01	5,60E+00	1,58E+00	1,23E+01	4,92E+00	2,12E+00
	5,61E+01	5,60E+00	2,51E-01	7,64E+01	6,81E+00	5,59E-01	2,04E+01	5,22E+00	6,46E+00
	2,30E+01	5,47E+00	3,14E+00	2,28E+02	6,12E+00	8,46E-01	7,04E+01	4,86E+00	5,06E+00
	2,13E+01	5,00E+00	2,35E-01	1,99E+02	6,30E+00	4,54E-01	1,52E+01	5,28E+00	2,83E+00
	2,80E+01	5,17E+00	1,69E+00	1,75E+02	6,06E+00	5,94E-01	2,80E+01	5,37E+00	2,58E+00
	1,93E+01	5,84E+00	5,35E+00	1,01E+02	6,53E+00	2,64E-01	6,18E+01	4,67E+00	5,61E+00
	3,65E+01	5,00E+00	2,64E+00	1,91E+02	6,92E+00	2,61E-01	1,62E+01	5,73E+00	5,24E-01
	1,32E+01	5,17E+00	3,74E+00	8,47E+01	6,29E+00	6,34E-01	2,11E+01	5,46E+00	5,20E+00
	1,25E+01	5,93E+00	3,01E+00	1,15E+02	5,15E+00	1,14E+00	8,72E+00	5,88E+00	3,22E+00
	3,89E+01	5,95E+00	1,01E+00	1,94E+02	4,70E+00	9,83E-01	1,63E+01	5,07E+00	3,88E+00
	3,04E+01	4,65E+00	4,74E+00	8,31E+01	6,11E+00	8,36E-01	4,20E+01	5,80E+00	3,99E+00
	3,78E+01	4,89E+00	1,94E+00	1,12E+02	5,74E+00	4,50E-01	1,12E+01	5,54E+00	3,05E+00
	2,62E+01	5,61E+00	5,23E-01	9,66E+01	5,58E+00	4,46E-01	2,07E+01	5,42E+00	4,21E+00
	3,07E+01	5,23E+00	1,15E+00	9,20E+01	6,36E+00	4,75E-01	3,01E+01	5,48E+00	1,71E+00
	1,57E+01	5,90E+00	4,15E+00	3,17E+02	6,38E+00	1,52E+00	2,08E+01	5,63E+00	6,63E+00
	3,09E+01	5,87E+00	4,78E+00	1,97E+02	6,10E+00	1,93E-01	1,69E+01	5,49E+00	1,50E+00
	2,64E+01	5,62E+00	3,47E-01	9,82E+01	5,36E+00	6,41E-01	1,24E+01	5,82E+00	3,44E+00
	1,20E+01	5,74E+00	5,62E-01	1,08E+02	5,89E+00	1,95E+00	3,87E+01	4,80E+00	1,28E+00
	7,03E+01	6,26E+00	4,64E+00	1,20E+02	5,89E+00	7,90E-01	1,31E+01	5,22E+00	3,30E+00
	1,94E+01	5,83E+00	5,17E+00	1,41E+02	6,86E+00	2,03E+00	1,31E+01	6,03E+00	2,89E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 26 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para np=100

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Rosenbrock	6,08E+01	5,04E+00	3,28E-01	3,71E+01	5,19E+00	5,48E+00	4,57E+01	5,67E+00	3,95E+00
NP = 100	4,77E+01	5,02E+00	6,36E-01	1,49E+01	6,29E+00	5,18E+00	1,17E+02	5,42E+00	6,28E+00
	8,02E+01	5,38E+00	4,82E-01	1,57E+01	5,83E+00	5,01E+00	2,76E+01	5,98E+00	5,69E-01
	6,68E+01	5,45E+00	8,22E-01	7,23E+01	6,07E+00	4,80E+00	7,70E+01	6,00E+00	3,29E+00
	6,81E+01	5,45E+00	1,94E+00	6,06E+01	5,91E+00	6,07E+00	4,45E+01	5,85E+00	5,86E+00
	3,44E+01	5,88E+00	2,75E-01	4,41E+01	5,54E+00	4,66E+00	4,28E+01	5,38E+00	8,46E-01
	2,62E+01	5,80E+00	2,55E+00	5,23E+01	5,77E+00	6,46E+00	5,10E+01	5,90E+00	1,94E-02
	4,68E+01	4,79E+00	1,20E+00	1,26E+01	5,69E+00	5,70E+00	4,49E+01	5,25E+00	1,53E+00
	5,32E+01	5,44E+00	1,18E-01	2,78E+01	5,91E+00	4,20E+00	5,93E+01	5,89E+00	8,58E-01
	5,93E+01	5,01E+00	4,17E-01	2,56E+01	5,86E+00	5,41E+00	5,54E+01	6,10E+00	1,44E-01
	3,42E+01	5,74E+00	4,69E-01	4,01E+01	5,79E+00	5,15E+00	3,44E+01	5,66E+00	4,79E+00
	4,00E+01	5,68E+00	7,88E-01	4,54E+01	6,08E+00	5,66E+00	2,00E+01	5,89E+00	7,25E-01
	3,10E+01	5,22E+00	3,26E-01	2,62E+01	5,59E+00	5,83E+00	4,37E+01	5,62E+00	1,39E+00
	3,45E+01	5,87E+00	3,26E-01	4,35E+01	5,84E+00	6,87E+00	4,06E+01	5,72E+00	5,66E-02
	7,62E+01	4,93E+00	1,97E-01	2,81E+01	6,14E+00	3,69E+00	2,54E+01	5,96E+00	4,77E+00
	3,90E+01	5,88E+00	6,99E-01	1,04E+01	5,49E+00	6,37E+00	4,72E+01	5,35E+00	1,00E+00
	5,76E+01	5,07E+00	2,51E+00	4,40E+01	5,36E+00	6,33E+00	2,96E+01	4,59E+00	3,33E-01
	6,42E+01	5,94E+00	2,53E-01	2,20E+01	6,07E+00	6,22E+00	4,39E+01	5,84E+00	1,32E+00
	9,39E+01	5,74E+00	7,82E-01	3,75E+01	6,00E+00	2,60E+00	7,03E+01	6,01E+00	2,18E+00
	6,19E+01	4,84E+00	7,06E-01	4,35E+01	5,11E+00	4,55E+00	3,94E+01	5,49E+00	9,99E-01
	5,99E+01	5,90E+00	1,11E+00	1,52E+01	4,93E+00	6,29E+00	3,49E+01	5,66E+00	1,06E+00
	3,92E+01	6,16E+00	3,45E+00	3,08E+01	5,34E+00	8,92E-04	4,09E+01	6,28E+00	9,24E-01
	6,98E+01	5,45E+00	2,30E-01	1,39E+01	5,37E+00	5,97E+00	3,29E+01	5,47E+00	5,16E+00
	5,75E+01	4,83E+00	1,29E+00	4,42E+01	5,81E+00	6,43E+00	8,01E+01	5,76E+00	8,55E-01
	7,13E+01	5,39E+00	9,05E-02	2,01E+01	6,11E+00	5,39E+00	3,72E+01	5,56E+00	2,73E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 27 – Melhores indivíduos da função Levy para np=100

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Levy	1,07E-01	1,96E-11	0,00E+00	5,52E-01	7,76E-09	0,00E+00	1,20E-01	1,00E-15	0,00E+00
NP = 100	1,40E-01	1,38E-11	0,00E+00	5,37E-01	3,78E-08	0,00E+00	2,19E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,83E-01	6,75E-10	0,00E+00	4,75E-01	5,24E-08	0,00E+00	2,13E-01	2,00E-15	0,00E+00
	3,28E-01	3,53E-10	0,00E+00	8,09E-01	2,94E-08	0,00E+00	1,56E-01	0,00E+00	0,00E+00
	7,69E-02	1,85E-11	0,00E+00	5,20E-01	3,04E-08	0,00E+00	2,62E-01	0,00E+00	0,00E+00
	2,87E-01	2,63E-11	0,00E+00	5,17E-01	4,25E-08	0,00E+00	2,31E-01	0,00E+00	0,00E+00
	2,07E-01	3,51E-10	0,00E+00	5,06E-01	5,06E-07	0,00E+00	5,59E-02	2,00E-15	0,00E+00
	3,12E-01	5,58E-12	0,00E+00	4,22E-01	1,56E-07	0,00E+00	3,22E-01	1,00E-15	0,00E+00
	6,58E-02	2,52E-10	0,00E+00	5,12E-01	2,56E-09	0,00E+00	2,91E-01	2,00E-15	0,00E+00
	2,64E-01	7,03E-11	0,00E+00	4,38E-01	1,72E-09	0,00E+00	6,03E-02	2,80E-14	0,00E+00
	1,48E-01	2,12E-11	0,00E+00	1,21E+00	4,71E-09	0,00E+00	1,71E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,85E-01	2,26E-10	0,00E+00	8,48E-01	5,71E-09	0,00E+00	2,25E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,64E-01	1,03E-10	0,00E+00	3,86E-01	3,13E-08	0,00E+00	2,41E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,04E-01	1,92E-10	0,00E+00	5,63E-01	9,98E-09	0,00E+00	6,77E-02	3,40E-14	0,00E+00
	1,83E-01	1,87E-10	0,00E+00	2,71E-01	2,99E-07	0,00E+00	2,16E-01	0,00E+00	0,00E+00
	2,66E-01	7,26E-12	0,00E+00	4,54E-01	1,33E-07	0,00E+00	9,54E-02	4,00E-15	0,00E+00
	2,58E-01	1,06E-11	0,00E+00	3,62E-01	6,12E-09	0,00E+00	2,45E-01	2,00E-15	0,00E+00
	2,73E-01	3,65E-09	0,00E+00	5,01E-01	1,88E-07	0,00E+00	2,30E-01	1,70E-14	0,00E+00
	1,21E-01	9,86E-12	0,00E+00	4,04E-01	5,46E-08	0,00E+00	2,05E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,16E-01	4,49E-11	0,00E+00	8,42E-01	2,14E-08	0,00E+00	1,79E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,68E-01	1,59E-10	0,00E+00	7,00E-01	8,74E-08	0,00E+00	1,18E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,46E-01	2,46E-11	0,00E+00	6,82E-01	4,50E-08	0,00E+00	2,32E-01	1,10E-14	0,00E+00
	1,98E-01	1,57E-11	0,00E+00	4,55E-01	5,84E-08	0,00E+00	2,64E-01	4,00E-15	0,00E+00
	3,43E-01	3,89E-11	0,00E+00	8,14E-01	3,63E-07	0,00E+00	4,55E-02	0,00E+00	0,00E+00
	1,61E-01	4,57E-11	0,00E+00	8,50E-01	1,52E-07	0,00E+00	2,28E-01	0,00E+00	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 28 – Melhores indivíduos da função Levy para np=100

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Levy	1,62E-01	5,52E-13	0,00E+00	1,60E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,76E-01	1,20E-14	0,00E+00
NP = 100	3,78E-01	5,04E-13	0,00E+00	2,00E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,56E-01	6,00E-15	0,00E+00
	1,98E-01	6,20E-14	0,00E+00	1,66E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,04E-01	2,00E-15	0,00E+00
	2,71E-01	2,23E-12	0,00E+00	1,47E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,55E-01	8,00E-15	0,00E+00
	5,12E-01	1,64E-12	0,00E+00	1,55E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,85E-01	3,00E-15	0,00E+00
	4,57E-01	5,09E-13	0,00E+00	1,53E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,78E-01	2,70E-14	0,00E+00
	3,02E-01	1,52E-12	0,00E+00	8,13E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,22E-01	2,00E-15	0,00E+00
	3,82E-01	1,64E-12	0,00E+00	1,77E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,87E-01	3,00E-15	0,00E+00
	3,70E-01	1,68E-12	0,00E+00	2,38E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,72E-01	5,00E-15	0,00E+00
	2,96E-01	7,92E-13	0,00E+00	2,03E-01	0,00E+00	0,00E+00	4,30E-01	8,00E-15	0,00E+00
	3,12E-01	1,71E-12	0,00E+00	5,78E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,64E-01	1,90E-14	0,00E+00
	2,52E-01	5,39E-12	0,00E+00	1,19E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,51E-01	5,00E-15	0,00E+00
	2,45E-01	5,74E-12	0,00E+00	3,67E-02	0,00E+00	0,00E+00	1,57E-01	3,60E-14	0,00E+00
	3,17E-01	2,69E-12	0,00E+00	4,01E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,91E-01	1,30E-14	0,00E+00
	2,06E-01	2,61E-12	0,00E+00	2,91E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,81E-01	3,00E-15	0,00E+00
	2,57E-01	1,03E-12	0,00E+00	1,09E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,50E-01	3,00E-15	0,00E+00
	3,50E-01	5,74E-12	0,00E+00	1,82E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,74E-01	3,00E-15	0,00E+00
	3,76E-01	3,93E-12	0,00E+00	5,89E-02	0,00E+00	0,00E+00	3,85E-01	3,00E-15	0,00E+00
	2,74E-01	7,36E-12	0,00E+00	2,52E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,50E-01	1,60E-14	0,00E+00
	3,93E-01	2,84E-11	0,00E+00	5,61E-02	0,00E+00	0,00E+00	7,23E-01	4,00E-15	0,00E+00
	4,39E-01	1,09E-12	0,00E+00	1,42E-01	0,00E+00	0,00E+00	5,55E-01	1,30E-14	0,00E+00
	2,83E-01	1,05E-11	0,00E+00	1,39E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,18E-01	2,00E-15	0,00E+00
	2,85E-01	8,36E-12	0,00E+00	3,40E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,34E-01	1,50E-14	0,00E+00
	3,29E-01	3,80E-12	0,00E+00	6,06E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,78E-01	6,00E-15	0,00E+00
	2,96E-01	4,62E-13	0,00E+00	2,49E-01	0,00E+00	0,00E+00	6,13E-01	1,20E-14	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

APÊNDICE B – Tabelas do Segundo Teste

Assim como no primeiro teste, no segundo teste também foram coletados 25 vezes os melhores indivíduos de cada combinação para cada função. A única diferença é que a população contém 200 indivíduos para esse teste. Abaixo são apresentadas as tabelas:

Tabela 29 – Melhores indivíduos da função Griewank para $np=200$

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Griewank	2,78E-01	1,97E-01	5,50E-12	9,48E-01	1,31E-01	5,64E-08	1,39E-01	1,03E-01	0,00E+00
NP = 200	2,67E-01	1,23E-01	2,81E-09	1,16E+00	2,24E-01	7,43E-10	3,53E-01	9,83E-02	0,00E+00
	2,54E-01	1,77E-01	0,00E+00	1,08E+00	1,89E-01	9,77E-09	3,07E-01	1,90E-01	2,75E-12
	5,27E-01	1,83E-01	1,73E-12	1,85E+00	2,60E-01	1,94E-10	2,24E-01	1,56E-01	0,00E+00
	1,00E+00	1,66E-01	1,43E-11	1,08E+00	1,71E-01	1,48E-08	4,84E-01	1,88E-01	0,00E+00
	2,36E-01	2,40E-01	4,54E-10	2,18E+00	1,74E-01	1,14E-06	9,24E-02	1,40E-01	0,00E+00
	4,86E-01	1,88E-01	4,92E-12	1,21E+00	1,52E-01	2,52E-08	2,28E-01	1,19E-01	0,00E+00
	2,78E-01	1,53E-01	7,48E-10	6,00E-01	1,98E-01	4,56E-10	1,68E-02	6,65E-02	0,00E+00
	3,45E-01	1,99E-01	4,08E-11	7,56E-01	1,38E-01	7,16E-08	1,89E-01	1,82E-01	0,00E+00
	6,96E-01	1,50E-01	1,60E-10	1,46E+00	2,32E-01	1,23E-09	1,97E-01	1,67E-01	0,00E+00
	4,86E-02	2,21E-01	4,47E-10	1,01E+00	1,31E-01	1,54E-07	1,98E-01	1,56E-01	0,00E+00
	2,35E-01	1,77E-01	7,51E-13	1,61E+00	2,49E-01	2,16E-07	2,10E-01	1,01E-01	0,00E+00
	4,01E-01	1,71E-01	4,71E-10	1,41E+00	1,58E-01	1,46E-09	5,32E-01	1,22E-01	0,00E+00
	1,76E-01	9,17E-02	3,16E-11	1,45E+00	2,48E-01	1,35E-09	1,60E-01	1,42E-01	0,00E+00
	2,21E-01	1,73E-01	3,22E-10	8,03E-01	2,57E-01	6,22E-09	2,21E-01	1,60E-01	0,00E+00
	8,02E-01	2,07E-01	8,00E-12	6,33E-01	2,44E-01	1,04E-08	2,53E-01	1,63E-01	0,00E+00
	2,79E-01	1,13E-01	6,95E-10	1,38E+00	1,77E-01	6,75E-07	4,99E-01	1,51E-01	0,00E+00
	1,00E-01	1,71E-01	0,00E+00	5,40E-01	2,31E-01	6,78E-08	1,55E-01	1,38E-01	0,00E+00
	1,52E-01	1,93E-01	1,60E-12	1,65E+00	2,19E-01	1,16E-09	2,68E-01	1,08E-01	0,00E+00
	1,68E-01	1,61E-01	2,06E-11	1,39E+00	2,31E-01	6,04E-09	2,05E-01	1,17E-01	0,00E+00
	5,00E-01	1,27E-01	0,00E+00	1,41E+00	2,91E-01	4,43E-08	1,71E-01	1,45E-01	0,00E+00
	6,60E-01	1,52E-01	1,44E-10	1,48E+00	2,77E-01	2,48E-08	4,81E-01	1,55E-01	0,00E+00
	1,10E-01	1,39E-01	1,67E-13	9,53E-01	1,86E-01	6,48E-07	3,02E-01	1,36E-01	0,00E+00
	2,11E-01	1,37E-01	2,33E-09	1,35E+00	1,51E-01	4,12E-09	4,48E-01	7,98E-02	0,00E+00
	1,53E-01	1,73E-01	8,48E-11	1,39E+00	1,95E-01	3,94E-07	4,15E-01	9,46E-02	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 30 – Melhores indivíduos da função Griewank para np=200

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Griewank	6,41E-01	1,93E-01	8,04E-12	2,15E-01	1,44E-01	0,00E+00	6,11E-01	1,73E-01	0,00E+00
NP = 200	4,63E-01	1,43E-01	4,32E-13	4,09E-01	8,87E-02	0,00E+00	5,86E-01	2,13E-01	0,00E+00
	3,88E-01	1,15E-01	3,09E-09	2,51E-01	1,82E-01	0,00E+00	1,02E+00	2,17E-01	0,00E+00
	4,92E-01	1,48E-01	0,00E+00	2,60E-01	1,50E-01	0,00E+00	9,13E-01	1,28E-01	0,00E+00
	4,87E-01	1,64E-01	3,40E-14	1,74E-01	2,57E-01	0,00E+00	1,17E+00	1,80E-01	0,00E+00
	5,50E-01	1,20E-01	1,50E-10	8,82E-02	1,02E-01	0,00E+00	5,19E-01	1,95E-01	0,00E+00
	2,49E-01	2,23E-01	0,00E+00	2,08E-01	1,33E-01	0,00E+00	3,76E-01	1,93E-01	0,00E+00
	4,56E-01	1,79E-01	0,00E+00	2,32E-01	1,35E-01	0,00E+00	6,79E-01	2,52E-01	0,00E+00
	8,58E-01	2,34E-01	1,28E-12	1,70E-01	8,46E-02	0,00E+00	7,91E-01	1,66E-01	0,00E+00
	8,36E-01	1,49E-01	1,04E-12	9,35E-02	1,24E-01	0,00E+00	8,96E-01	2,56E-01	0,00E+00
	8,45E-01	1,62E-01	6,08E-10	1,66E-01	1,43E-01	0,00E+00	1,15E+00	1,38E-01	0,00E+00
	6,28E-01	1,95E-01	2,44E-10	1,10E-01	1,35E-01	0,00E+00	3,12E-01	9,45E-02	0,00E+00
	6,45E-01	1,91E-01	1,00E-15	3,57E-01	1,98E-01	0,00E+00	7,87E-01	2,77E-01	0,00E+00
	3,72E-01	1,65E-01	2,87E-13	1,59E-01	1,65E-01	0,00E+00	6,26E-01	2,15E-01	0,00E+00
	5,05E-01	1,98E-01	2,60E-10	5,76E-02	1,56E-01	0,00E+00	6,95E-01	2,39E-01	0,00E+00
	1,20E+00	2,04E-01	3,93E-11	2,51E-01	1,82E-01	0,00E+00	7,29E-01	1,70E-01	0,00E+00
	6,25E-01	8,94E-02	1,00E-15	1,58E-01	1,10E-01	0,00E+00	9,72E-01	1,62E-01	0,00E+00
	7,79E-01	1,82E-01	4,51E-10	2,29E-01	1,35E-01	0,00E+00	7,10E-01	2,04E-01	0,00E+00
	7,61E-01	2,13E-01	1,80E-14	6,63E-02	1,28E-01	0,00E+00	1,10E+00	2,28E-01	0,00E+00
	6,21E-01	1,82E-01	0,00E+00	1,69E-01	9,74E-02	0,00E+00	6,00E-01	1,67E-01	0,00E+00
	7,68E-01	2,27E-01	0,00E+00	1,79E-01	1,60E-01	0,00E+00	1,33E+00	2,05E-01	0,00E+00
	2,98E-01	1,78E-01	3,35E-12	1,22E-01	1,12E-01	0,00E+00	8,61E-01	1,87E-01	0,00E+00
	6,37E-01	2,05E-01	1,55E-09	2,41E-01	6,57E-02	0,00E+00	8,76E-01	1,06E-01	0,00E+00
	8,83E-01	1,96E-01	4,00E-15	1,94E-01	1,08E-01	0,00E+00	8,22E-01	2,42E-01	0,00E+00
	1,05E+00	8,35E-02	0,00E+00	1,94E-01	1,55E-01	0,00E+00	6,89E-01	2,51E-01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 31 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para np=200

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rastrigin	9,99E-01	1,76E+01	0,00E+00	8,22E-02	2,07E+01	0,00E+00	2,01E+00	1,57E+01	0,00E+00
NP = 200	1,02E-02	1,98E+01	0,00E+00	8,96E-02	2,53E+01	0,00E+00	7,04E-02	1,66E+01	0,00E+00
	1,03E+00	1,52E+01	0,00E+00	1,26E+00	2,12E+01	0,00E+00	1,10E+00	7,19E+00	0,00E+00
	1,05E+00	1,45E+01	0,00E+00	1,54E-01	2,49E+01	0,00E+00	2,67E-01	1,54E+01	0,00E+00
	2,10E-02	1,91E+01	0,00E+00	8,86E-01	1,61E+01	0,00E+00	1,40E-02	1,32E+01	0,00E+00
	3,72E-02	1,43E+01	0,00E+00	4,08E-01	2,18E+01	0,00E+00	4,97E-02	1,78E+01	0,00E+00
	2,74E-01	2,31E+01	0,00E+00	1,83E-01	1,69E+01	0,00E+00	1,07E+00	1,39E+01	0,00E+00
	1,07E-02	2,04E+01	0,00E+00	9,89E-02	1,96E+01	0,00E+00	4,99E-01	1,49E+01	0,00E+00
	6,06E-03	1,77E+01	0,00E+00	1,05E+00	2,29E+01	0,00E+00	1,03E+00	1,93E+01	0,00E+00
	3,97E-02	1,70E+01	0,00E+00	8,13E-02	1,50E+01	0,00E+00	3,99E-02	1,43E+01	0,00E+00
	1,98E-02	2,17E+01	0,00E+00	9,41E-02	2,17E+01	0,00E+00	1,11E+00	1,69E+01	0,00E+00
	9,98E-01	1,33E+01	0,00E+00	1,35E-01	2,12E+01	0,00E+00	8,77E-02	1,58E+01	0,00E+00
	7,52E-01	1,83E+01	0,00E+00	7,38E-02	1,70E+01	0,00E+00	3,90E-02	1,27E+01	0,00E+00
	3,88E-03	1,45E+01	0,00E+00	1,45E-01	1,78E+01	0,00E+00	1,01E+00	1,43E+01	0,00E+00
	2,05E-03	1,37E+01	0,00E+00	3,84E-01	2,10E+01	0,00E+00	5,13E-02	1,57E+01	0,00E+00
	1,02E+00	1,93E+01	0,00E+00	1,18E-01	1,89E+01	0,00E+00	7,81E-02	2,03E+01	0,00E+00
	2,68E-02	1,71E+01	0,00E+00	1,20E+00	2,51E+01	0,00E+00	7,43E-03	1,48E+01	0,00E+00
	1,53E-02	1,80E+01	0,00E+00	8,34E-01	2,05E+01	0,00E+00	2,59E-02	1,23E+01	0,00E+00
	1,54E-02	2,16E+01	0,00E+00	1,31E-01	2,61E+01	0,00E+00	2,60E-03	1,58E+01	0,00E+00
	1,21E-02	1,94E+01	0,00E+00	2,05E-01	1,87E+01	0,00E+00	1,05E+00	1,57E+01	0,00E+00
	6,59E-03	1,47E+01	0,00E+00	3,51E-01	2,17E+01	0,00E+00	2,61E-01	2,08E+01	0,00E+00
	6,56E-03	1,49E+01	0,00E+00	1,17E-01	2,06E+01	0,00E+00	8,94E-02	1,27E+01	0,00E+00
	3,20E-02	1,27E+01	0,00E+00	5,16E-01	1,87E+01	0,00E+00	1,01E+00	9,16E+00	0,00E+00
	2,50E-02	1,61E+01	0,00E+00	1,29E-01	1,58E+01	0,00E+00	1,03E+00	1,55E+01	0,00E+00
	4,28E-03	1,83E+01	0,00E+00	7,62E-02	1,90E+01	0,00E+00	1,01E+00	1,03E+01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 32 – Melhores indivíduos da função Rastrigin para np=200

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Rastrigin	4,59E-01	2,02E+01	0,00E+00	5,41E-01	1,61E+01	0,00E+00	6,67E-01	1,92E+01	0,00E+00
NP = 200	1,10E-01	2,07E+01	0,00E+00	1,70E-02	2,03E+01	0,00E+00	2,64E-01	1,81E+01	0,00E+00
	1,41E-01	2,17E+01	0,00E+00	1,35E-01	1,91E+01	0,00E+00	1,32E+00	1,96E+01	0,00E+00
	1,07E+00	1,76E+01	0,00E+00	2,06E+00	1,58E+01	0,00E+00	4,13E-01	2,25E+01	0,00E+00
	1,16E+00	1,93E+01	0,00E+00	1,05E+00	2,10E+01	0,00E+00	3,43E-01	2,03E+01	0,00E+00
	1,20E+00	1,06E+01	0,00E+00	1,91E-01	1,73E+01	0,00E+00	3,73E-01	1,89E+01	0,00E+00
	2,01E+00	1,90E+01	0,00E+00	3,24E-01	1,42E+01	0,00E+00	1,30E+00	2,28E+01	0,00E+00
	8,99E-01	1,59E+01	0,00E+00	1,39E+00	1,46E+01	0,00E+00	1,48E-01	2,24E+01	0,00E+00
	1,46E-01	1,61E+01	0,00E+00	1,32E+00	1,43E+01	0,00E+00	5,86E-01	1,93E+01	0,00E+00
	2,11E-01	1,62E+01	0,00E+00	1,87E-01	1,62E+01	0,00E+00	5,80E-01	1,80E+01	0,00E+00
	3,74E-01	1,74E+01	0,00E+00	2,02E+00	2,02E+01	0,00E+00	5,83E-02	2,38E+01	0,00E+00
	1,38E+00	1,70E+01	0,00E+00	1,54E-01	1,75E+01	0,00E+00	5,78E-01	2,01E+01	0,00E+00
	1,03E+00	2,01E+01	0,00E+00	3,64E-02	1,87E+01	0,00E+00	1,52E-01	1,93E+01	0,00E+00
	4,06E-01	1,72E+01	0,00E+00	2,59E-02	1,94E+01	0,00E+00	1,24E+00	2,23E+01	0,00E+00
	2,26E-01	1,73E+01	0,00E+00	2,39E-01	1,81E+01	0,00E+00	2,70E-01	1,41E+01	0,00E+00
	2,16E-01	1,95E+01	0,00E+00	1,18E+00	1,10E+01	0,00E+00	5,81E-01	2,08E+01	0,00E+00
	2,92E-01	1,95E+01	0,00E+00	2,62E-02	1,75E+01	0,00E+00	3,31E-01	2,28E+01	0,00E+00
	1,03E+00	2,28E+01	0,00E+00	1,79E-01	1,37E+01	0,00E+00	3,04E-01	2,03E+01	0,00E+00
	1,53E-01	2,02E+01	0,00E+00	2,97E-01	1,75E+01	0,00E+00	1,15E+00	1,67E+01	0,00E+00
	9,43E-02	1,89E+01	0,00E+00	5,71E-02	1,57E+01	0,00E+00	3,52E-01	1,84E+01	0,00E+00
	6,05E-01	2,04E+01	0,00E+00	1,24E-01	1,83E+01	0,00E+00	2,01E-01	2,38E+01	0,00E+00
	5,79E-01	1,62E+01	0,00E+00	1,06E+00	1,11E+01	0,00E+00	2,07E-01	2,12E+01	0,00E+00
	4,68E-01	1,81E+01	0,00E+00	1,25E-01	1,31E+01	0,00E+00	1,54E-01	1,91E+01	0,00E+00
	3,27E-01	2,16E+01	0,00E+00	1,12E+00	1,27E+01	0,00E+00	2,35E+00	2,33E+01	0,00E+00
	1,21E+00	2,25E+01	0,00E+00	3,10E-01	1,90E+01	0,00E+00	5,72E-01	2,56E+01	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 33 – Melhores indivíduos da função Schwefel para np=200

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Schwefel	1,62E+03	1,26E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,50E+03	1,27E-04	1,19E+03	1,23E+03	1,27E-04
NP = 200	1,51E+03	1,57E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,20E+03	1,05E+03	1,27E-04
	1,90E+03	1,04E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,04E+03	1,27E-04	1,60E+03	1,25E+03	1,27E-04
	1,69E+03	1,03E+03	1,27E-04	2,16E+03	1,32E+03	1,27E-04	1,39E+03	1,14E+03	1,27E-04
	1,65E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,31E+03	1,27E-04	1,60E+03	1,02E+03	1,27E-04
	1,46E+03	1,29E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,40E+03	1,27E-04	1,29E+03	1,26E+03	1,27E-04
	1,70E+03	1,36E+03	1,27E-04	2,02E+03	1,58E+03	1,27E-04	1,32E+03	1,10E+03	1,27E-04
	1,89E+03	1,23E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,40E+03	1,27E-04	1,57E+03	1,25E+03	1,27E-04
	1,97E+03	1,29E+03	1,27E-04	2,05E+03	1,38E+03	1,27E-04	1,49E+03	1,20E+03	1,27E-04
	1,65E+03	1,38E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,34E+03	1,27E-04	1,46E+03	1,19E+03	1,27E-04
	2,15E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,02E+03	1,57E+03	1,27E-04	1,48E+03	1,07E+03	1,27E-04
	1,79E+03	1,31E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,23E+03	1,27E-04	1,53E+03	1,14E+03	1,27E-04
	1,97E+03	1,43E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,40E+03	1,27E-04	1,64E+03	1,41E+03	1,27E-04
	7,98E+02	1,23E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,38E+03	1,27E-04	1,39E+03	1,27E+03	1,27E-04
	1,73E+03	1,30E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,38E+03	1,27E-04	1,43E+03	1,18E+03	1,27E-04
	1,96E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,42E+03	1,27E-04	1,41E+03	1,02E+03	1,27E-04
	1,72E+03	9,57E+02	1,27E-04	2,26E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,20E+03	1,14E+03	1,27E-04
	1,74E+03	1,42E+03	1,27E-04	2,17E+03	1,37E+03	1,27E-04	1,37E+03	1,19E+03	1,27E-04
	1,70E+03	1,42E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,42E+03	1,27E-04	1,16E+03	1,17E+03	1,27E-04
	1,89E+03	1,21E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,38E+03	1,27E-04	1,51E+03	1,28E+03	1,27E-04
	1,86E+03	1,26E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,30E+03	1,27E-04	1,25E+03	1,18E+03	1,27E-04
	1,59E+03	1,31E+03	1,27E-04	2,10E+03	1,48E+03	1,27E-04	1,01E+03	1,11E+03	1,27E-04
	2,05E+03	1,25E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,47E+03	1,27E-04	1,24E+03	9,65E+02	1,27E-04
	1,40E+03	1,31E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,09E+03	1,27E-04	1,50E+03	1,10E+03	1,27E-04
	1,61E+03	1,27E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,38E+03	1,27E-04	1,41E+03	1,01E+03	1,27E-04

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 34 – Melhores indivíduos da função Schwefel para np=200

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Schwefel	2,22E+03	1,19E+03	1,27E-04	1,88E+03	1,23E+03	1,27E-04	2,22E+03	1,46E+03	1,27E-04
NP = 200	2,26E+03	1,28E+03	1,27E-04	1,58E+03	1,10E+03	1,27E-04	2,24E+03	1,28E+03	1,27E-04
	2,26E+03	7,37E+02	1,27E-04	1,54E+03	1,22E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,37E+03	1,27E-04
	2,15E+03	1,37E+03	1,27E-04	1,68E+03	1,18E+03	1,27E-04	2,15E+03	1,34E+03	1,27E-04
	2,26E+03	1,35E+03	1,27E-04	2,18E+03	1,28E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,09E+03	1,27E-04
	2,20E+03	1,34E+03	1,27E-04	1,17E+03	1,40E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,29E+03	1,27E-04
	2,26E+03	1,21E+03	1,27E-04	1,53E+03	1,37E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,12E+03	1,27E-04
	2,10E+03	1,26E+03	1,27E-04	1,54E+03	7,44E+02	1,27E-04	2,26E+03	1,33E+03	1,27E-04
	1,91E+03	1,45E+03	1,27E-04	1,57E+03	1,13E+03	1,27E-04	1,93E+03	1,43E+03	1,27E-04
	2,26E+03	1,16E+03	1,27E-04	1,19E+03	1,19E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,31E+03	1,27E-04
	2,05E+03	1,20E+03	1,27E-04	8,99E+02	1,29E+03	1,27E-04	2,10E+03	1,41E+03	1,27E-04
	2,11E+03	1,15E+03	1,27E-04	1,51E+03	1,15E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,37E+03	1,27E-04
	2,13E+03	1,25E+03	1,27E-04	1,09E+03	1,13E+03	1,27E-04	2,24E+03	1,31E+03	1,27E-04
	2,07E+03	1,46E+03	1,27E-04	1,58E+03	1,28E+03	1,27E-04	2,09E+03	1,26E+03	1,27E-04
	2,26E+03	1,37E+03	1,27E-04	1,63E+03	1,28E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,39E+03	1,27E-04
	2,08E+03	1,33E+03	1,27E-04	1,82E+03	1,32E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,46E+03	1,27E-04
	2,26E+03	1,22E+03	1,27E-04	1,74E+03	1,15E+03	1,27E-04	2,25E+03	1,28E+03	1,27E-04
	2,21E+03	1,37E+03	1,27E-04	1,46E+03	1,27E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,47E+03	1,27E-04
	1,94E+03	1,29E+03	1,27E-04	1,57E+03	9,37E+02	1,27E-04	2,26E+03	1,30E+03	1,27E-04
	2,13E+03	1,28E+03	1,27E-04	1,01E+03	1,41E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,46E+03	1,27E-04
	2,26E+03	9,61E+02	1,27E-04	1,12E+03	1,40E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,40E+03	1,27E-04
	2,14E+03	1,27E+03	1,27E-04	1,17E+03	1,33E+03	1,27E-04	2,16E+03	1,40E+03	1,27E-04
	2,07E+03	1,28E+03	1,27E-04	1,90E+03	1,42E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,23E+03	1,27E-04
	2,14E+03	1,36E+03	1,27E-04	1,76E+03	1,19E+03	1,27E-04	2,17E+03	1,37E+03	1,27E-04
	2,18E+03	1,41E+03	1,27E-04	1,61E+03	1,31E+03	1,27E-04	2,26E+03	1,46E+03	1,27E-04

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 35 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para np=200

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dixon-Price	1,43E+00	5,00E-01	1,40E-04	4,38E+00	4,55E-01	5,69E-04	8,20E-01	5,00E-01	8,41E-04
NP = 200	1,54E+00	5,00E-01	1,08E-02	4,93E+00	2,91E-01	9,18E-05	5,72E-01	5,00E-01	6,91E-03
	1,68E+00	5,00E-01	1,09E-03	9,14E+00	4,81E-01	1,01E-04	8,80E-01	5,00E-01	1,28E-02
	1,32E+00	5,00E-01	3,24E-03	6,20E+00	3,40E-01	5,38E-04	1,40E+00	5,00E-01	5,54E-04
	6,80E-01	5,00E-01	9,14E-03	4,14E+00	4,15E-01	3,36E-03	1,49E+00	5,00E-01	4,89E-06
	6,50E-01	5,00E-01	9,05E-04	9,94E+00	5,01E-01	6,70E-04	5,55E-01	5,00E-01	4,71E-05
	1,16E+00	5,00E-01	6,90E-03	4,54E+00	3,63E-01	8,37E-04	5,72E-01	5,00E-01	7,85E-05
	1,55E+00	5,00E-01	4,96E-04	2,23E+00	5,01E-01	7,15E-04	7,24E-01	5,00E-01	2,62E-05
	1,18E+00	5,00E-01	3,37E-02	4,11E+00	5,00E-01	1,56E-03	5,51E-01	5,00E-01	6,05E-04
	5,50E-01	5,00E-01	5,95E-04	5,38E+00	5,01E-01	1,77E-04	6,62E-01	5,00E-01	2,08E-03
	6,41E-01	5,00E-01	2,34E-02	2,39E+00	3,19E-01	6,70E-05	1,19E+00	5,00E-01	1,86E-05
	7,02E-01	5,00E-01	2,37E-03	5,14E+00	3,42E-01	7,24E-04	2,02E+00	5,00E-01	1,03E-05
	2,53E+00	5,00E-01	7,51E-03	2,52E+00	1,91E-01	3,89E-03	1,05E+00	5,00E-01	3,38E-03
	1,11E+00	5,00E-01	4,20E-03	9,23E+00	4,19E-01	7,94E-04	1,19E+00	5,00E-01	1,91E-05
	1,29E+00	5,00E-01	4,17E-03	3,00E+00	3,51E-01	3,72E-04	6,03E-01	5,00E-01	6,94E-08
	9,38E-01	5,00E-01	3,34E-03	4,85E+00	5,01E-01	4,61E-04	5,21E-01	5,00E-01	9,95E-04
	4,91E+00	5,00E-01	3,32E-03	3,01E+00	4,97E-01	2,63E-03	6,40E-01	5,00E-01	1,17E-03
	5,56E-01	4,65E-01	3,30E-02	5,16E+00	4,76E-01	1,16E-03	5,84E-01	5,00E-01	3,63E-04
	5,56E-01	5,00E-01	1,55E-03	1,73E+00	5,01E-01	1,71E-03	7,59E-01	5,00E-01	2,29E-04
	3,37E+00	5,00E-01	4,64E-03	7,05E+00	3,45E-01	1,65E-03	1,31E+00	5,00E-01	2,18E-04
	5,73E-01	5,00E-01	3,44E-03	1,58E+00	3,98E-01	1,23E-03	1,32E+00	5,00E-01	5,63E-04
	1,71E+00	5,00E-01	3,33E-03	2,21E+00	4,33E-01	7,53E-04	7,00E-01	5,00E-01	1,01E-04
	7,83E-01	5,00E-01	1,52E-03	6,39E+00	2,63E-01	1,39E-04	6,15E-01	5,00E-01	3,74E-04
	2,44E+00	5,00E-01	3,50E-04	2,48E+00	5,01E-01	5,75E-04	6,77E-01	5,00E-01	5,00E-01
	1,01E+00	5,00E-01	4,56E-05	6,28E+00	4,32E-01	2,21E-03	7,75E-01	5,00E-01	2,81E-05

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 36 – Melhores indivíduos da função Dixon-Price para np=200

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Dixon-Price	2,32E+00	5,00E-01	1,12E-04	6,50E-01	5,00E-01	1,82E-02	1,25E+00	5,00E-01	9,71E-04
NP = 200	1,37E+00	5,00E-01	1,76E-03	1,88E+00	5,00E-01	2,28E-01	2,15E+00	5,00E-01	3,29E-06
	1,65E+00	5,00E-01	2,91E-04	1,09E+00	5,00E-01	2,52E-07	9,52E-01	5,00E-01	1,00E-05
	2,24E+00	5,00E-01	1,48E-04	2,63E+00	5,00E-01	9,89E-06	1,31E+00	5,00E-01	3,36E-05
	3,14E+00	5,00E-01	1,56E-05	8,30E-01	5,00E-01	5,00E-01	4,44E+00	5,00E-01	1,51E-05
	2,02E+00	5,00E-01	6,86E-05	5,85E-01	5,00E-01	4,94E-05	4,61E+00	5,00E-01	9,73E-05
	1,93E+00	5,00E-01	2,09E-04	2,16E+00	5,00E-01	4,32E-07	8,53E-01	5,00E-01	1,94E-02
	4,37E+00	4,04E-01	6,78E-06	3,20E+00	5,00E-01	1,87E-05	1,07E+00	5,00E-01	5,01E-06
	2,00E+00	5,00E-01	7,97E-05	3,63E+00	5,00E-01	2,27E-04	5,78E-01	5,00E-01	3,19E-04
	1,99E+00	5,00E-01	2,22E-05	2,03E+00	5,00E-01	3,45E-03	6,23E-01	4,98E-01	1,12E-07
	2,10E+00	5,00E-01	4,83E-05	1,09E+00	5,00E-01	5,56E-02	5,73E-01	5,00E-01	5,61E-06
	3,88E+00	5,00E-01	1,01E-04	8,11E-01	5,00E-01	3,27E-05	1,39E+00	5,00E-01	1,49E-07
	2,04E+00	5,00E-01	1,36E-05	7,00E-01	5,00E-01	2,51E-02	6,93E-01	5,00E-01	6,64E-06
	2,86E+00	5,00E-01	8,08E-06	1,50E+00	5,00E-01	5,00E-01	8,15E-01	5,00E-01	1,36E-06
	3,33E+00	5,00E-01	4,17E-06	1,82E+00	5,00E-01	1,31E-03	2,60E+00	5,00E-01	1,79E-04
	2,03E+00	4,69E-01	4,26E-04	6,78E-01	5,00E-01	5,00E-01	4,15E+00	5,00E-01	3,21E-07
	2,51E+00	4,88E-01	1,64E-04	6,58E-01	5,00E-01	1,90E-01	7,29E-01	5,00E-01	7,82E-07
	1,04E+00	4,95E-01	1,35E-04	1,12E+00	5,00E-01	3,31E-06	1,32E+00	5,00E-01	1,66E-05
	9,42E-01	5,00E-01	2,23E-05	5,85E-01	5,00E-01	9,01E-08	3,04E+00	5,00E-01	2,16E-07
	5,49E+00	5,00E-01	3,05E-05	7,70E-01	5,00E-01	2,72E-07	5,77E+00	5,00E-01	1,09E-05
	2,55E+00	5,00E-01	2,37E-06	8,38E-01	5,00E-01	3,05E-06	1,09E+00	5,00E-01	1,32E-05
	1,70E+00	5,00E-01	6,96E-05	1,16E+00	5,00E-01	5,00E-01	5,40E-01	5,00E-01	1,09E-06
	1,89E+00	5,00E-01	3,31E-03	5,58E-01	5,00E-01	1,36E-04	9,56E-01	5,00E-01	5,03E-06
	4,56E+00	5,00E-01	6,34E-06	2,35E+00	5,00E-01	5,00E-01	2,26E+00	5,00E-01	1,60E-06
	2,71E+00	4,36E-01	7,26E-06	9,35E-01	5,00E-01	5,00E-01	3,26E+00	3,89E-01	2,44E-06

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 37 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para np=200

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rosenbrock	5,25E+01	6,02E+00	3,32E+00	1,19E+02	5,28E+00	3,46E-01	3,06E+01	4,59E+00	2,43E+00
NP = 200	3,39E+01	4,90E+00	1,01E-01	5,76E+01	5,41E+00	4,24E-01	3,51E+01	5,54E+00	3,06E+00
	4,10E+01	6,19E+00	5,64E+00	2,15E+01	5,42E+00	2,31E-01	3,32E+01	5,18E+00	1,60E+00
	3,56E+01	5,23E+00	6,38E-01	7,49E+01	4,66E+00	4,10E-01	2,81E+01	5,31E+00	4,33E+00
	3,45E+01	5,22E+00	2,98E+00	1,26E+01	5,89E+00	3,23E-01	3,82E+01	5,66E+00	2,54E+00
	5,45E+01	4,95E+00	9,92E-01	2,36E+01	2,25E+00	3,36E-01	2,46E+01	5,46E+00	3,48E+00
	3,07E+01	5,41E+00	8,12E-01	6,94E+01	5,04E+00	2,64E-01	8,37E+01	5,49E+00	4,49E+00
	8,09E+01	5,10E+00	3,46E+00	1,67E+02	6,19E+00	3,49E-01	2,49E+01	5,29E+00	1,63E+00
	4,37E+01	4,81E+00	2,70E+00	7,60E+01	5,13E+00	4,80E-01	6,81E+01	5,74E+00	6,82E-01
	4,98E+01	4,61E+00	1,38E+00	9,26E+01	6,48E+00	3,88E-01	2,96E+01	4,88E+00	3,66E+00
	3,17E+01	5,24E+00	4,07E-01	8,38E+01	5,62E+00	9,34E-01	4,12E+01	5,85E+00	5,84E-01
	6,47E+01	5,56E+00	3,12E+00	7,61E+01	4,65E+00	1,22E+00	3,46E+01	5,35E+00	2,55E+00
	6,22E+01	5,64E+00	2,85E-01	3,11E+01	5,94E+00	9,56E-01	5,79E+01	4,41E+00	4,27E+00
	1,82E+01	5,92E+00	2,65E+00	1,20E+02	6,76E+00	3,24E-01	5,86E+01	5,32E+00	2,48E+00
	3,55E+01	5,94E+00	2,36E+00	8,31E+01	4,89E+00	3,72E-01	3,99E+01	4,86E+00	3,73E+00
	3,13E+01	5,00E+00	1,81E+00	3,95E+01	5,82E+00	2,92E-01	3,40E+01	5,03E+00	2,97E+00
	4,19E+01	5,85E+00	1,15E+00	1,02E+02	6,44E+00	4,87E-01	6,00E+01	4,25E+00	7,66E-01
	3,28E+01	4,80E+00	2,93E+00	1,05E+02	5,87E+00	2,79E-01	2,21E+01	5,62E+00	1,58E+00
	2,74E+01	5,54E+00	2,16E+00	3,84E+01	5,93E+00	5,78E-01	1,55E+01	4,31E+00	2,28E+00
	3,49E+01	5,40E+00	5,87E-01	5,95E+01	5,72E+00	3,10E-01	1,24E+01	5,01E+00	4,22E+00
	5,89E+01	5,18E+00	5,61E-01	5,46E+01	5,73E+00	4,39E-01	6,18E+01	5,12E+00	4,05E+00
	6,40E+01	4,90E+00	1,08E+00	5,79E+01	6,02E+00	8,00E-01	1,44E+01	5,53E+00	1,51E+00
	1,61E+01	4,99E+00	2,71E+00	2,86E+01	6,14E+00	3,64E-01	3,89E+01	5,51E+00	3,90E+00
	5,96E+01	6,07E+00	7,25E-01	4,73E+01	5,34E+00	1,67E-01	2,08E+01	5,62E+00	5,11E+00
	4,54E+01	5,31E+00	1,58E+00	2,30E+01	4,31E+00	3,32E-01	3,37E+01	4,75E+00	3,62E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 38 – Melhores indivíduos da função Rosenbrock para $np=200$

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Rosenbrock	5,00E+01	4,56E+00	1,98E-01	1,81E+01	5,57E+00	6,24E+00	8,15E+01	4,66E+00	7,18E-01
NP = 200	9,81E+01	5,02E+00	9,19E-01	3,86E+01	5,74E+00	4,90E+00	7,33E+01	5,59E+00	5,87E-01
	3,46E+01	4,79E+00	9,08E-01	4,82E+01	5,15E+00	6,19E+00	1,12E+02	5,40E+00	1,52E-01
	2,72E+01	4,72E+00	3,59E-01	1,03E+01	5,87E+00	5,65E+00	3,33E+01	5,55E+00	1,25E-01
	5,15E+01	5,25E+00	4,74E-01	1,73E+01	5,83E+00	5,40E+00	3,91E+01	5,11E+00	1,70E+00
	3,85E+01	5,38E+00	6,78E-01	2,08E+01	5,50E+00	3,67E+00	2,16E+01	4,83E+00	2,18E+00
	9,92E+01	4,94E+00	1,44E-01	2,82E+01	5,40E+00	4,68E+00	3,69E+01	5,31E+00	1,56E-01
	6,96E+01	4,39E+00	2,40E-01	2,95E+01	5,45E+00	4,98E+00	6,92E+01	5,79E+00	4,06E+00
	6,28E+01	5,54E+00	1,06E+00	3,54E+01	5,41E+00	6,15E+00	3,86E+01	5,58E+00	4,55E+00
	7,25E+01	5,59E+00	3,53E-01	1,45E+01	5,26E+00	3,27E+00	9,67E+01	5,83E+00	3,46E-02
	7,17E+01	5,25E+00	7,02E-01	1,46E+01	5,72E+00	8,26E-01	1,89E+01	5,93E+00	1,62E+00
	7,85E+01	5,93E+00	1,75E-01	3,36E+01	5,50E+00	5,14E+00	8,34E+01	4,87E+00	1,12E-01
	6,48E+01	5,52E+00	1,13E-01	5,12E+01	5,34E+00	5,47E+00	8,18E+01	5,77E+00	1,06E-01
	8,58E+01	5,97E+00	7,41E-01	3,26E+01	5,48E+00	2,06E+00	4,17E+01	5,66E+00	3,17E+00
	4,75E+01	5,43E+00	5,13E-01	2,46E+01	5,73E+00	3,85E+00	5,70E+01	4,37E+00	2,53E-01
	5,79E+01	5,26E+00	2,37E-01	2,61E+01	5,65E+00	4,22E+00	3,89E+01	5,08E+00	8,29E-01
	3,47E+01	5,43E+00	1,42E-01	7,14E+01	5,34E+00	2,75E+00	4,57E+01	5,17E+00	1,11E+00
	3,75E+01	5,43E+00	9,16E-01	2,01E+01	5,77E+00	4,27E+00	4,51E+01	5,28E+00	3,69E+00
	5,57E+01	6,02E+00	2,74E-01	1,48E+01	5,28E+00	4,29E+00	5,80E+01	5,95E+00	1,90E+00
	3,71E+01	5,33E+00	4,84E-01	6,36E+01	5,70E+00	4,21E+00	4,43E+01	5,36E+00	3,77E+00
	3,22E+01	5,36E+00	1,72E-01	1,30E+01	5,52E+00	3,35E+00	4,48E+01	6,18E+00	1,83E+00
	3,91E+01	5,04E+00	9,06E-02	4,38E+01	5,51E+00	5,31E+00	4,70E+01	5,54E+00	1,26E+00
	5,01E+01	5,06E+00	3,65E-01	2,75E+01	5,82E+00	4,48E+00	5,69E+01	5,95E+00	3,28E+00
	3,14E+01	4,47E+00	1,09E-01	1,66E+01	5,22E+00	5,45E+00	6,19E+01	5,29E+00	3,54E+00
	9,57E+01	4,71E+00	2,66E-02	1,59E+01	5,56E+00	3,40E+00	4,36E+01	5,36E+00	1,40E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 39 – Melhores indivíduos da função Levy para np=200

Combinações	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Levy	1,86E-01	6,15E-11	0,00E+00	5,45E-01	6,35E-08	0,00E+00	2,35E-01	0,00E+00	0,00E+00
NP = 200	1,86E-01	1,37E-11	0,00E+00	5,20E-01	1,08E-07	0,00E+00	1,81E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,80E-01	8,27E-11	0,00E+00	4,56E-01	2,68E-08	0,00E+00	7,71E-02	0,00E+00	0,00E+00
	2,59E-01	8,02E-11	0,00E+00	5,27E-01	7,03E-08	0,00E+00	1,46E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,61E-01	9,94E-11	0,00E+00	5,20E-01	8,87E-09	0,00E+00	6,22E-02	0,00E+00	0,00E+00
	2,36E-01	1,27E-10	0,00E+00	5,53E-01	1,68E-08	0,00E+00	2,72E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,15E-01	3,71E-10	0,00E+00	3,61E-01	6,31E-08	0,00E+00	9,01E-02	1,00E-15	0,00E+00
	2,23E-01	2,11E-11	0,00E+00	5,05E-01	3,26E-08	0,00E+00	1,91E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,99E-01	5,41E-11	0,00E+00	5,59E-01	1,10E-08	0,00E+00	1,86E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,26E-01	1,54E-10	0,00E+00	5,19E-01	6,90E-09	0,00E+00	1,50E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,40E-01	2,39E-10	0,00E+00	3,36E-01	4,85E-08	0,00E+00	1,07E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,05E-01	5,17E-10	0,00E+00	6,32E-01	6,84E-08	0,00E+00	2,31E-01	0,00E+00	0,00E+00
	2,18E-01	4,09E-11	0,00E+00	3,98E-01	2,85E-08	0,00E+00	1,81E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,50E-01	3,26E-10	0,00E+00	4,29E-01	3,04E-08	0,00E+00	1,24E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,74E-01	1,24E-10	0,00E+00	4,41E-01	9,51E-09	0,00E+00	2,26E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,81E-01	3,87E-10	0,00E+00	5,95E-01	6,52E-08	0,00E+00	1,94E-01	0,00E+00	0,00E+00
	1,77E-01	2,14E-10	0,00E+00	4,42E-01	2,55E-08	0,00E+00	2,25E-01	1,00E-15	0,00E+00
	2,54E-01	1,04E-11	0,00E+00	4,47E-01	2,99E-08	0,00E+00	5,85E-02	0,00E+00	0,00E+00
	2,49E-01	8,06E-11	0,00E+00	4,74E-01	6,87E-08	0,00E+00	8,43E-02	0,00E+00	0,00E+00
	1,20E-01	3,89E-11	0,00E+00	5,59E-01	1,09E-08	0,00E+00	8,05E-02	1,00E-15	0,00E+00
	1,98E-01	1,30E-10	0,00E+00	6,45E-01	8,98E-08	0,00E+00	4,50E-02	0,00E+00	0,00E+00
	1,91E-01	2,58E-10	0,00E+00	3,94E-01	2,45E-08	0,00E+00	1,32E-01	4,00E-15	0,00E+00
	1,08E-01	2,65E-09	0,00E+00	5,33E-01	6,47E-07	0,00E+00	1,70E-01	2,00E-15	0,00E+00
	1,10E-01	9,49E-11	0,00E+00	5,25E-01	3,36E-08	0,00E+00	1,47E-01	1,00E-15	0,00E+00
	1,23E-01	3,99E-11	0,00E+00	4,16E-01	2,56E-08	0,00E+00	1,32E-01	1,00E-15	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores

Tabela 40 – Melhores indivíduos da função Levy para np=200

Combinações	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Levy	3,80E-01	8,12E-12	0,00E+00	1,32E-01	0,00E+00	0,00E+00	4,20E-01	3,00E-15	0,00E+00
NP = 200	3,38E-01	1,32E-12	0,00E+00	7,46E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,45E-01	3,00E-15	0,00E+00
	2,20E-01	1,26E-13	0,00E+00	2,34E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,26E-01	6,00E-15	0,00E+00
	3,12E-01	1,69E-12	0,00E+00	6,67E-02	0,00E+00	0,00E+00	4,16E-01	8,00E-15	0,00E+00
	4,23E-01	2,50E-12	0,00E+00	5,51E-02	0,00E+00	0,00E+00	1,98E-01	5,00E-15	0,00E+00
	2,89E-01	1,86E-12	0,00E+00	2,66E-01	0,00E+00	0,00E+00	4,79E-01	5,00E-15	0,00E+00
	2,87E-01	1,16E-12	0,00E+00	2,11E-02	0,00E+00	0,00E+00	3,51E-01	2,00E-15	0,00E+00
	3,52E-01	1,14E-12	0,00E+00	2,71E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,18E-01	7,00E-15	0,00E+00
	3,26E-01	1,02E-12	0,00E+00	1,73E-01	0,00E+00	0,00E+00	1,89E-01	3,00E-15	0,00E+00
	3,32E-01	4,06E-13	0,00E+00	6,07E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,23E-01	3,00E-15	0,00E+00
	2,76E-01	2,04E-12	0,00E+00	7,59E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,48E-01	6,00E-15	0,00E+00
	2,03E-01	5,04E-12	0,00E+00	1,03E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,46E-01	4,00E-15	0,00E+00
	3,39E-01	1,04E-12	0,00E+00	1,65E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,82E-01	7,00E-15	0,00E+00
	3,54E-01	5,13E-13	0,00E+00	3,69E-02	0,00E+00	0,00E+00	2,47E-01	5,00E-15	0,00E+00
	1,41E-01	1,23E-12	0,00E+00	2,04E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,07E-01	2,00E-15	0,00E+00
	3,00E-01	2,28E-12	0,00E+00	2,10E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,24E-01	7,00E-15	0,00E+00
	2,87E-01	9,27E-13	0,00E+00	2,55E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,08E-01	3,00E-15	0,00E+00
	3,90E-01	2,13E-12	0,00E+00	1,91E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,73E-01	5,00E-15	0,00E+00
	2,99E-01	1,73E-12	0,00E+00	4,96E-02	0,00E+00	0,00E+00	3,77E-01	6,00E-15	0,00E+00
	2,64E-01	6,42E-13	0,00E+00	1,33E-01	0,00E+00	0,00E+00	4,53E-01	2,00E-15	0,00E+00
	1,37E-01	2,35E-12	0,00E+00	1,75E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,61E-01	1,00E-15	0,00E+00
	3,89E-01	1,41E-12	0,00E+00	2,24E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,89E-01	4,00E-15	0,00E+00
	4,11E-01	4,01E-13	0,00E+00	1,19E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,58E-01	6,00E-15	0,00E+00
	3,90E-01	5,81E-12	0,00E+00	1,41E-01	0,00E+00	0,00E+00	2,01E-01	7,00E-15	0,00E+00
	3,38E-01	7,09E-13	0,00E+00	1,57E-01	0,00E+00	0,00E+00	3,22E-01	3,00E-15	0,00E+00

Fonte: elaborado pelos autores