

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE
MINAS GERAIS**

CAMPUS TIMÓTEO

Marcos Guilherme Ribeiro

**COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DE VARIANTES
DE MUTAÇÃO DIFERENCIAL NO ALGORITMO
NSGA-III-DE EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO
COM MUITOS OBJETIVOS**

Timóteo

2018

Marcos Guilherme Ribeiro

**COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DE VARIANTES
DE MUTAÇÃO DIFERENCIAL NO ALGORITMO
NSGA-III-DE EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO
COM MUITOS OBJETIVOS**

Monografia apresentada à Coordenação de Engenharia de Computação do Campus Timóteo do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Computação.

Orientador: Douglas Nunes de Oliveira

Timóteo

2018

Marcos Guilherme Ribeiro

Comparação de desempenho de variantes de mutação diferencial no algoritmo NSGA-III-DE em problemas de otimização com muitos objetivos

Monografia apresentada à Coordenação de Engenharia de Computação do Campus Timóteo do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Computação.

Trabalho aprovado. Timóteo, 10 de julho de 2018:



Douglas Nunes de Oliveira
Orientador



João Batista Queiroz Zuliani
Convidado 1



Luciano Nascimento Moreira
Convidado 2

Timóteo
2018

Dedico esse trabalho a todos que, apesar das adversidades, lutaram e alcançaram seus objetivos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder saúde e sabedoria na busca pelos meus sonhos e objetivos.

Aos meus pais, pelo amor incondicional, exemplo de honestidade e persistência.

À minha irmã Lídia, por despertar em mim o interesse pela ciência.

Ao meu professor orientador Douglas Nunes de Oliveira, pela dedicação e comprometimento no desenvolvimento desse trabalho.

À professora Deisymar, pelo constante incentivo e empenho como educadora.

À todos os professores e amigos do CEFET-MG, que direta ou indiretamente contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.

*“Não é o mais forte que sobrevive, nem o mais inteligente,
mas o que melhor se adapta às mudanças.”
(Leon C. Megginson)*

Resumo

A tomada de decisão para problemas do mundo real pode envolver objetivos conflitantes entre si. Na literatura, os problemas de otimização são classificados como mono-objetivo quando se tem apenas um objetivo a ser otimizado, multiobjetivo (dois ou três objetivos a serem otimizados) e muitos objetivos, quando se tem acima de três objetivos a serem otimizados simultaneamente. Dentre os diversos algoritmos propostos para resolver esses problemas, os Algoritmos Evolucionários (AEs) mostraram eficazes em encontrar soluções quase ótimas. Dentro do grupo dos AEs está o algoritmo mono-objetivo *Differential Evolution* (DE), amplamente utilizado devido sua facilidade de uso, velocidade, estrutura simples e robustez. Yuan, Xu e Wang (2015) estenderam o DE para problemas com muitos objetivos, chamando essa abordagem de NSGA-III-DE. A principal diferença do DE para os outros AEs se dá na mutação de um indivíduo. Diferentes variantes de mutação diferencial foram propostas nas duas últimas décadas, mas não foram encontradas pesquisas investigando e comparando o seu desempenho na otimização com muitos objetivos. Portanto, o objetivo desta pesquisa é comparar a performance das principais estratégias de mutação diferencial no NSGA-III-DE, em problemas de otimização com muitos objetivos, utilizando os problemas de *benchmark* DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 e DTLZ4, sendo executados em até 15 objetivos. A métrica de desempenho utilizada é o *Inverse Generation Distance* (IGD). Resultados experimentais demonstraram que a variante de mutação current-to-rand/1 apresenta uma melhor performance dentre todas as variantes.

Palavras-chave: *Differential Evolution*. mutação. comparação.

Abstract

Decision-making for real-world problems may involve conflicting objectives. In the literature, optimization problems are classified as mono-objective when there is only one objective to be optimized, multiobjective (two or three objectives to be optimized) and many-objectives, when there are above three objectives to be optimized simultaneously. Among the several proposed algorithms to solve these problems, Evolutionary Algorithms (EAs) proved effective in finding near optimal solutions. Within the group of EAs is the mono-objective algorithm *Differential Evolution* (DE), widely used because of its ease of use, speed, simple structure and robustness. Yuan, Xu e Wang (2015) extended the DE to many-objectives problems, calling this approach NSGA-III-DE. The main difference from DE to the other EAs occurs in the mutation of an individual. Different differential mutation variants have been proposed in the last two decades, but no research was found investigating and comparing their performance in many-objectives optimization, therefore, the purpose of this research is to compare the performance of the main differential mutation strategies in NSGA-III-DE, on many-objectives optimization problems, using the DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 and DTLZ4 benchmarking problems, running in up to 15 objectives. The performance metric used is the IGD. Experimental results demonstrated that the current-to-rand/1 mutation variant shows a better performance among all variants.

Keywords: *Differential Evolution*. mutation. comparison.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Visão em alto nível de um AE	20
Figura 2 – Relação de dominância entre duas soluções A e B	22
Figura 3 – Imagem e espaço objetivo do problema F_1	22
Figura 4 – Função unimodal e multimodal	24
Figura 5 – Classificação por fronteiras de dominância	27
Figura 6 – Cálculo do <i>Crowding Distance</i>	29
Figura 7 – Algoritmo <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)</i> . .	30
Figura 8 – Pontos de referência em três dimensões com quatro divisões	32
Figura 9 – Conceito de duas camadas de pontos de referência [com seis pontos na camada externa ($p = 2$) e três pontos na camada interna ($p = 1$)] para um problema com três objetivos	32
Figura 10 – Procedimento de cálculo dos pontos de interceptação e construção de um hiperplano a partir dos pontos extremos para um problema de três objetivos	34
Figura 11 – Mecanismo de geração de um indivíduo experimental, através da variante DE/rand/1/BIN	36
Figura 12 – Ilustração do <i>crossover</i> Binomial para $D = 7$	38
Figura 13 – Ilustração do <i>crossover</i> exponencial para $D = 7, n_e = 4$ e $L = 3$	39
Figura 14 – Efeito do fator de espalhamento β	40
Figura 15 – Probabilidade de distribuição <i>Simulated Binary Crossover (SBX)</i> , onde η_c é um parâmetro de controle definido pelo usuário.	41
Figura 16 – Função de densidade de probabilidade de criação de uma solução filha mutada usando o operador de mutação polinomial	42
Figura 17 – Amostra da fronteira Pareto da função DTLZ1	44
Figura 18 – Amostra da fronteira Pareto da função DTLZ2	45
Figura 19 – Abordagem utilizada	53
Figura 20 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1, 0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/1/	58
Figura 21 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1, 0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/2/	59
Figura 22 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1, 0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/1/	60

Figura 23 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/2/	61
Figura 24 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/1/	62
Figura 25 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/2/	63
Figura 26 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-rand/1/	64
Figura 27 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-rand/2/	65
Figura 28 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/1/	66
Figura 29 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/2/	67

Lista de tabelas

Tabela 1	– Número de pontos de referência e tamanho correspondente da população	55
Tabela 2	– Parâmetros da mutação polinomial	55
Tabela 3	– Escolha recomendável para o fator de escala F	56
Tabela 4	– Menor, médio e maior valor de IGD obtido para o NSGA-III-DE para as variantes de mutação consideradas. A melhor performance é exibida em destaque.	68
Tabela 5	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/1 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	77
Tabela 6	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/2 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	78
Tabela 7	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/1 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	79
Tabela 8	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/2 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	80
Tabela 9	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/1 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	81
Tabela 10	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/2 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	82
Tabela 11	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação curr-to-rand/1 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	83
Tabela 12	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação curr-to-rand/2 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	84
Tabela 13	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/1 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	85
Tabela 14	– Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/2 considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.	86

Tabela 15 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/1 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	88
Tabela 16 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand/2 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	89
Tabela 17 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/1 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	90
Tabela 18 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação best/2 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	91
Tabela 19 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/1 considerando diferentes valores de CR , com $F = 0,1$	92
Tabela 20 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-best/2 considerando diferentes valores de CR , com $F = 1,0$	93
Tabela 21 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-rand/1 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	94
Tabela 22 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação current-to-rand/2 considerando diferentes valores de CR , com $F = 1,0$	95
Tabela 23 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/1 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	96
Tabela 24 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação rand-to-best/2 considerando diferentes valores de CR , com $F = \{0,1,0,5\}$	97

Lista de quadros

1	Estratégias para criação de um indivíduo mutante	37
2	Indicadores de qualidade para otimização multiobjetivo	43
3	Principais características das funções DTLZ apresentadas	46
4	Principais características das funções WFG	46
5	Revisão bibliográfica - Principais algoritmos de otimização	48
6	Revisão bibliográfica - Trabalhos analisando a performance de variantes do DE	51

Lista de Abreviaturas e Siglas

AE Algoritmo Evolucionário

AG Algoritmo Genético

AOM Algoritmo de Otimização Multiobjetivo

AOMO Algoritmo de Otimização com Muitos Objetivos

DE *Differential Evolution*

DEMO *Differential Evolution for Multiobjective Optimization*

EA Evolutionary Algorithm

FNDS *Fast Non-Dominated Sorting*

IGD *Inverse Generation Distance*

MOEA/D *Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition*

MOEA/DD *Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition*

NSGA *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*

NSGA-II *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*

NSGA-III *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III*

PAES *Pareto Archived Evolution Strategy*

POMO Problema de Otimização com Muitos Objetivos

SBX *Simulated Binary Crossover*

SPEA *Strength Pareto Evolutionary Algorithm*

SPEA-II *Strength Pareto Evolutionary Algorithm II*

TSDE *Tournament Selection Based Differential Evolution*

VEGA *Vector Evaluated Genetic algorithm*

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Justificativa e motivação	17
1.2	Objetivo	18
1.3	Organização do Texto	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1	Algoritmo Evolucionário (AE)	19
2.2	Algoritmos Genéticos	19
2.3	Conceitos da otimização com muitos objetivos	21
2.3.1	Modelagem Matemática	21
2.3.2	Fronteira Pareto e Pareto-dominância	21
2.3.3	Desafios na otimização com Muitos objetivos	23
2.4	Principais características de problemas de otimização	24
2.4.1	Interesses da otimização com muitos objetivos	25
2.4.2	Exploração local vs Exploração Global	25
2.4.3	Operadores básicos em Algoritmo de Otimização com Muitos Objetivos (AOMO)	26
2.5	Algoritmo <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II</i> (NSGA-II)	26
2.5.1	Abordagem <i>Fast Non-Dominated Sorting</i> (FNDS)	27
2.5.2	<i>Crowding Distance</i>	28
2.6	Algoritmo <i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III</i> (NSGA-III)	31
2.6.1	Pontos de referência	31
2.6.2	Mecanismo de associação	32
2.6.3	Normalização adaptativa dos membros da população	33
2.6.4	Algoritmo NSGA-III	34
2.7	<i>Differential Evolution</i> (DE)	35
2.7.1	Mutação diferencial	37
2.7.2	<i>Crossover</i> Binomial	38
2.7.3	<i>Crossover</i> exponencial	39
2.8	<i>Simulated Binary Crossover</i> (SBX)	39
2.9	Mutação Polinomial	41
2.10	Medida de desempenho dos AOMOs	43
2.10.1	<i>Inverse Generation Distance</i> (IGD)	43
2.10.2	Problemas de teste DTLZ	44
2.10.3	Funções WFG	46

3	MÉTODO DE PESQUISA	47
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	48
5	ABORDAGEM UTILIZADA	53
5.1	Parametrização	54
6	RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS	56
6.1	Efeito dos parâmetros no NSGA-III-DE	56
6.2	Comparação do valor de IGD entre as variantes	68
6.3	Trabalhos futuros	69
	REFERÊNCIAS	71
	APÊNDICES	75
	APÊNDICE A – TABELAS DE VARIAÇÃO NO FATOR DE ES- CALA F	76
	APÊNDICE B – TABELAS DE VARIAÇÃO NO FATOR DE ES- CALA CR	87

1 Introdução

A tomada de decisão para problemas do mundo real pode ser uma tarefa complexa e difícil, geralmente esses problemas envolvem objetivos conflitantes entre si. Muitas vezes, a solução para tais problemas de decisão requer o uso de técnicas de otimização que sejam modeladas de forma a considerar simultaneamente objetivos conflitantes.

Na literatura, os problemas de otimização são definidos em três classes distintas, problemas de otimização de objetivo único (ou mono-objetivo), problemas de otimização multiobjetivo (dois ou três objetivos) e problemas de otimização com muitos objetivos (acima de três objetivos). Essa diferença de classificação acontece porque o aumento da quantidade de objetivos insere dificuldades na otimização, como dificuldade em classificar a população em fronteiras não dominadas, dificuldade de geração de indivíduos próximos aos pais, obstáculos para garantir a manutenção da diversidade das soluções, dificuldade na visualização dos objetivos, dentre outros (ISHIBUCHI; TSUKAMOTO; NOJIMA, 2008a; CHAND; WAGNER, 2015).

A convergência e a diversidade são os principais interesses na otimização multiobjetivo. Convergência refere-se a encontrar um conjunto de soluções que se situam sobre ou perto da verdadeira fronteira Pareto. A diversidade refere-se a encontrar um conjunto de soluções suficientemente diversas para representar toda a fronteira Pareto. Satisfazer esses dois interesses é uma tarefa desafiadora para qualquer Algoritmo de Otimização Multiobjetivo (AOM) (ROBI; FILIPI, 2005).

Entre diversos algoritmos de otimização existentes, os Algoritmos Evolucionários (AEs) mostraram-se eficazes em encontrar soluções quase ótimas. Alguns dos AEs são *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA), NSGA-II, NSGA-III, *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA), SPEA-II, *Pareto Archived Evolution Strategy* (PAES), *Differential Evolution* (DE), *Differential Evolution for Multiobjective Optimization* (DEMO), dentre outros.

Para alcançar a convergência, o NSGA-III combina o operador de *crossover* SBX com a mutação polinomial para gerar novas soluções, selecionando primariamente as soluções não dominadas. Para alcançar a diversidade em problemas com muitos objetivos, foi proposto no NSGA-III um mecanismo de seleção por pontos de referência, esse procedimento prioriza os membros da população que não são dominados e estão próximos a um conjunto de pontos de referências pré-definidos. No trabalho publicado, em que Deb e Jain (2013) propõe o NSGA-III, o NSGA-III é aplicado a vários problemas de *benchmark* de três a quinze objetivos e em problemas práticos envolvendo entre dois a nove objetivos, alcançando resultados competitivos em relação a outros Algoritmos de Otimização com

Muitos Objetivos (AOMOs).

Em [Storn e Price \(1997\)](#) é proposto o *Differential Evolution* (DE), um algoritmo de otimização global capaz de otimizar funções de valores reais, tendo gerado interesse em pesquisas posteriores devido sua facilidade de uso, velocidade, estrutura simples e robustez. A principal diferença do DE para os outros AEs se dá na mutação de um indivíduo. A proposta original do DE gera um vetor de mutação adicionando a diferença ponderada entre dois vetores populacionais à um terceiro vetor, todos aleatórios. Inicialmente, [Storn e Price \(1997\)](#) introduziram o DE com duas variantes de mutação, DE/rand/1 e DE/current-to-best/1, posteriormente, outras variantes foram propostas por outros autores.

Em [Praveen e Thangavelu \(2015\)](#) foi feita uma investigação para analisar a performance de 10 variantes do DE comumente utilizadas. As variantes foram analisadas quanto a convergência e diversidade para problemas multiobjetivos. No trabalho publicado, as variantes foram implementadas em uma versão multiobjetivo do DE denominada DEMO, a qual utiliza o princípio de dominância Pareto e *crowding distance* para garantir a convergência e diversidade respectivamente. [Yuan, Xu e Wang \(2015\)](#) considera-se o primeiro trabalho a inserir o DE no NSGA-III, substituindo o operador de *crossover* SBX utilizado no NSGA-III pela variante DE/rand/1/BIN do DE. Resultados experimentais para problemas com muitos objetivos demonstraram que a abordagem proposta alcançou resultados favoráveis em relação aos resultados alcançados originalmente pelo NSGA-III. Porém, no trabalho publicado por [Yuan, Xu e Wang \(2015\)](#), o desempenho de outras variantes de mutação diferencial não foi investigado.

1.1 Justificativa e motivação

Diferentes variantes de mutação diferencial foram propostas nas duas últimas décadas, como rand/2/, best/1/bin, best/2/bin, current-to-rand/1, etc. Essas variantes diferem-se na maneira como os vetores são selecionados para o processo de mutação, número de pares de vetores envolvidos no vetor de diferença e, conseqüentemente, na sua eficácia para resolver um problema em particular. Portanto, com a multiplicidade de variantes de mutação disponíveis, não é fácil escolher a melhor variante para um determinado problema. Conseqüentemente, as variantes de mutação diferencial precisam de mais investigações sob quais circunstâncias elas funcionam bem ([JEYAKUMAR; Shunmuga Velayutham, 2009](#)).

Existem na literatura alguns trabalhos comparando a performance de diferentes variantes de mutação diferencial em problemas mono e multiobjetivo, porém, não foram encontradas pesquisas investigando e comparando a performance dessas variantes em problemas com muitos objetivos.

Devido à importância e eficácia do algoritmo DE na otimização de problemas, há uma motivação em ampliar as pesquisas investigando o comportamento de cada estratégia

de mutação diferencial na otimização com muitos objetivos, de forma que trabalhos futuros possam utilizar os resultados apresentados para propor abordagens híbridas de mutação, ou, até mesmo, aprimorar as existentes.

1.2 Objetivo

Essa pesquisa tem como objetivo geral comparar a capacidade de convergência e diversidade de 10 variantes de mutação diferencial no NSGA-III-DE em problemas de otimização com muitos objetivos, utilizando para isso a métrica IGD. Também, como objetivo específico, é analisado o efeito de dois principais parâmetros de controle no NSGA-III-DE.

1.3 Organização do Texto

Nas seções anteriores, foi feita uma breve introdução sobre as diferentes classificações de problemas de otimização e alguns algoritmos propostos para resolvê-los. Apresentou-se também o objetivo, justificativa e a motivação para realizar a pesquisa proposta.

No capítulo 2 é apresentado o referencial teórico, apresentando os principais conceitos e algoritmos mencionados neste trabalho.

No capítulo 3 são definidas as diretrizes que guiaram este trabalho desde o levantamento bibliográfico até a análise dos resultados.

No capítulo 4 são apresentados alguns trabalhos correlacionados à essa pesquisa.

No capítulo 5 é apresentada a abordagem utilizada, especificamente o ambiente, os parâmetros e o algoritmo utilizado para analisar a performance das variantes de mutação estudadas.

Por fim, no capítulo 6 são apresentados e analisados os resultados obtidos na execução de cada variante. Também, são feitas considerações sobre a pesquisa realizada, apresentando sua contribuição e os possíveis trabalhos futuros sobre a atual proposta.

2 Referencial Teórico

Neste capítulo serão abordados alguns conceitos relacionados ao tema dessa pesquisa, que ajudarão na compreensão de sua relevância.

2.1 Algoritmo Evolucionário (AE)

[AEs](#) usam modelos computacionais dos processos naturais de evolução como uma ferramenta para resolver problemas, simulando o processo de evolução das espécies através dos operadores de seleção, mutação e reprodução. Para isso, os [AEs](#) mantêm uma população de estruturas, denominadas indivíduos. À essas estruturas são aplicados os operadores genéticos, como recombinação, mutação, entre outros. Nesse processo, cada indivíduo é avaliado quantificando sua qualidade como solução para o problema em questão. Com base nesta avaliação, são aplicados os operadores genéticos de forma a priorizar a sobrevivência dos indivíduos mais aptos. A figura 1 apresenta uma implementação básica de um [AE](#) ([LINDEN, 2012](#)).

Portanto, verifica-se que o princípio básico dos [AEs](#) consiste em buscar dentro do conjunto atual de soluções, aquelas soluções que possuem as melhores características e tentar combiná-las de forma a gerar soluções ainda melhores, repetindo esse processo até que se tenha atingido um determinado critério de parada, como número máximo de gerações ou tenha obtido uma solução satisfatória para o problema. Assim, os [AEs](#) são parte de um ramo da busca chamado de “técnicas aleatórias guiadas”, isto é, possuem componentes aleatórios mas utilizam as informações do estado corrente para guiar a pesquisa ([LINDEN, 2012](#)).

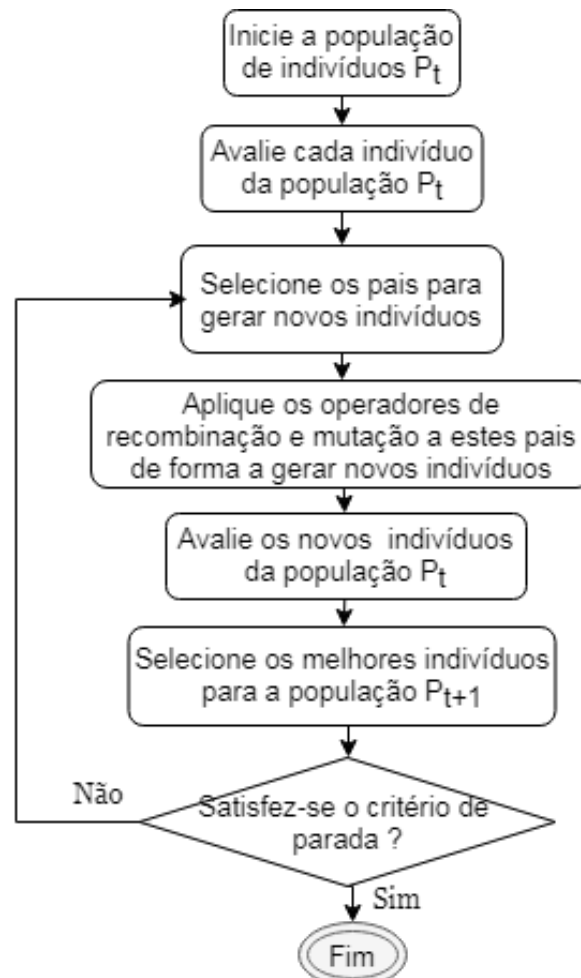
2.2 Algoritmos Genéticos

De acordo com [Linden \(2012\)](#) “Algoritmos Genéticos ([AGs](#)) são um ramo dos [AEs](#) e como tal podem ser definidos como uma técnica de busca baseada numa metáfora do processo biológico de evolução natural.”

A principal característica dos [AGs](#) e o motivo por sua ampla utilização é o grau de generalização que o [AG](#) possui, o que lhe permite solucionar diversos tipos de problemas de otimização. Destaca-se também como vantagens ([LINDEN, 2012](#)):

- Busca global: Os [AGs](#) não usam apenas informação local, logo não necessariamente ficam presos em ótimos locais. Essa característica faz com que eles sejam uma técnica

Figura 1 – Visão em alto nível de um AE



Fonte: Baseado em (LINDEN, 2012, p.44)

extremamente adequada para funções multimodais e de perfis complexas, como a maioria das funções de problemas reais.

- Busca não afetada por descontinuidades na função ou derivadas: os AGs não usam informações de derivadas na sua evolução nem necessitam de informação sobre o seu entorno para efetuar sua busca. Isto faz com que sejam adequados para funções descontínuas ou para funções para as quais não tem como calcular uma derivada.
- Capacidade de lidar com funções discretas, contínuas e até mesmo categóricas (não numéricas) sem prejuízo para a habilidade dos AGs na resolução do problema.

2.3 Conceitos da otimização com muitos objetivos

2.3.1 Modelagem Matemática

O que torna um problema multiobjetivo (ou muitos objetivos), é sua característica em possuir várias funções a serem otimizadas (maximizadas ou minimizadas) por uma solução x , satisfazendo diferentes restrições. Assim, um Problema de Otimização com Muitos Objetivos (**POMO**) é definido através da equação (2.1) (**CHAND; WAGNER, 2015**).

$$\text{POMO} = \begin{cases} \text{Max/Min } f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)), \\ \text{Sujeito a } x \in X \end{cases} \quad (2.1)$$

Onde m é a quantidade de objetivos, $x = (x_1, \dots, x_n)$ é o vetor de n variáveis de decisão, ou seja, uma possível solução para o problema, f_i é o i – ésimio objetivo a ser maximizado ou minimizado dependendo do problema e $f(x)$ é o vetor objetivo de m -dimensões calculado em x , isto é, contém os valores de cada objetivo f_i da solução x . X é a região factível.

A transição de problemas de otimização com um único objetivo para um problema com muitos objetivos introduz um desafio na comparação de soluções, já que uma solução é então um vetor de valores, em vez de um único escalar (**JUSTESEN, 2009**).

2.3.2 Fronteira Pareto e Pareto-dominância

Para um problema com muitos objetivos, geralmente não há uma única solução para a qual todos os objetivos sejam ótimos. Existe na verdade, um conjunto de soluções alternativas para as quais se afirma que não existem outras soluções que sejam superiores quando todos os objetivos são considerados simultaneamente. Essas soluções ótimas são conhecidas como conjunto de **soluções ótimas de Pareto** ou soluções não dominadas.

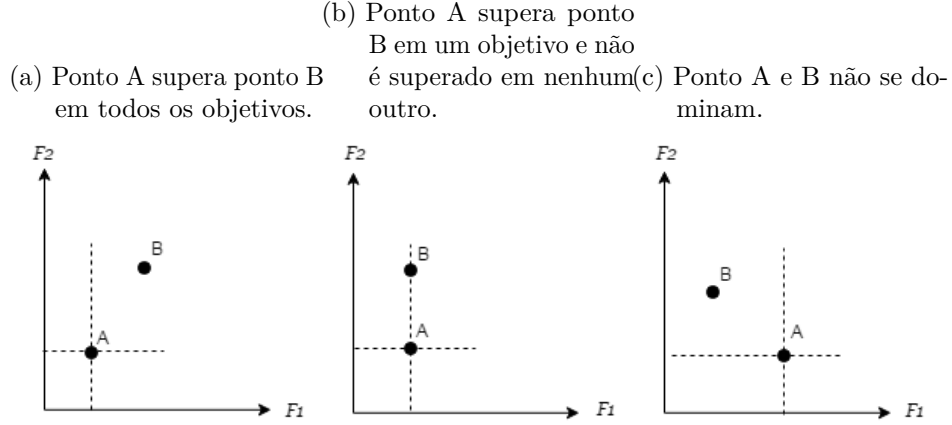
Pareto dominância: Esse princípio de dominância é definido como (**VOORNEVELD, 2003**):

Definição 1. Uma solução x_1 domina uma solução x_2 se:

- A solução x_1 não é superada por x_2 em nenhum objetivo, ou seja, $f_i(x_1) \leq f_i(x_2) \forall i = 1, \dots, M$ e;
- A solução x_1 supera x_2 em pelo menos algum objetivo, ou seja, $f_i(x_1) < f_i(x_2)$ para pelo menos um $i \in \{1, \dots, M\}$.

A figura 2 apresenta três cenários possíveis para um problema com dois objetivos e duas possíveis soluções A e B:

Figura 2 – Relação de dominância entre duas soluções A e B



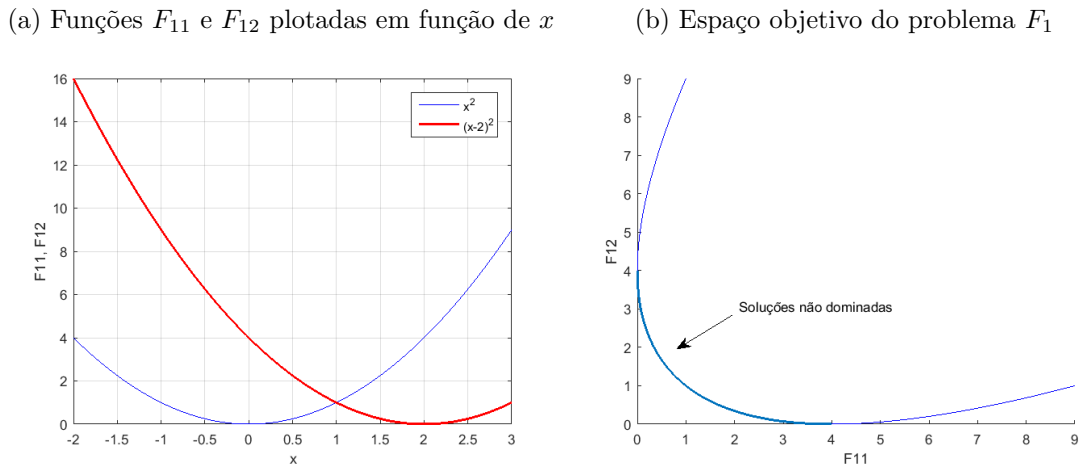
Fonte: Adaptado de (Ribeiro, R. S, 2016)

Para exemplificar o conceito de conjunto de soluções ótimas de Pareto, um simples problema F_1 de dois objetivos é considerado na equação (2.2) (SRINIVAS; DEB, 1995).

$$F_1 = \begin{cases} \text{Minimizar } F_{11} = x^2, \\ \text{Minimizar } F_{12} = (x - 2)^2 \end{cases} \quad (2.2)$$

O problema tem dois objetivos e ambas as imagens dos dois objetivos em função da variável de decisão x são exibidas na figura 3 (a).

Figura 3 – Imagem e espaço objetivo do problema F_1



Fonte: Adaptado de (SRINIVAS; DEB, 1995)

Claramente verificamos que a solução $x = 0$ é ótima com respeito a F_{11} mas não é ótima com respeito a F_{12} , e a solução $x = 2$ é ótima com respeito a função F_{12} e não é

ótima com respeito a F_{11} . Qualquer ponto no intervalo $(0, 2)$ cria uma relação de *trade-off* entre os objetivos e constitui a curva ótima de Pareto. Entretanto, qualquer solução fora desse intervalo é uma solução dominada, por exemplo, a solução $x = 3$ não é melhor que a solução $x = 2$ em relação a qualquer objetivo. Esse comportamento fica evidente através da figura 3 (b) que exibe o valor objetivo F_{12} em função de F_{11} para as soluções $x \in \mathbb{R}$.

Portanto, a escolha de uma solução em relação a outra fica a cargo do tomador de decisão. Dai se dá a importância de encontrar soluções diversificadas simultaneamente (soluções entre 0 e 2 para o problema apresentado) para que os tomadores de decisão possam escolher a solução mais adequada para o seu problema de otimização.

2.3.3 Desafios na otimização com Muitos objetivos

Como mencionado anteriormente, problemas com quatro ou mais objetivos são classificados como problemas com muitos objetivos. Quando o problema envolve quatro ou mais objetivos, surge uma série de problemas que não eram tão importantes para dois ou três objetivos, daí se dá a separação entre problemas multiobjetivo e problemas com muitos objetivos. Esses problemas incluem (ISHIBUCHI; TSUKAMOTO; NOJIMA, 2008a; CHAND; WAGNER, 2015):

Dominância Pareto: A maioria dos AOMOs utilizam o conceito de dominância Pareto para comparar e identificar as melhores soluções. Porém um aumento no número de objetivos faz com que uma grande parte da população seja não dominada. Isso enfraquece a pressão seletiva e reduz a capacidade de convergência dos algoritmos.

Eficiência computacional: Os AOMOs tendem a ser computacionalmente caros. Algumas métricas de cálculo como o hipervolume exige um poder de computação exponencialmente maior quando o número de objetivos aumenta. Medidas de espalhamento como o *crowding distance* também tendem a se tornar computacionalmente caras ao identificar os vizinhos em um espaço de alta dimensão.

Recombinação: Uma vez que as soluções tem maior probabilidade de estarem amplamente distante umas das outras em um grande espaço dimensional, há uma dificuldade em gerar soluções próximas aos pais. A geração de indivíduos próximos aos pais é importante para aprimorar a busca local.

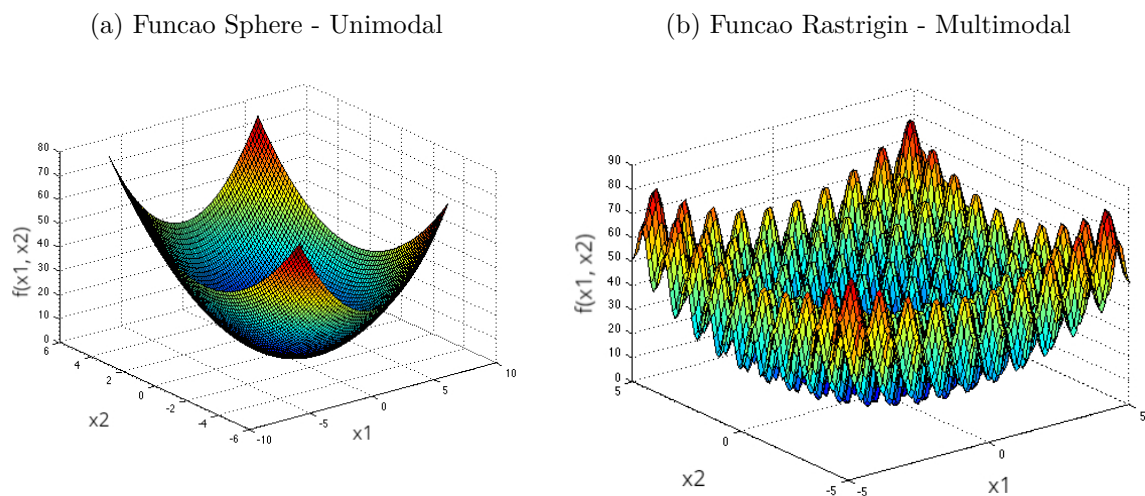
Preservação da diversidade: Como a fronteira Pareto para um POMO é uma hiper-superfície no espaço objetivo, o número de soluções requeridas para a sua aproximação se expande exponencialmente com a dimensionalidade do espaço objetivo, isto é, necessita-se de milhares de soluções não dominadas para aproximar toda a curva Pareto de forma espalhada.

Visualização: A medida que o número de objetivos aumenta acima de três, torna-se difícil para os pesquisadores visualizar o espaço objetivo na tomada de decisão.

2.4 Principais características de problemas de otimização

Unimodal ou Multimodal: Quanto à modalidade, uma função é dita unimodal (Figura 28 (a)) ou multimodal (Figura 28 (b)). As funções unimodais possuem apenas um ótimo local, que é, portanto, o ótimo global. Uma função multimodal, por sua vez, possui várias inflexões em sua superfície, o que caracterizam múltiplos pontos ótimos locais (HORN; GOLDBERG, 1995).

Figura 4 – Função unimodal e multimodal



Fonte: Adaptado de (S. Surjanovic, D. Bingham, 2015)

Separável e não separável: Considera-se separável um problema no qual cada variável pode ser tratada de forma independente uma da outra. Um problema não separável apresenta relações entre as variáveis e é de mais difícil resolução (HUBAND et al., 2006; Ribeiro, R. S, 2016).

Discretos, reais ou mistos: Um problema de otimização é dito ser real, discreto ou misto de acordo com suas variáveis de decisão. Em um problema discreto, suas variáveis de decisão podem receber apenas um conjunto discreto de valores. Analogamente, em um problema do tipo real, suas variáveis podem assumir valores reais. Quando algumas variáveis são reais e outras discretas, chamamos esse problema de misto (ARORA; HUANG; HSIEH, 1994).

Restritos ou irrestrito: Um problema matemático é restrito quando suas soluções devem satisfazer restrições impostas às variáveis de decisão. Essas restrições podem estar associadas ao domínio da função objetivo ou, impor restrições adicionais às soluções de acordo com um conhecimento prévio do problema. Na ausência de restrições, diz-se que o problema é irrestrito (FONSECA; FLEMING, 1998).

2.4.1 Interesses da otimização com muitos objetivos

O principal interesse de um algoritmo evolucionário para problemas com muitos objetivos é aproximar o conjunto de soluções à verdadeira fronteira Pareto. Portanto, esse objetivo é definido em três características das quais as métricas buscam avaliar (JUSTESEN, 2009):

- Proximidade em relação à verdadeira fronteira Pareto
- Distribuição uniforme entre as soluções
- Alta disseminação de soluções

Isto é, as soluções devem estar o mais perto possível da verdadeira fronteira Pareto, usando como critério de proximidade a distância euclidiana no espaço objetivo. Simultaneamente, o segundo objetivo é cobrir ao máximo a fronteira Pareto, obtendo uma distribuição uniforme de soluções. Ter um conjunto de soluções equidistantes permite ao tomador de decisão uma visão geral da fronteira Pareto, dando-o mais alternativas de escolhas com base na relação *trade-off* entre os objetivos representados pela população. O terceiro objetivo está diretamente ligado ao segundo. Ter uma alta disseminação de soluções significa ter alta distância entre as soluções extremas no espaço objetivo para garantir uma boa cobertura da fronteira Pareto, em outras palavras, deve-se preservar ao máximo as soluções extremas da fronteira Pareto.

Para alcançar os três objetivos, os AOMOs tradicionais combinam dois mecanismos destinados a garantir a convergência para verdadeira fronteira Pareto e uma boa distribuição de soluções. O primeiro mecanismo é o elitismo, que garante que as soluções mais próximas da verdadeira fronteira Pareto não sejam eliminadas da população. Isso faz com que o número de soluções não dominadas na população aumente a cada geração. O segundo mecanismo é uma medida de aglomeração ou densidade entre as soluções, priorizando as soluções em uma região menos movimentada no espaço objetivo. Esse segundo mecanismo normalmente é incorporado à classificação de Pareto para formar uma medida de aptidão única.

2.4.2 Exploração local vs Exploração Global

Todo algoritmo de pesquisa, precisa contemplar a exploração global (*exploration*) e a exploração local (*exploitation*) em um espaço de busca. Exploração global é o processo de visitar regiões inteiramente novas dentro de um espaço de busca, enquanto a exploração local visita regiões vizinhas de pontos já encontrados no espaço de busca (ČREPINŠEK; LIU; MERNIK, 2013). Em outras palavras, a exploração local busca melhorar uma solução promissora já obtida pelo algoritmo, equivalendo, portanto, a um processo de refinamento

das soluções encontradas. A exploração global, por outro lado, consiste em sondar uma porção muito maior do espaço de busca, buscando novas soluções promissoras que ainda precisam ser refinadas, diversificando as soluções de forma que a pesquisa não fique presa em ótimos locais.

2.4.3 Operadores básicos em Algoritmo de Otimização com Muitos Objetivos (AOMO)

Geralmente em um [AOMO](#) são aplicados três operadores básicos, sendo eles os operadores de avaliação, seleção e variação. Esses operadores são iterativamente aplicados às soluções em cada geração, até que algum critério de término pré-definido seja atendido, sendo normalmente o número de funções de avaliações executadas ([JUSTESEN, 2009](#)).

Avaliação: normalmente é baseado na relação de dominância, definido na subseção 2.3.2. Os [AOMOs](#) tradicionais incorporam a seleção por dominância à um segundo critério de avaliação, de forma a melhorar a diversidade das soluções. A avaliação é realizada no espaço objetivo.

Seleção: Esse operador seleciona os indivíduos que irão gerar novos filhos. Essa seleção normalmente envolve todos os indivíduos da geração atual, dando-os uma chance igual de acasalar, ou permitindo chances maiores aos indivíduos mais aptos. O operador de seleção é aplicado no espaço objetivo.

Variação: O operador de variação é aplicado aos indivíduos selecionados pelo operador de seleção. Esses indivíduos, portanto, geram filhos, que são uma variação de seus pais. Dois operadores de variação são normalmente aplicados, mutação e recombinação. A mutação visa causar apenas pequenas alterações na descendência, enquanto o operador de recombinação possibilita a retenção de boa parte dos genes dos pais nos filhos. A mutação tem o efeito de aumentar a otimização local, enquanto a recombinação tem o efeito de aprimorar a busca global. Os operadores de variação são aplicados no espaço de variáveis.

2.5 Algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* ([NSGA-II](#))

Em [Srinivas e Deb \(1995\)](#) é proposto o *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* ([NSGA](#)), um dos primeiros algoritmos genéticos para otimização multiobjetivo com base em uma sugestão de [Goldberg \(1989\)](#). Esse algoritmo elimina o problema de baixa diversidade presente em outras abordagens, distribuindo a população ao longo da fronteira Pareto. Contudo, o algoritmo apresenta alguns pontos negativos, como a dependência da especificação de um parâmetro de diversidade e alta complexidade na classificação não-dominada dos indivíduos.

Em [Deb et al. \(2002a\)](#) foi proposta uma versão aprimorada do [NSGA](#) chamada

NSGA-II, a qual elimina as dificuldades presentes no **NSGA**. Especificamente, foi proposto um mecanismo eficiente para o cálculo das soluções não dominadas, denominado *Fast Non-Dominated Sorting* (**FNDS**) e uma medida de espalhamento das soluções chamada por *crowding distance*. Resultados de simulação do **NSGA-II** em problemas não lineares com até cinco objetivos demonstraram um bom desempenho do algoritmo.

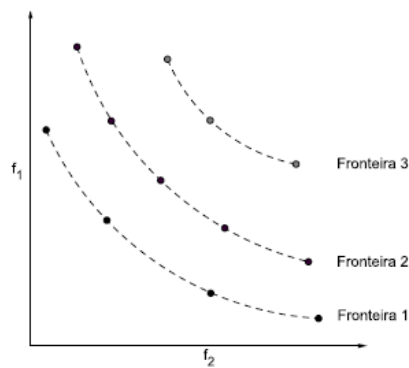
2.5.1 Abordagem *Fast Non-Dominated Sorting* (**FNDS**)

Na implementação do **FNDS**, primeiramente, para cada solução p da população S calcula-se:

- Número de soluções n_p que dominam a solução p .
- Conjunto de soluções S_p que a solução p domina.

Todas as soluções que possuem n_p igual a zero são as soluções não dominadas para a geração T e são classificadas para a primeira fronteira não dominada. Para cada solução p com $n_p = 0$, visita-se cada membro (q) do conjunto S_p e decrementa a quantidade n_q de soluções que a domina em 1. Se para qualquer membro q , o valor n_q se tornar 0, ele é classificado como sendo da segunda fronteira não dominada. Esse procedimento continua até que todas as fronteiras sejam identificadas. O algoritmo 1 descreve esse procedimento. A figura 5 exemplifica a classificação de uma geração para um problema de minimização com dois objetivos.

Figura 5 – Classificação por fronteiras de dominância



Fonte: (ISHIBUCHI; TSUKAMOTO; NOJIMA, 2008b)

Na fronteira 1 estão contidas as soluções dominantes, ou seja, as soluções que não são dominadas por nenhuma outra solução da população. A fronteira 2, contém indivíduos que são dominados apenas por indivíduos da fronteira 1, e assim sucessivamente.

Algoritmo 1: *Fast Non-Dominated Sorting* (FNDS)

Entrada: População de pais P
Saída: Fronteiras classificadas F

```

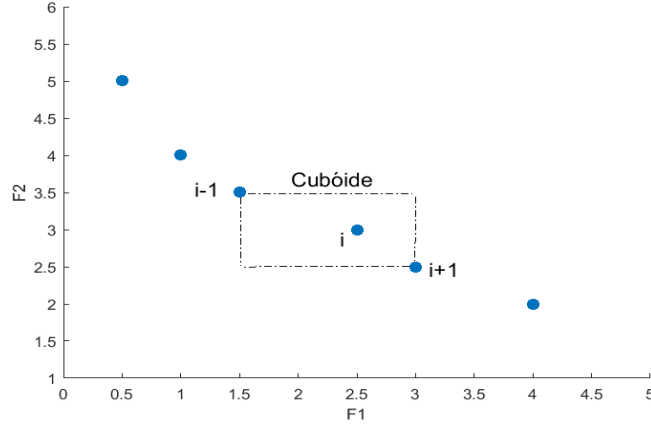
1 início
2   para cada  $p \in P$  faça
3      $S_p = \emptyset, n_p = 0$ 
4     para cada  $q \in P$  faça
5       se  $p$  domina  $q$  então
6          $S_p = S_p \cup \{q\}$ 
7       senão se  $q$  domina  $p$  então
8          $n_p = n_p + 1$ 
9       fim
10    fim
11    se  $n_p = 0$  então
12       $p_{front} = 1, F_1 = F_1 \cup \{p\}$ 
13    fim
14  fim
15   $i = 1$ 
16  enquanto  $F_i \neq \emptyset$  faça
17     $Q = \emptyset$ 
18    para cada  $p \in F_i$  faça
19      para cada  $q \in S_p$  faça
20         $n_q = n_q + 1$ 
21        se  $n_q = 0$  então
22           $q_{front} = i + 1, Q = Q \cup \{q\}$ 
23        fim
24      fim
25    fim
26     $i = i + 1, F_i = Q$ 
27  fim
28 fim

```

2.5.2 *Crowding Distance*

Como mencionado, o *crowding distance* elimina a necessidade de especificação de qualquer parâmetro de diversidade do usuário para manter o espalhamento entre os membros da população. Para descrever essa abordagem, é definida uma métrica de estimativa de densidade e um operador de comparação *crowded*.

1. *Estimativa de densidade:* Para ter uma estimativa da densidade de soluções em torno de uma solução em particular calcula-se a distância média entre dois pontos adjacentes a essa solução. Chama-se essa distância de *crowding distance*. Na figura 6, o *crowding distance* da solução i é o comprimento médio dos lados do cubóide formado entre as soluções $(i - 1)$ e $(i + 1)$.

Figura 6 – Cálculo do *Crowding Distance*

Fonte: Adaptado de (DEB et al., 2002a)

Após calcular o *crowding distance* de todos os membros da população, cada solução possui agora dois atributos

1. Rank não dominado (i_{rank});
2. *Crowding Distance* ($i_{distância}$)

Assim, definimos o operador de comparação *crowded* ($\prec$) como:

$$i \prec j \text{ Se } (i_{rank} < j_{rank}) \\ \text{Ou } ((I_{rank} = j_{rank}) \text{ E } (i_{distância} > j_{distância}))$$

Isto é, entre duas soluções em fronteiras diferentes, a melhor solução é a que está na fronteira inferior ($i_{rank} < j_{rank}$). No caso de duas soluções se encontrarem na mesma fronteira ($I_{rank} = j_{rank}$), a melhor solução é aquela que possui um maior valor de *crowding distance* ($i_{distância} > j_{distância}$).

Após definir o mecanismo de classificação em fronteiras não dominada (FNDS), a estimativa de *crowding distance* e o operador de comparação *crowded*, o loop principal do algoritmo NSGA-II é apresentado no algoritmo 2.

Primeiro, cria-se uma solução R_t a partir da união da solução de pais com filhos ($P_t \cup Q_t$). Então o conjunto de soluções R_t é classificado em fronteiras não dominadas. Estando os indivíduos separados em fronteiras não dominadas, começa então o processo de seleção dos indivíduos para a nova população. Primeiro, os indivíduos da fronteira 1 são passados para a nova população, depois os indivíduos da fronteira 2, e assim sucessivamente. Caso a quantidade de indivíduos na fronteira l (última fronteira a ser inserida na nova população) seja maior que a quantidade que falta para preencher uma nova população,

Algoritmo 2: NSGA-II - PROCEDIMENTO DA GERAÇÃO t

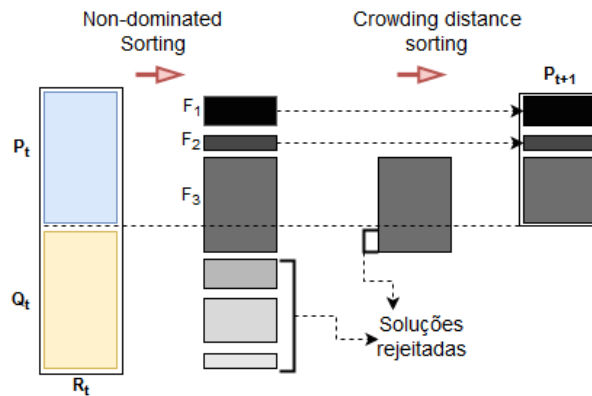
Entrada: População de pais P_t
Saída: População P_{t+1}

```

1 início
2    $Q_t = \text{recombinação} + \text{mutação}(P_t)$ 
3    $R_t = P_t \cup Q_t$ 
4    $(F_1, F_2, \dots) = \text{fast\_non\_dominated\_sort}(R_t)$ 
5    $P_{t+1} = \emptyset$  e  $i = 1$ 
6   enquanto  $|P_{t+1}| + |F_i| \leq N$  faça
7      $P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i$ 
8      $i = i + 1$ 
9   fim
10  última fronteira a ser incluída:  $F_l = F_i$ 
11   $\text{calcula\_crowding\_distance}(F_l)$ 
12  Ordene  $(F_l, \prec_n)$ 
13   $n\_indiv\_rest = N - |P_{t+1}|$ 
14   $P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_l[1 : n\_indiv\_rest]$ 
15 fim

```

são escolhidos os melhores indivíduos de acordo com o operador de comparação *crowded*. Assim, todos os demais indivíduos da fronteira l e das demais fronteiras são descartados dessa nova população. Esse procedimento é representado de forma gráfica através da figura 7.

Figura 7 – Algoritmo *NSGA-II*

Fonte: Adaptado de (DEB et al., 2002a)

Resultados de simulação do *NSGA-II* à vários problemas de teste, incluindo um problema não-linear de sete restrições e cinco objetivos demonstraram que o *NSGA-II* apresenta um bom desempenho. Entretanto, trabalhos posteriores observaram que para problemas com mais de quatro objetivos os resultados não eram tão satisfatórios, sendo assim, o próprio autor publicou uma versão aprimorada do *NSGA-II*, chamada por *NSGA-III*, na qual substitui o *crowding distance* por uma abordagem que seleciona as soluções mais

próximas à um conjunto de pontos de referência pré-definidos. Essa abordagem é explicada na subseção 2.6.1.

2.6 Algoritmo *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III* (NSGA-III)

O algoritmo NSGA-III mantém a estrutura básica do NSGA-II, com mudanças significativas no mecanismo de seleção, trocando o *crowding distance* por um procedimento baseado na abordagem proposta em Das e Dennis (1998). Esse procedimento é explicado nas subseções a seguir.

2.6.1 Pontos de referência

Os pontos de referência utilizados pelo NSGA-III compõe um conjunto de pontos no espaço de objetivos que busca guiar o processo de busca, garantindo a diversidade entre as soluções obtidas pelo algoritmo. Os pontos de referência podem ser definidos de forma algorítmica ou fornecidos preferencialmente pelo usuário. A abordagem proposta em Das e Dennis (1998) coloca pontos em um simplex unitário de $(M - 1)$ dimensões interceptando cada eixo objetivo no ponto unitário, considerando M o número de objetivos. O simplex unitário é definido como a generalização do triângulo para uma determinada quantidade de dimensões. Portanto, um simplex bi-dimensional é um triângulo, um simplex tridimensional é um tetraedro, e assim sucessivamente (Ribeiro, R. S, 2016). Por exemplo, em um problema com três objetivos ($M = 3$), os pontos de referência são criados em um triângulo com vértices em: $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$. Para cada eixo, são feitas p divisões entre 0 e 1. A quantidade H de pontos de referência gerados são calculados conforme equação 2.3.

$$H = \frac{A!}{p!(A - p)!} \quad (2.3)$$

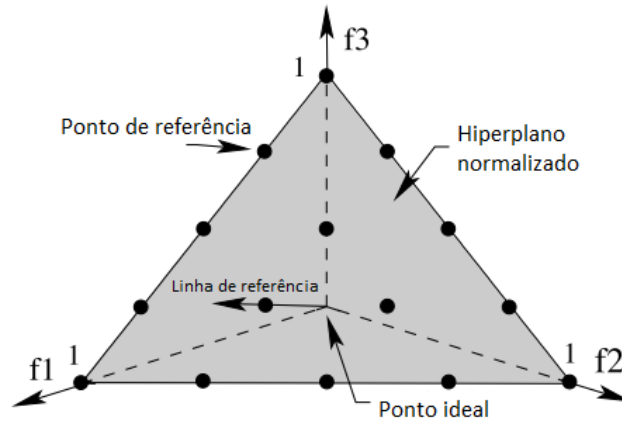
Onde;

$$A = M + p - 1$$

Portanto, tendo como exemplo $M = 3$ e $p = 4$, teremos $H = 6!/(4!(6 - 4)!) = 15$ pontos de referência. Os pontos de referência para essas configurações são exibidos na figura 8.

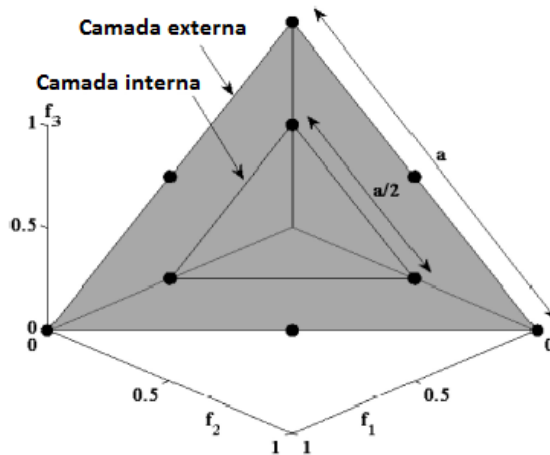
Vale observar que para um alto número de objetivo, para se evitar uma grande quantidade de pontos de referência, Deb e Jain (2013) recomenda usar duas camadas de pontos de referência, com valores relativamente pequenos de p . Esse cenário é ilustrado na figura 9 para um problema de três objetivos usando $p = 2$ para a camada externa e $p = 1$ para a camada interna. Nessa pesquisa, assim como no trabalho de Deb e Jain (2013), essa estratégia é usada para $M \geq 8$.

Figura 8 – Pontos de referência em três dimensões com quatro divisões



Fonte: (DEB; JAIN, 2013)

Figura 9 – Conceito de duas camadas de pontos de referência [com seis pontos na camada externa ($p = 2$) e três pontos na camada interna ($p = 1$)] para um problema com três objetivos



Fonte: (DEB; JAIN, 2013)

2.6.2 Mecanismo de associação

Na proposta do [NSGA-III](#), além de priorizar as soluções não dominadas, são priorizados também os membros da população que estão associados a cada um desses pontos de referência. Um vez que os pontos de referência são amplamente distribuídos em todo o hiperplano normalizado, as soluções obtidas provavelmente estarão amplamente distribuídas na fronteira ótima de Pareto. Para associar cada solução a um ponto de referência, é definida uma reta de referência para cada ponto no hiper-plano pela junção do ponto de referência com a origem. Então, calcula-se a distância perpendicular de cada membro da população S_t às retas de referência. Assim, o membro da população

é considerado associado ao ponto de referência que possui a reta correspondente mais próxima à solução. Vale ressaltar que um ponto de referência pode ter zero, um ou mais membros da população associados a ele. Após todas as soluções estarem associadas à um ponto de referência, inicia-se o processo de seleção das soluções, conforme algoritmo 3.

Algoritmo 3: Procedimento de associação

Entrada: $K, p_j, \pi(s \in S_t), d(s \in S_t), Z^r, F_l$
Saída: P_{t+1}

```

1 início
2    $k = 1$ 
3   enquanto  $k \leq K$  faça
4      $J_{min} = j : \operatorname{argmin}_{j \in Z^r} p_j$ 
5      $\bar{j} = \operatorname{random}(J_{min})$   $I_{\bar{j}} = S : \pi(s) = \bar{j}, s \in F_l$ 
6     se  $I_{\bar{j}} \neq \emptyset$  então
7       se  $p_{\bar{j}=0}$  então
8          $P_{t+1} = P_{t+1} \cup (s : \operatorname{argmin}_{s \in I_{\bar{j}}} d(s))$ 
9       senão
10         $P_{t+1} = P_{t+1} \cup \operatorname{random}(I_{\bar{j}})$ 
11      fim
12       $p_{\bar{j}} = p_{\bar{j}} + 1, F_l = F_l \setminus s$ 
13       $k = k + 1$ 
14    senão
15       $Z^r = Z^r / \bar{j}$ 
16    fim
17  fim
18 fim
```

Inicialmente, conta-se o número de membros da população $P_{t+1} = S_t / F_l$ que estão associados a cada ponto de referência. Esse valor é denotado como p_j para o j -ésimo ponto de referência. Após fazer esse cálculo para todos os pontos de referência, começa o processo de seleção. Primeiro seleciona o ponto de referência que tem o menor valor p_j . No caso de empate, é selecionado um ponto de referência aleatoriamente. O membro associado a esse ponto é então adicionado a nova população e o valor de p_j é incrementado em uma unidade. No caso de mais de um membro estar associado ao ponto j , é selecionado o indivíduo que possui a menor distância perpendicular à linha de referência. Esse procedimento é repetido por um total de K vezes para preencher a quantidade de indivíduos que faltam para a população p_{t+1} .

2.6.3 Normalização adaptativa dos membros da população

Para que o [NSGA-III](#) possa resolver problemas tendo uma fronteira Pareto com valores em diferentes escalas, é necessário que todos os pontos do conjunto de soluções estejam normalizados entre 0 e 1. Para isso, primeiramente é determinado o valor mínimo (Z_{min}) para cada função objetivo $i = 1, 2, \dots, M$, construindo um ponto ideal

$Z = (Z_1^{min}, Z_2^{min}, \dots, Z_M^{min})$. Cada valor objetivo de S_t é então transladado pela subtração do valor objetivo f_i por Z_i^{min} . Essa translação é denominada $f'_i(x) = f_i(x) - Z_i^{min}$. Após esse passo, o ponto extremo em cada objetivo é identificado determinando a solução $x \in S_t$ que retorna o valor mínimo para a equação 2.4, sendo w a direção do eixo.

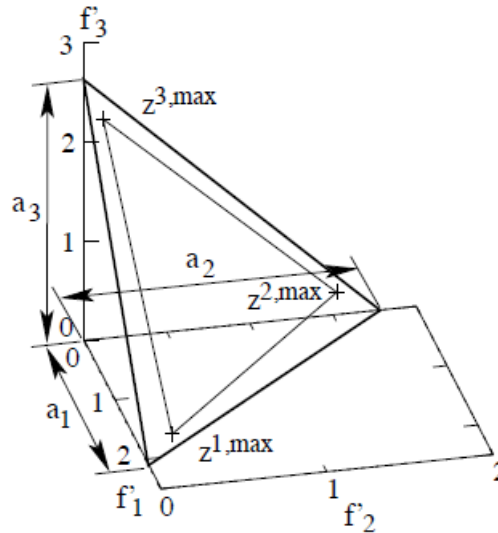
$$ASF(x, w) = \max_{i=1}^M \frac{f'_i(x)}{w_i}, \text{ para } x \in S_t \quad (2.4)$$

Os pontos são encontrados minimizando cada objetivo individualmente, de modo que, o ponto extremo para o objetivo i possui um alto valor para f_i e valores baixos para os demais objetivos do problema. Esses pontos constituem um conjunto de pontos extremos f_{ext} , composto de M pontos. Geometricamente os pontos extremos são os pontos mais próximos de cada eixo objetivo, considerando apenas as soluções não dominadas. Esses M pontos extremos são então utilizados para constituir um hiperplano linear de M dimensões. Os pontos de interceptação em cada eixo objetivo é chamado de a_i .

A figura 10 exibe um conjunto de pontos transladado (hiperplano interno) e o hiperplano linear de M dimensões (hiperplano externo) construído a partir dos pontos extremos. Assim, as funções objetivos podem ser normalizadas através da equação 2.5.

$$f_i^n(x) = \frac{f'_i(x)}{a_i}, \text{ para } i = 1, 2, \dots, M. \quad (2.5)$$

Figura 10 – Procedimento de cálculo dos pontos de interceptação e construção de um hiperplano a partir dos pontos extremos para um problema de três objetivos



Fonte: (DEB; JAIN, 2013)

2.6.4 Algoritmo NSGA-III

Após explicar os conceitos de pontos de referência, normalização adaptativa dos membros da população e o mecanismo de associação e seleção de indivíduos, o algoritmo

completo [NSGA-III](#) é apresentado através do algoritmo 4.

Algoritmo 4: NSGA-III - PROCEDIMENTO DA GERAÇÃO t

Entrada: Pontos de referência H , População de pais P_t

Saída: População P_{t+1}

```

1 início
2    $S_t = \emptyset, i = 1$ 
3    $Q_t = \text{recombinação} + \text{mutação}(P_t)$ 
4    $R_t = P_t \cup Q_t$ 
5    $(F_1, F_2, \dots) = \text{non\_dominated\_sort}(R_t)$ 
6   repita
7      $S_t = S_t \cup F_i$ 
8      $i = i + 1$ 
9   até  $|S_t| \geq N$ ;
10  Última fronteira a ser incluída:  $F_l = F_i$ 
11  se  $|S_t| = N$  então
12     $P_{t+1} = S_t$ 
13  senão
14     $P_{t+1} = \cup_{j=1}^{l-1} F_j$ 
15    Pontos a serem escolhidos de  $F_l$ :  $K = N - |P_{t+1}|$ 
16    Normalize os objetivos e crie o conjunto de referência
       $Z^r : \text{Normalize}(f^n, S_t, Z^r, Z^s, Z^a)$ 
17    Associe cada membro de  $S_t$  a um ponto de referência:
       $[\pi(s), d(s)] = \text{Associação}(S_t, Z^r)$  onde;  $\pi(s)$ : ponto de referência mais
      próximo,  $d$ : distância entre  $s$  e  $\pi(s)$ 
18    Calcule a contagem de nicho do ponto de referência
       $j \in Z^r : p_j = \sum s \in S_t / F_l ((\pi(s) = j) ? 1 : 0)$ 
19    Escolha  $K$  membros um por vez de  $F_l$  para construir
       $P_{t+1} : \text{Niching}(K, p_j, \pi, d, Z^r, F_l, P_{t+1})$ 
20 fim
21 fim
```

2.7 Differential Evolution (DE)

[DE](#) é um algoritmo evolucionário que cria uma nova solução candidata através da combinação de um indivíduo pai, com outros indivíduos da mesma população. Na versão original do [DE](#), uma solução candidata substitui a solução pai apenas se possuir um melhor *fitness*, como descrito no algoritmo 5. A figura 11 ilustra o procedimento de criação de um indivíduo utilizando o [DE](#).

O algoritmo [DE](#) foi projetado para atender os quatro seguintes requisitos exigidos em técnicas de otimização ([STORN; PRICE, 1997](#)):

1. Capacidade de lidar com funções de custos não diferenciáveis, não-lineares e multi-modais.

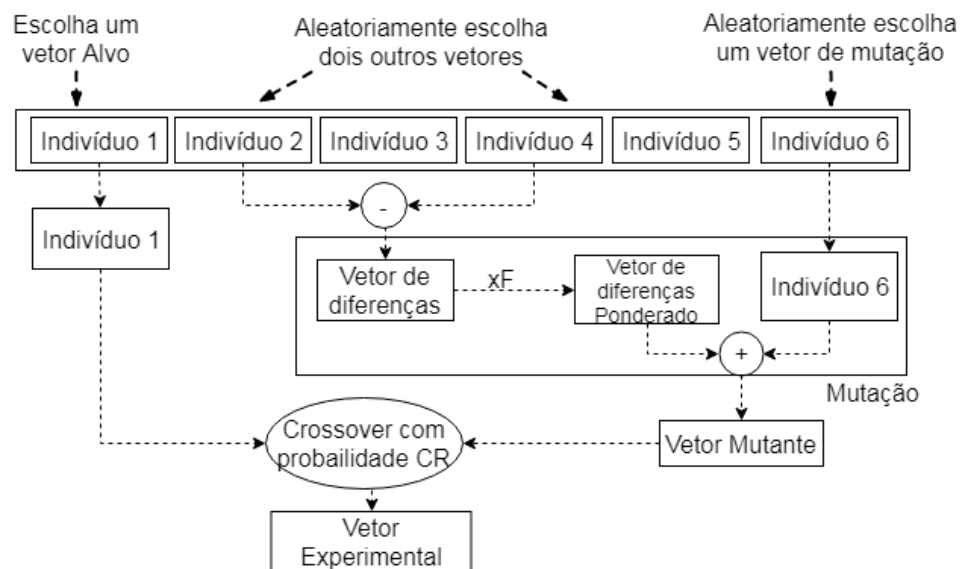
Algoritmo 5: ALGORITMO *Differential Evolution* (DE)

```

1 início
2   Inicializar D, N, CR, F, gen_max
3   //Onde: D = Número de variáveis, N = Número de indivíduos, CR=
   Probabilidade de crossover e gen_max = Número máximo de gerações
4   Gerar a população inicial aleatoriamente
5   Avaliar cada indivíduo da população
6   repita
7     para Cada indivíduo i faça
8       Selecionar aleatoriamente 3 outros indivíduos da população
9       Calcula o vetor de diferenças
10      Executar mutação e cruzamento
11      Avaliar Fitness do indivíduo gerado
12      Comparar indivíduo i com a sua versão experimental e selecionar o de
        menor custo para a nova população.
13    fim
14  até Satisfazer critério de parada;
15 fim

```

Figura 11 – Mecanismo de geração de um indivíduo experimental, através da variante DE/rand/1/BIN



Fonte: Elaborado pelo autor

2. Paralelizabilidade, para lidar com funções computacionais de custo intensivo.
3. Facilidade de uso, ou seja, poucas variáveis de controle para orientar a minimização.
4. Boas propriedades de convergência, isto é, convergência consistente para o mínimo global em execuções independentes consecutivas.

Para cumprir o requisito (1) o DE foi projetado como um modelo de busca direta

estocástica. Para cumprir o requisito (2), o DE utiliza uma população de vetores onde a perturbação estocástica dos vetores populacionais pode ser feita de forma independente. Para satisfazer o requisito (3), é necessário que o método de otimização seja auto-organizado, exigindo poucas especificações do usuário. Para isso, o esquema de auto-organização do DE utiliza a diferença entre dois vetores da população, escolhidos aleatoriamente, para perturbar um terceiro vetor existente. Referente ao requisito (4), simulações publicadas em Robi e Filipi (2005) e Storn e Price (1997) demonstram que tanto o algoritmo DEMO quanto o seu original DE apresentam boa convergência para os problemas apresentados.

2.7.1 Mutação diferencial

Durante o processo de mutação, para cada membro da população (vetor alvo) $\bar{x}_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$, um novo vetor mutante v_i (também chamado de vetor ruído) é gerado de acordo com uma estratégia de mutação. As estratégias de mutação podem ser formadas por qualquer combinação entre indivíduo alvo, indivíduo aleatório ou melhor indivíduo. Assim, diversas variantes de mutação foram propostas nas duas últimas décadas. As comumente utilizadas são descritas no quadro 1. Em Storn e Price (1997) foi introduzida a notação DE/x/y/z para identificar diferentes variantes do algoritmo DE, onde x especifica o vetor a sofrer mutação, y é o número de vetores de diferenças utilizado e z define o tipo de cruzamento utilizado. Nessa pesquisa, como focamos apenas no processo de mutação do DE, contraímos essa notação para x/y, isto é, omitimos o identificador DE e considera-se o parâmetro z como o cruzamento binomial

Quadro 1 – Estratégias para criação de um indivíduo mutante

Variante	Definição	Referência
rand/1	$\bar{v}_i = \bar{x}_{r1} + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3})$	Storn e Price (1997)
rand/2	$\bar{v}_i = \bar{x}_{r1} + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3}) + F_{xc}(\bar{x}_{r4} - \bar{x}_{r5})$	Islam et al. (2012)
best/1	$\bar{v}_i = \bar{x}_b + F_{xc}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_{r2})$	Islam et al. (2012)
best/2	$\bar{v}_i = \bar{x}_b + F_{xc}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_{r2}) + F_{xc}(\bar{x}_{r3} - \bar{x}_{r4})$	Islam et al. (2012)
current-to-best/1	$\bar{v}_i = \bar{x}_i + F_{cr}(\bar{x}_b - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_{r2})$	Storn e Price (1997)
current-to-best/2	$\bar{v}_i = \bar{x}_i + F_{cr}(\bar{x}_b - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_{r2}) + F_{xc}(\bar{x}_{r3} - \bar{x}_{r4})$	Zielinski et al. (2008)
current-to-rand/1	$\bar{v}_i = \bar{x}_i + F_{cr}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3})$	Zielinski et al. (2008)
current-to-rand/2	$\bar{v}_i = \bar{x}_i + F_{cr}(\bar{x}_{r1} - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3}) + F_{xc}(\bar{x}_{r4} - \bar{x}_{r5})$	Zielinski et al. (2008)
rand-to-best/1	$\bar{v}_i = \bar{x}_{r1} + F_{cr}(\bar{x}_b - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3})$	Almeida-Luz et al. (2008)
rand-to-best/2	$\bar{v}_i = \bar{x}_{r1} + F_{cr}(\bar{x}_b - \bar{x}_i) + F_{xc}(\bar{x}_{r2} - \bar{x}_{r3}) + F_{xc}(\bar{x}_{r4} - \bar{x}_{r5})$	Weber (2010)

Fonte: (QIANG; MITCHELL,)

Os números inteiros r_1, r_2, r_3, r_4 e r_5 são escolhidos aleatoriamente no intervalo $\in [1, N]$ e são mutuamente exclusivos entre si e estritamente diferentes do índice atual i , F_{xc} é um fator de escala real que controla a amplificação da variação diferencial, $\bar{x}_b$ é a melhor solução entre os membros da população e F_{cr} é um fator de peso para a combinação entre o vetor alvo original e o melhor vetor pai ou o vetor aleatório.

Nessa pesquisa, assim como em [Abbas, Ahmad e Jabeen \(2015\)](#) e [Jeyakumar e Shunmuga Velayutham \(2009\)](#), utilizamos o mesmo valor para F_{xc} e F_{cr} , portanto, para facilitar a leitura, denotaremos essas constantes simplesmente como fator de escala F .

Na otimização mono-objetivo, a melhor solução é aquela que possui o melhor *fitness*, isso é, possui um menor valor objetivo (considerando um problema de minimização). Nessa pesquisa, considera-se os melhores indivíduos para a otimização com muitos objetivos aqueles indivíduos que estão na primeira fronteira não dominada.

2.7.2 Crossover Binomial

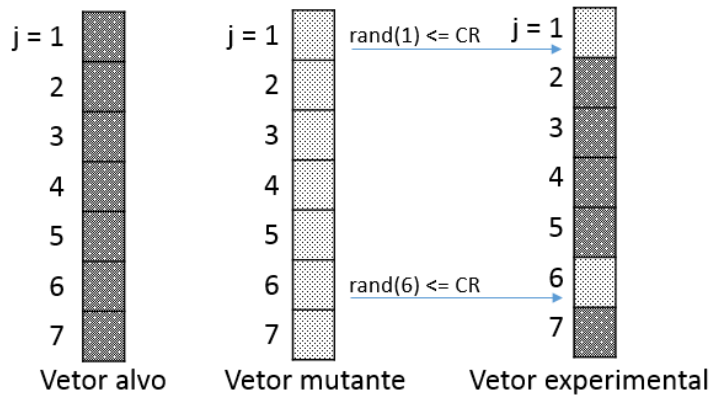
Para aumentar a diversidade dos vetores experimentais, o cruzamento binomial é introduzido. Assim, o vetor experimental é formado, conforme equação (2.6).

$$u_{ji} = \begin{cases} v_{ji} & \text{se } (randb(j) \leq CR) \text{ ou } j = rnbr(i) \\ x_{ji} & \text{se } (randb(j) > CR) \text{ e } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad (2.6)$$

$$j = 1, 2, \dots, D.$$

Onde CR é uma constante de cruzamento $\in [0, 1]$ determinada pelo usuário. $randb(j)$ é um valor aleatório entre 0 e 1. Para cada índice de um determinado parâmetro, sorteia-se um valor entre 0 e 1 ($randb(j)$). Se $randb(j) \leq CR$ a respectiva posição i do vetor experimental receberá o valor correspondente a posição i do vetor mutante. Caso contrário, a respectiva posição i do vetor experimental receberá o valor correspondente a posição i do vetor alvo. $rnbr(i)$ é um índice escolhido aleatoriamente $\in 1, 2, \dots, D$ que garante que u_i tenha pelo menos um parâmetro de v_i . Através de experimentos, em problemas mono-objetivos, [Storn e Price \(1997\)](#) sugere que $CR = 0.1$ seja uma boa escolha inicial. A figura 12 exibe um exemplo do *crossover* Binomial para um vetor de sete dimensões.

Figura 12 – Ilustração do *crossover* Binomial para $D = 7$



Fonte: Adaptado de ([STORN; PRICE, 1997](#))

2.7.3 Crossover exponencial

Outro tipo de *crossover* que pode ser utilizado no DE é o exponencial, como mostra a equação (2.7).

$$u_i = u_{j,i} = \begin{cases} v_{j,i} & \text{para } j = n_e, n_e + 1, \dots, n_e + L - 1, \\ x_{j,i} & \text{para } \forall j \in [0, D - 1] \end{cases} \quad (2.7)$$

Onde:

- n_e é o índice obtido aleatoriamente dentro do intervalo inteiro $[0, D - 1]$;
- L denota o número de parâmetros que serão trocados, a partir do intervalo $[1, D]$.

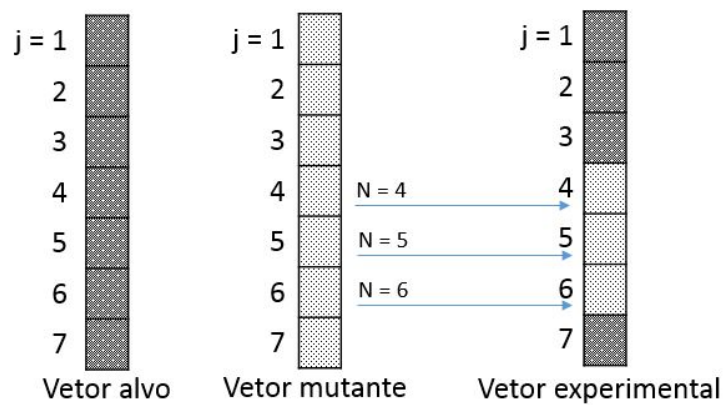
O valor de L é determinado pelo algoritmo 6. A figura 13 ilustra um exemplo da utilização do *crossover* exponencial para $D = 7$, $n_e = 4$ e $L = 3$.

Algoritmo 6: Escolha do valor L

```

1 início
2    $L = 0$ 
3   repita
4      $L = L + 1$ 
5   até ( $rand[0, 1] > CR$ ) Ou ( $L \geq D$ );
6 fim
```

Figura 13 – Ilustração do *crossover* exponencial para $D = 7$, $n_e = 4$ e $L = 3$



Fonte: Adaptado de (STORN; PRICE, 1997)

2.8 Simulated Binary Crossover (SBX)

O operador de cruzamento binário simulado (em inglês, SBX) usa uma distribuição de probabilidade em torno de dois pais para criar duas soluções filhas. Para explicar

o operador de *crossover* **SBX** é definido o fator de espalhamento β . Após efetuar o cruzamento, as soluções filhas podem estar dentro ou fora de uma região delimitada pelos pais. Assim, o fator de espalhamento β é definido como a razão entre a distância entre os pais e os filhos, conforme equação (2.8).

$$\beta = \left| \frac{c_1 - c_2}{p_1 - p_2} \right| \quad (2.8)$$

Assim, os *crossovers* são definidos em três diferentes classes, declarados nas definições de 2 a 4 (DEB; AGRAWAL, 1994).

Definição 2. Todas as operações de *crossover* tendo $\beta < 1$ são definidas como *crossover* de contração.

Quando os filhos são colocados entre os pais, a distância entre os filhos é menor que a distância entre os pais, assim, o valor de β é menor que 1, esse *crossover*, portanto, causa um efeito de contração nos pais, conforme figura 14(a).

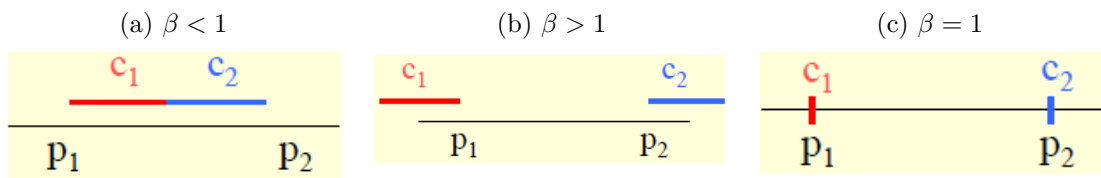
Definição 3. Todas as operações de *crossover* tendo $\beta > 1$ são definidas como *crossover* de expansão.

Quando os pais estão entre os filhos, a diferença absoluta entre os filhos é maior que a dos pais. Portanto, esse *crossover* tem o efeito de expandir os pais através dos filhos, conforme figura 14(b).

Definição 4. Todas as operações de *crossover* tendo $\beta = 1$ são definidas como *crossover* estacionários.

Nos *crossovers* estacionários, os filhos são idênticos aos pais, conforme figura 14(c).

Figura 14 – Efeito do fator de espalhamento β



Fonte: (DEB; GOYAL, 1996)

Após exemplificar o efeito da variável β , o procedimento de criação das soluções c_1 e c_2 a partir das soluções pais p_1 e p_2 é descrito a seguir:

$$c_1 = 0,5[(1 + \beta_q)p_1 + (1 - \beta_q)p_2], \quad (2.9)$$

$$c_2 = 0,5[(1 - \beta_q)p_1 + (1 + \beta_q)p_2]. \quad (2.10)$$

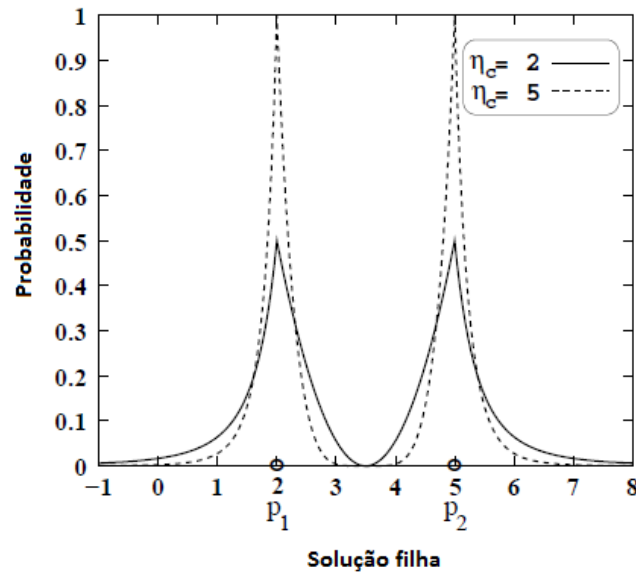
em que β_q é um número aleatório dado por:

$$\beta_q = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{Se } u \leq 0,5; \\ (\frac{1}{2(1-u)})^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{Caso contrário.} \end{cases} \quad (2.11)$$

onde:

- u é um número aleatório entre 0 e 1,
- η_c é um valor positivo que define o quão próximo dos pais serão criados os novos indivíduos. Um grande valor de η_c dá maior probabilidade de criar filhos próximos aos pais e um pequeno valor de η_c permite que os filhos sejam criados mais distante dos pais. A figura 15 exibe a distribuição de probabilidade **SBX** para dois pais p_1 e p_2 para $\eta_c = 2$ e $\eta_c = 5$

Figura 15 – Probabilidade de distribuição **SBX**, onde η_c é um parâmetro de controle definido pelo usuário.



Fonte: (DEB; JAIN, 2011)

2.9 Mutação Polinomial

Deb e Agrawal (1999) sugeriram um operador de mutação polinomial com um parâmetro (η_m) definido pelo usuário. Com base em um estudo teórico, eles concluíram que

um valor $\eta_m \in [20, 100]$ é uma escolha recomendável na maioria dos problemas investigados. Nesse operador, uma distribuição de probabilidade polinomial é usada para perturbar determinada solução. Para uma solução pai $p \in [a, b]$ a solução mutada p' é criada conforme equação (2.12) (DEB; DEB, 2014).

$$p' = \begin{cases} p + \bar{\delta}_L(p - x_i^{(L)}), & \text{para } u \leq 0,5; \\ p + \bar{\delta}_R(x_i^{(U)} - p), & \text{para } u > 0,5. \end{cases} \quad (2.12)$$

Onde $\bar{\delta}_L$ e $\bar{\delta}_R$ é calculado como:

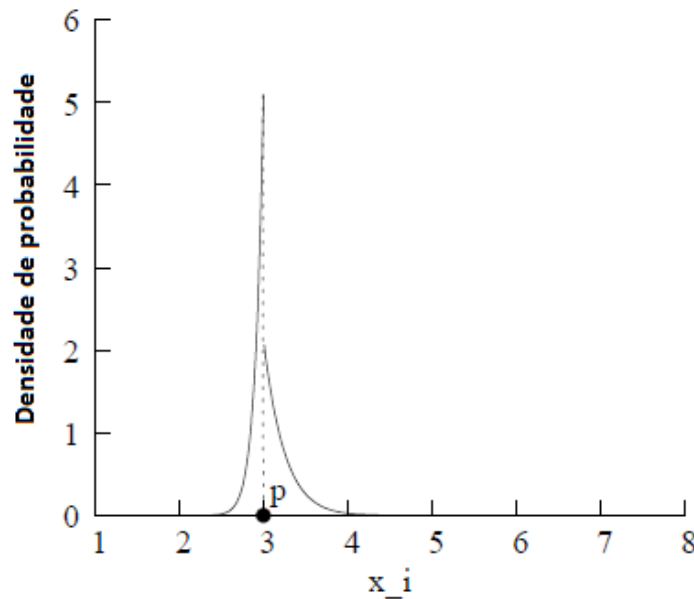
$$\bar{\delta}_L = (2u)^{1/(1+\eta_m)} - 1, \text{ para } u \leq 0,5; \quad (2.13)$$

$$\bar{\delta}_R = 1 - (2(1 - u))^{1/(1+\eta_m)}, \text{ para } u > 0,5. \quad (2.14)$$

O valor aleatório u é gerado por uma função com distribuição de probabilidade, que pode ser do tipo uniforme, exponencial, Gaussiana, binomial, ou outra (PIRES et al., 2005).

A figura 16 ilustra a densidade de probabilidade de criar um filho mutado a partir de um ponto pai $p = 3,0$ em um intervalo restrito à $[1, 8]$ com $\eta_m = 20$.

Figura 16 – Função de densidade de probabilidade de criação de uma solução filha mutada usando o operador de mutação polinomial



Fonte: (DEB; DEB, 2014)

2.10 Medida de desempenho dos AOMOs

Para analisar e contrapor diferentes habilidades de um AOMO, vários problemas de *benchmark* e métricas de desempenho foram propostos(as). O quadro 2 relaciona alguns indicadores de qualidade utilizados.

Quadro 2 – Indicadores de qualidade para otimização multiobjetivo

Indicador de qualidade	Medidas	Fonte
Hypervolume	Convergência, espalhamento e uniformidade	(WHILE et al., 2006)
IGD	Convergência, espalhamento e uniformidade	(SATO; AGUIRRE; TANAKA, 2004)
Proporção de hiper-área	Convergência, espalhamento e uniformidade	(VELDHUIZEN; VELDHUIZEN, 1999)
Indicador R2	Espalhamento e uniformidade	(BROCKHOFF; WAGNER; TRAUTMANN, 2012)

Fonte: (CHAND; WAGNER, 2015)

Os indicadores IGD, hipervolume e o indicador R2 são os indicadores mais utilizados no ambiente científico. O IGD mede a distância média entre todos os membros do verdadeiro conjunto Pareto ótimo para as soluções mais próximas no conjunto de soluções obtidas. O hipervolume de um conjunto de soluções mede o tamanho da porção do espaço objetivo que são dominada por essas soluções coletivamente. O IGD e o hipervolume podem ser usados para medir o espalhamento das soluções, a uniformidade e convergência para a curva Pareto (CHAND; WAGNER, 2015).

2.10.1 Inverse Generation Distance (IGD)

Para computar o valor IGD de um conjunto de solução encontradas, é necessário conhecer os pontos ótimos da fronteira Pareto para o problema estudado. Assim, calcula-se a média da distância euclidiana entre os pontos da curva Pareto previamente conhecidos e as soluções não dominadas encontradas. Esse cálculo é definido através da equação 2.15.

$$IGD(A, Z) = \frac{1}{|Z|} \sum_{i=1}^{|Z|} \min_{j=1}^{|A|} d(z_i, a_j), \quad (2.15)$$

Onde A é o conjunto de soluções não dominadas encontradas e Z é o conjunto de pontos ótimos de Pareto. Se o conjunto A for grande o suficiente para representar toda a fronteira Pareto, o IGD pode medir tanto a diversidade quanto a convergência do conjunto de soluções A. Quanto menor o valor IGD para um conjunto de soluções encontradas, melhor a qualidade das soluções. Ou seja, para ter um valor de IGD baixo, o conjunto A deve estar bem próximo e amplamente distribuído ao longo da fronteira Pareto (ZHANG et al., 2009).

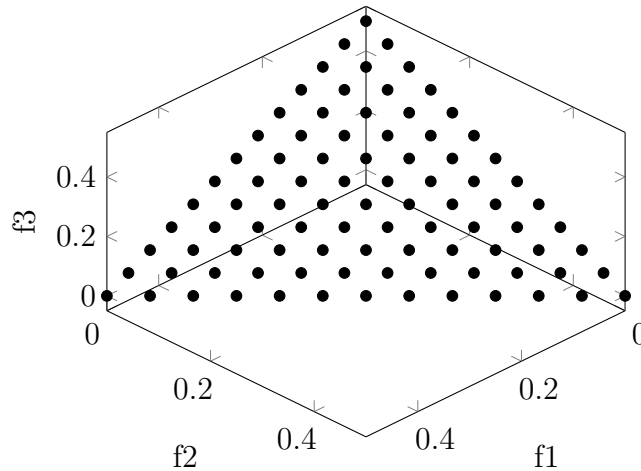
2.10.2 Problemas de teste DTLZ

A fim de verificar a eficácia dos AOMOs foi sugerido por Deb et al. (2002b) o conjunto de problemas de teste DTLZ. A simplicidade de construção, escalabilidade para qualquer número de variáveis de decisão e objetivos, conhecimento da forma exata e localização da fronteira Pareto e capacidade de controlar a dificuldade tanto para convergência quanto para a diversidade são as principais características dos problemas de testes sugeridos. Devido a esses recursos, esses problemas são amplamente utilizados para testar o desempenho, comparar e ter uma melhor compreensão dos princípios de funcionamento dos AOMOs.

DTLZ1: A equação (2.16) apresenta a definição do problema DTLZ1. A solução Pareto corresponde a $x_i^* = 0,5$ ($x_i^* \in x_M$) e os valores da função objetivo situam-se no hiper-plano linear $\sum_{m=1}^M f_m^* = 0,5$. $k = 5$ é sugerido para a DTLZ1. o número total de variáveis é $n = M + k - 1$. A dificuldade nesse problema é convergir para o hiperplano. O espaço de busca contém $(11^k - 1)$ curvas Pareto locais. A figura 17 apresenta uma amostra de pontos da fronteira Pareto da função DTLZ1 para 3 objetivos.

$$\text{DTLZ1} = \begin{cases} \text{Min } f_1(X) = \frac{1}{2}x_1x_2 \cdots x_{M-1}(1 + g(x_M)), \\ \text{Min } f_2(X) = \frac{1}{2}x_1x_2 \cdots (1 - x_{M-1})(1 + g(x_M)), \\ \vdots \\ \text{Min } f_{M-1}(X) = \frac{1}{2}x_1(1 - x_2)(1 + g(x_M)) \\ \text{Min } f_M(X) = \frac{1}{2}(1 - x_1)(1 + g(x_M)), \\ \text{sujeito a } 0 \leq x_i \leq 1, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2.16)$$

Figura 17 – Amostra da fronteira Pareto da função DTLZ1



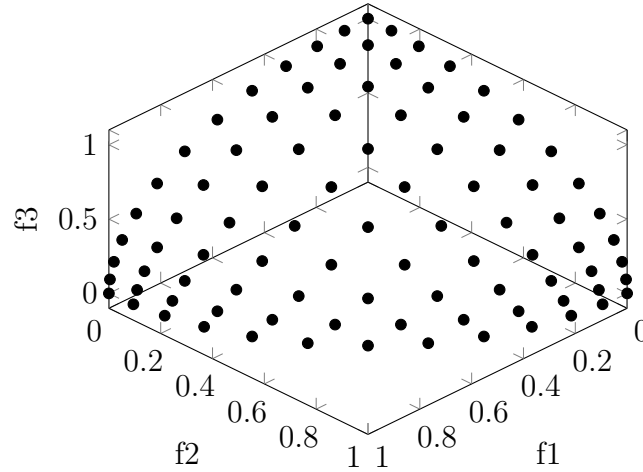
Fonte: (DEB et al., 2002b)

DTLZ2: A equação (2.17) apresenta a definição do problema DTLZ2. As soluções

Pareto correspondem a $x_i^* = 0,5$ ($x_i^* \in x_M$) e todos os valores da função objetivo devem satisfazer $\sum_{m=1}^M (f_m^*)^2 = 1$. Esta função também pode ser usada para investigar a capacidade de um **AOMO** em manter seu desempenho para um grande número de objetivos. A figura 18 apresenta uma amostra de pontos da fronteira Pareto da DTLZ2 para 3 Objetivos.

$$\text{DTLZ2} = \begin{cases} \text{Min } f_1(X) = (1 + g(x_M))\cos(x_1\pi/2)\dots\cos(x_{M-1}\pi/2), \\ \text{Min } f_2(X) = (1 + g(x_M))\cos(x_1\pi/2)\dots\sin(x_{M-1}\pi/2), \\ \vdots \\ \text{Min } f_M(X) = (1 + g(x_M))\sin(x_1\pi/2) \\ 0 \leq x_i \leq 1, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n, \\ \text{onde } g(x_M) = \sum_{x_i \in X_M} (x_i - 0,5)^2. \end{cases} \quad (2.17)$$

Figura 18 – Amostra da fronteira Pareto da função DTLZ2



Fonte: (DEB et al., 2002b)

DTLZ3: O problema DTLZ3 modifica a função g do problema DTLZ2, introduzindo fronteiras Pareto locais, que permite avaliar a capacidade de um **AOMO** em não ficar preso em ótimos locais. A fronteira Pareto para a DTLZ3 é a mesma da DTLZ2.

DTLZ4: O problema DTLZ4 modifica o mapeamento de meta-variável $x_i \rightarrow x_i a$. O parâmetro $a = 100$ é sugerido. Esta modificação permite que um conjunto denso de soluções existam perto do plano $f_m - f_1$. Essa característica permite investigar a capacidade de um **AOMO** em manter uma boa distribuição de soluções. A fronteira Pareto para a DTLZ4 é a mesma da DTLZ2.

O quadro 3 apresenta um resumo com as principais características das funções DTLZ.

Quadro 3 – Principais características das funções DTLZ apresentadas

Problema	Principais Características
DTLZ1	Linear, Multimodal
DTLZ2	Côncavo
DTLZ3	Côncavo, Multimodal
DTLZ4	Côncavo, Tendencioso (dificuldade de convergência)

Fonte: Adaptado de (LI et al., 2015)

2.10.3 Funções WFG

Huband et al. (2005) apresentaram um conjunto de problemas denominado WFG, contendo 9 funções com muitos objetivos, possuindo curva Pareto conhecida e com diversas geometrias, como convexas, côncavas, lineares dentre outras. Todos os parâmetros definidos no WFG são bem definidos e escalonáveis em relação ao número de objetivos e variáveis.

O quadro 4 apresenta as principais características das funções WFG.

Quadro 4 – Principais características das funções WFG

Problema	Principais características
WFG1	Separável, unimodal, fronteira convexa
WFG2	Não separável, unimodal, fronteira convexa (multimodal para último objetivo $M - 1$)
WFG3	Não separável, unimodal, fronteira linear
WFG4	Separável, multimodal, fronteira côncava
WFG5	Separável, unimodal, fronteira côncava
WFG6	Não separável, fronteira côncava
WFG7	Separável, unimodal, fronteira côncava
WFG8	Não separável, unimodal, fronteira côncava
WFG9	Não separável, multimodal, fronteira côncava

Fonte: (HUBAND et al., 2005; Ribeiro, R. S, 2016)

3 Método de pesquisa

O desenvolvimento desse trabalho foi guiado por uma sequência de passos necessários para atingir o objetivo proposto, passando por desde o levantamento bibliográfico, modelagem da proposta até a análise dos resultados. Portanto, os procedimentos metodológicos foram organizados nas seguinte etapas:

1. Levantamento bibliográfico, buscando identificar os trabalhos mais abrangentes e atuais sobre o problema apresentado. As fontes de busca foram repositórios científicos online, como o portal periódico da CAPES e as bases que essa contempla, Google acadêmico e bibliotecas virtuais institucionais.
2. Para analisar as variantes de mutação diferencial em problemas com muitos objetivos, é utilizado o algoritmo NSGA-III-DE proposto por [Yuan, Xu e Wang \(2015\)](#) que combina o [DE](#) com o princípio de classificação em fronteiras não dominadas proposto no [NSGA-II](#) e o mecanismo de preservação da diversidade por pontos de referência proposto no [NSGA-III](#).
3. Os problemas de *benchmark* utilizados são os problemas DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 e DTLZ4, por suas propriedades linear, multimodal, côncavo e tendencioso.
4. São analisadas as variantes de mutação rand/1/, rand/2/, best/1/, best/2/, current-to-best/1/, current-to-best/2/, current-to-rand/1/, current-to-rand/2/, rand-to-best/1/, rand-to-best/2/, utilizando o *crossover* binomial.
5. A métrica de desempenho utilizada é o [IGD](#), por sua capacidade em medir a convergência, uniformidade e diversidade das soluções obtidas.
6. E por fim, com base nos resultados apresentados, são feitas análises de desempenho das variantes de mutação e propõe-se alguns trabalhos futuros.

4 Revisão bibliográfica

Neste capítulo serão apresentados os principais trabalhos relacionados à essa pesquisa, descrevendo alguns AEs propostos e algumas investigações realizadas quanto à performance de variantes de mutação diferencial. O quadro 5 apresenta alguns dos principais algoritmos de otimização citados. O quadro 6 apresenta alguns trabalhos que compararam diferentes variantes de mutação diferencial em problemas mono e multiobjetivo.

Quadro 5 – Revisão bibliográfica - Principais algoritmos de otimização

Ano	Algoritmo	Artigo	Autor(es)
1984	VEGA	Some Experiments in machine learning using Vector Evaluated Genetic Algorithms	Schaffer (1984)
1995	NSGA	Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms.	Srinivas e Deb (1995)
1997	DE	Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces	Storn e Price (1997)
1998	SPEA	An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach	Zitzler e Thiele (1998)
1999	PAES	The Pareto Archived Evolution Strategy : A New Baseline Algorithm for Pareto Multiobjective Optimisation	Knowles e Corne (1999)
2001	SPEA2	SPEA2: Improving the Strength ParetoEvolutionary Algorithm	Zitzler, Lau-mann e Thiele (2001)
2002	NSGA-II	A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II	Deb et al. (2002a)
2005	DEMO	DEMO: Differential Evolution for Multiobjective Optimization	Robi e Filipi (2005)
2007	MOEA/D	MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition	Zhang, Member e Li (2007)
2013	NSGA-III	An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point Based Non-dominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints	Deb e Jain (2013)
2015	MOEA/DD	An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition	Deb (2015)

Fonte: Elaborado pelo autor

Na década de 80, quando pouco ou nenhum conhecimento a priori estava disponível

para guiar a pesquisa no campo de otimização multiobjetivo, Schaffer (1984) publicou sua dissertação de pós-doutorado, na qual descreve experiências conduzidas para explorar a eficácia de procedimentos adaptativos na resolução de problemas vetoriais. Nessa pesquisa foi desenvolvido o algoritmo *Vector Evaluated Genetic algorithm* (VEGA). A conclusão principal destes experimentos foi que o VEGA forneceu uma poderosa e robusta técnica de busca para problemas complexos de otimização multiobjetivo de alta ordem, demonstrando o poder dos algoritmos genéticos em problemas vetoriais (SCHAFER, 1984). Entretanto, percebeu-se que o algoritmo tinha tendência em convergir para determinadas regiões (SRINIVAS; DEB, 1995), o que não é interessante, já que um dos interesses da otimização multiobjetivo é encontrar as mais diversas soluções possíveis.

Na década de 90, Srinivas e Deb (1995) propuseram o NSGA com base em uma sugestão de classificação não-dominada sugerida por Goldberg (1989). Além de garantir a convergência através do mecanismo de classificação não-dominada, o NSGA controla a diversidade atribuindo a cada indivíduo da população um valor de *fitness* simulado, dividido pela quantidade de membros ao redor desse indivíduo. Assim, os indivíduos com menos membros ao redor são priorizados. Portanto, o operador de seleção com base no princípio de dominância garante uma boa convergência da população em direção às regiões não dominadas ao mesmo tempo que o *fitness* fictício mantém a diversidade entre as soluções. Dessa forma Srinivas e Deb (1995) conseguiram eliminar o problema de convergência genética presente no VEGA. Porém, essa abordagem recebeu algumas críticas por possuir alta complexidade computacional, envolvida no processo de classificação não-dominada em cada geração e a necessidade do usuário especificar um parâmetro de diversidade (DEB et al., 2002a).

Em Storn e Price (1997) é apresentada uma nova abordagem heurística para otimização de problemas não-lineares, não-diferenciáveis e contínuos, utilizando uma população de indivíduos. Esse algoritmo, chamado de *Differential Evolution* (DE), baseia-se em operações aritméticas no espaço de busca de diferentes indivíduos da população para gerar novos indivíduos, processo esse denominado mutação diferencial. A principal diferença do DE para demais algoritmos evolutivos está no mecanismo de geração de novos indivíduos.

Outros autores utilizaram de técnicas evolutivas já consagradas, e as combinaram com novas técnicas para otimização multiobjetivo. Zitzler e Thiele (1998) utiliza o conceito de dominância de Pareto, porém, diferente das abordagens anteriores, trabalha com duas populações, uma externa e outra corrente. A cada geração, as soluções não-dominadas são armazenadas no conjunto externo de soluções. Esse conjunto externo é usado para avaliar os indivíduos da nova população. Esse método de atribuição de *fitness* onde uma população serve como base para a avaliação de outra população é inspirado por trabalhos no campo do sistema imunológico para resolução de problemas adaptativos (ZITZLER;

THIELE, 1998).

Diferente das abordagens comuns que utilizam uma busca global no espaço de soluções, Knowles e Corne (1999) desenvolveram o algoritmo PAES, que é estritamente limitado à busca local, utilizando apenas um operador de pequena mudança (mutação) para gerar uma nova solução candidata. Assim, essa abordagem faz uma cópia de cada solução corrente, aplica a essa nova cópia uma mutação e ambas são comparadas entre si em termos de dominância. A solução não-dominada é então armazenada no conjunto de soluções não dominadas. Em caso de empate, cada solução é comparada com o conjunto de soluções não dominadas de referência. Se ainda houver empate, é escolhida a solução que reside na região menos movimentada do espaço.

Outros algoritmos multiobjetivos surgiram como continuidade dos algoritmos anteriores, como o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm II* (SPEA-II), NSGA-II e DEMO.

O SPEA-II incorpora ao *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA) uma técnica de estimativa de densidade e aprimora o mecanismo de truncamento do conjunto externo de soluções.

O NSGA-II reduz a complexidade computacional do NSGA, elimina a necessidade de especificação de um parâmetro de diversidade e introduz a ideia de elitismo. Para garantir a diversidade e convergência das soluções, o NSGA-II alia o *crowding distance* à classificação em fronteiras de dominância, priorizando as soluções com maior diversidade, em caso de empate em termos de dominância.

O DEMO estendeu o DE para problemas multiobjetivos, utilizando o *crowding distance* e a classificação por fronteiras de dominância, utilizados no NSGA-II.

Uma vez que os algoritmos multiobjetivos se encontravam bem definidos, apresentando um ótimo desempenho e eficácia para otimização multiobjetivo, diversos autores começaram a estudar evoluções dos algoritmos multiobjetivos e novos algoritmos/técnicas para a otimização de problemas com muitos objetivos.

Em Deb e Jain (2013) é sugerida uma nova versão do NSGA-II, baseada em pontos de referência, chamada por NSGA-III. Diferente do NSGA-II, que utiliza o *crowding distance* como operador de seleção em caso de empate em termos de dominância, o NSGA-III prioriza os membros da população que não são dominados, mas estão próximos à um conjunto de pontos de referências previamente definidos. No artigo publicado, o NSGA-III é aplicado a problemas de *benchmarks* entre dois a quinze objetivos, apresentando resultados satisfatórios.

Em Deb (2015) é publicada uma versão muitos objetivos do algoritmo *Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition* (MOEA/D), denominada *Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition* (MOEA/DD). O algo-

ritmo [MOEA/DD](#) combina as vantagens da classificação não-dominada do [NSGA-III](#) com o mecanismo de decomposição do [MOEA/D](#).

Quadro 6 – Revisão bibliográfica - Trabalhos analisando a performance de variantes do [DE](#)

Ano	Artigo	Autor(es)
2009	An Empirical Comparison of Differential Evolution Variants on Different Classes of Unconstrained Global Optimization Problems	Jeyakumar e Shunmuga Velayutham (2009)
2015	Performance Analysis of Variants of Differential Evolution on Multi-Objective Optimization Problems	Praveen e Thangavelu (2015)
2015	A Novel Tournament Selection Based Differential Evolution Variant for Continuous Optimization Problems	Abbas, Ahmad e Jabeen (2015)
2015	An Experimental Investigation of Variation Operators in Reference-Point Based Many-Objective Optimization	Yuan, Xu e Wang (2015)

Fonte: Elaborado pelo autor

Em [Jeyakumar e Shunmuga Velayutham \(2009\)](#) foi feita uma análise empírica de quatorze variantes do [DE](#) em 14 funções *benchmarks* de até 30 dimensões, irrestritas, agrupadas por sua modalidade e decomponibilidade, unimodal não separável, unimodal, não separável, multimodal separável e multimodal não separável. Os resultados obtidos mostraram que as variantes mais competitivas foram *rand/1/bin*, *rand-to-best/1/bin*, *rand/2/bin* e *best/2/bin*. as variantes *current-to-rand/1/** e *current-to-best/1/** tiveram a pior performance. O cruzamento binomial mostrou consistentemente um desempenho relativamente melhor contra o cruzamento exponencial nas funções de teste unimodal e multimodal.

Em [Praveen e Thangavelu \(2015\)](#) a análise feita comparou cinco variantes em cinco funções *benchmark* multiobjetivo chamadas funções de teste ZDT, possuindo características convexa, não-convexa, não-uniforme, discreta e de curva Pareto de baixa densidade. Cada função ZDT inclui duas funções objetivos. Foram analisadas as variantes *DE/rand/1/**, *DE/rand/2/**, *DE/best/1/**, *DE/best/2/** and *DE/rand-to-best/1/**, onde * representa o *crossover* binomial ou exponencial. Os autores utilizaram o algoritmo [DEMO](#) para analisar a performance das variantes. Os resultados mostraram que as variantes *rand/1/bin* e *best/1/bin* tiveram a melhor performance em termos de convergência e diversidade.

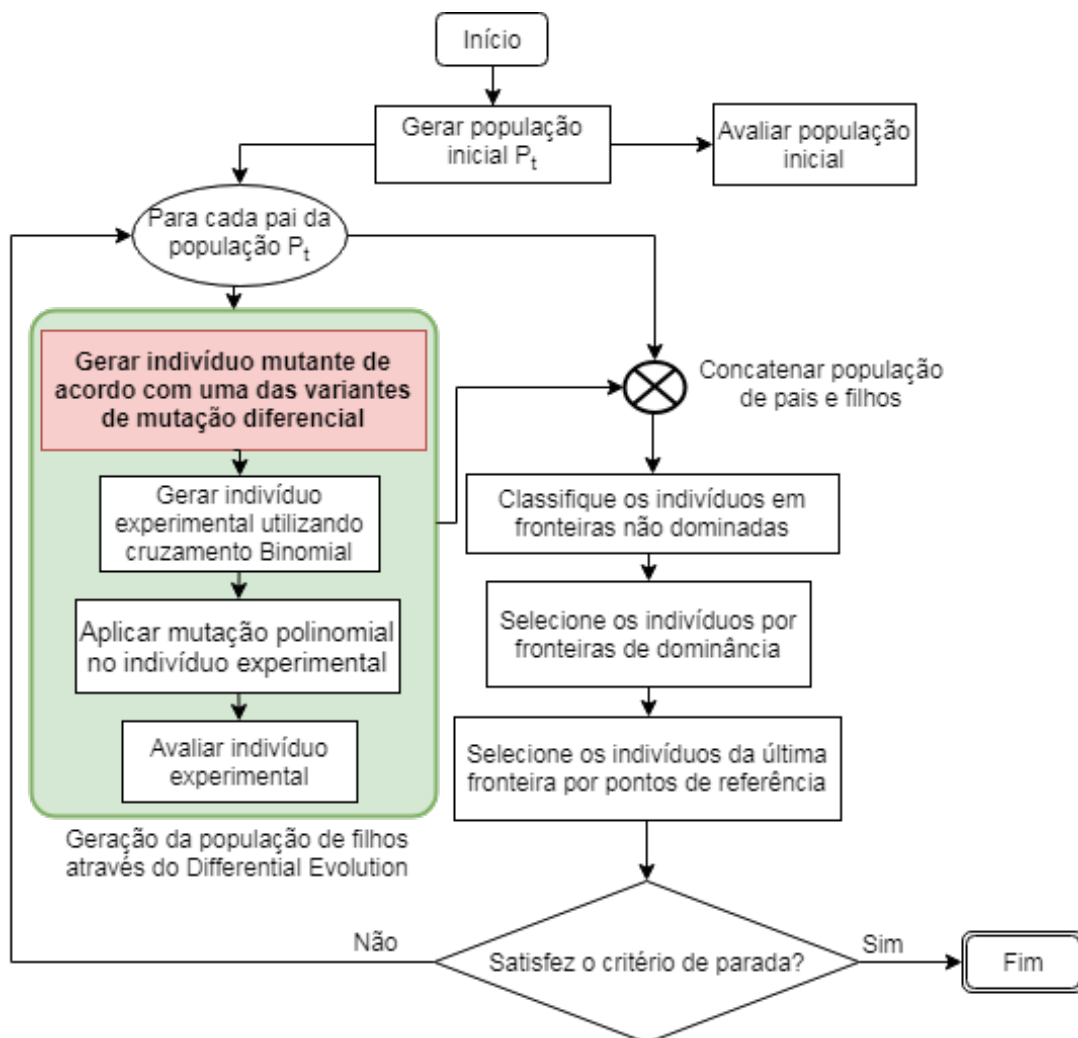
No trabalho publicado por [Abbas, Ahmad e Jabeen \(2015\)](#) foi feita uma comparação estatística, baseada no desempenho geral de diferentes variantes de mutação do [DE](#). Além disso, os autores apresentaram uma nova variante do [DE](#) chamada *Tournament Selection Based Differential Evolution* ([TSDE](#)) que introduz o critério de seleção de pais por torneio.

Yuan, Xu e Wang (2015) considera-se o primeiro trabalho a inserir o DE no NSGA-III, chamando essa abordagem de NSGA-III-DE. No trabalho publicado foi feita uma investigação analisando como os operadores de variação do DE e o SBX influenciam na performance dos algoritmos para problemas com muitos objetivos baseados em pontos de referência. Também foi investigado o efeito de dois principais parâmetros de controle no DE. Nessa investigação, notou-se que os operadores de variação do DE possui uma melhor exploração global, enquanto que o operador de cruzamento SBX possui uma melhor exploração local. Assim, foram propostas duas novas abordagens denominadas NSGA-III-2S e NSGA-III-HVO com novos mecanismos de reprodução baseados na análise experimental feita através do NSGA-III-DE. No algoritmo NSGA-III-2S utiliza-se o DE para criar novas soluções na primeira metade da execução do algoritmo e na segunda metade utiliza-se o SBX. O NSGA-III-HBO combina três operadores de variação, o DE, o SBX e a mutação polinomial, onde um operador é aleatoriamente selecionado para cada solução a ser criada. Ambos os algoritmos propostos superaram o desempenho do NSGA-III usando como métrica de performance o IGD.

5 Abordagem Utilizada

Conforme mencionado no capítulo 3, para investigar a performance das variantes de mutação diferencial, foi utilizado o algoritmo proposto em Yuan, Xu e Wang (2015) denominado NSGA-III-DE que combina o algoritmo DE com o mecanismo de classificação em fronteiras não dominadas publicadas em Deb et al. (2002a) e o método de seleção por pontos de referência publicado em Deb e Jain (2013). A figura 19 exibe o fluxograma do algoritmo utilizado. O mesmo fluxograma é descrito através do algoritmo 7.

Figura 19 – Abordagem utilizada



Inicialmente, cria-se aleatoriamente a população inicial, de tamanho N . Para cada indivíduo da população inicial P_t , cria-se uma solução experimental através de uma das variantes de mutação do quadro 1, o cruzamento binomial e a mutação polinomial. Assim, a população de pais P_t é concatenada com a solução de filhos Q_t , obtendo um

conjunto de soluções R_t de tamanho $2N$. Após esse processo, inicia-se a seleção dos N melhores indivíduos da população R_t . Primeiro, seleciona-se os indivíduos por fronteiras não dominadas conforme o algoritmo descrito na subseção 2.5.1. Caso a quantidade de indivíduos da última fronteira L a ser inserida seja maior que a quantidade de indivíduos restante para completar a população P_{t+1} , os indivíduos da fronteira L são selecionados de acordo com o critério de associação por ponto de referência, descrito na subseção 2.6.2.

Algoritmo 7: NSGA-III-DE

Entrada: Pontos de referência Z , população de pais P_t

Saída: P_{t+1}

```

1 início
2   para Cada indivíduo  $P_i (i = 1, \dots, N)$  da população  $P_t$  faça
3      $C = \text{cria\_solucao\_candidata}(P_i)$ 
4      $Q_t = Q_t \cup C$ 
5   fim
6    $R_t = P_t \cup Q_t$ 
7    $(F_1, F_2, \dots) = \text{non\_dominated\_sort}(R_t)$ 
8   repita
9      $S_t = S_t \cup F_i$ 
10     $i = i + 1$ 
11  até  $|S_t| \geq N$ ;
12  Última fronteira a ser incluída:  $F_l = F_i$ 
13  se  $|S_t| = N$  então
14     $P_{t+1} = S_t$ 
15  senão
16     $P_{t+1} = \cup_{j=1}^{l-1} F_j$ 
17    Pontos a serem escolhidos de  $F_l : K = N - |P_{t+1}|$ 
18    Selecione indivíduos por pontos de referência conforme passos descritos na
    seção 2.6
19  fim
20 fim

```

5.1 Parametrização

Para realizar as comparações, foram utilizados os problemas de *benchmark* DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 e DTLZ4. Cada problema foi analisado em 3, 5, 8, 10 e 15 objetivos. cada combinação foi executada 20 vezes para diferentes populações iniciais geradas aleatoriamente, calculando-se o menor, o maior, e a media dos valores de IGDs para as 20 execuções independentes sequenciais.

A tabela 1 apresenta o número de pontos de referência para cada quantidade de objetivos, a quantidades de subdivisões por eixo para os pontos de referência, e o tamanho da população correspondente a cada quantidade de objetivo.

Tabela 1 – Número de pontos de referência e tamanho correspondente da população

Quantidade de objetivos (M)	Tamanho da população (N)	Quantidade de pontos de referência (H)	Quantidade de subdivisões por eixo (p)
3	92	91	12
5	212	210	6
8	156	156	$p_1 = 3$ $p_2 = 2$
10	276	275	$p_1 = 3$ $p_2 = 2$
15	136	135	$p_1 = 2$ $p_2 = 1$

Fonte: Deb e Jain (2013)

A tabela 2 apresenta os parâmetros relacionados ao operador de mutação polinomial:

Tabela 2 – Parâmetros da mutação polinomial

Operador de Variação	Parâmetro	Valor
Mutação Polinomial	Probabilidade de mutação (p_m)	$1/n$
	índice de distribuição para mutação (n_m)	20

Fonte: Deb e Jain (2013)

Os valores dos quadros 1 e 2, e o número máximo de gerações foram definidos com base nos valores utilizados no trabalho de Deb e Jain (2013).

Calculo do IGD: Para o cálculo do IGD foram geradas soluções ótimas igualmente espaçadas, de acordo com o problema sendo executado. Para cada quantidade de objetivos, foi gerado um número de soluções idêntico à quantidade de pontos de referência.

Geração de soluções iniciais: inicialmente foram gerados 20 conjuntos de soluções aleatórias para cada configuração de problema executado. Assim, essas soluções foram utilizadas ao longo de toda a análise dessa pesquisa, isto é, as soluções iniciais para cada variante de mutação executada foram as mesmas.

Ambiente de execução: A execução foi feita no sistema operacional Windows 7 Ultimate, 64 Bits. A máquina utilizada tem processador Intel Core i7-2630QM 2.00 GHz, 4 GB de memória RAM e 640 GB de espaço de armazenamento.

Implementação: A implementação foi feita sobre uma versão não-oficial do NSGA-III disponibilizada em <https://github.com/yyxhdy/ManyEAs> na linguagem Java. Até a conclusão dessa pesquisa não foi publicada uma versão oficial do NSGA-III.

6 Resultados e considerações finais

6.1 Efeito dos parâmetros no NSGA-III-DE

Nesta subseção serão apresentados os efeitos dos parâmetros F e CR na performance das variantes de mutação nos problemas DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3 e DTLZ4, com 5, 8, 10 e 15 objetivos. O método utilizado para tal análise foi baseado no método utilizado em [Yuan, Xu e Wang \(2015\)](#).

Para examinar o efeito de F , fixamos CR em 0,1 e variamos o valor de F entre 0,1 a 1,0, com passo de 0,1 e assim, identificamos o melhor valor de F para cada variante de mutação.

Para examinar o efeito de CR , após identificar o melhor valor de F , fixamos F no valor recomendável e variamos a constante CR entre 0,1 e 1,0 com o passo de 0,1.

As figuras 20 a 29 apresentam como a performance do NSGA-III-DE varia para cada estratégia de mutação, em termos de IGD médio de 20 execuções independentes sobre a variação de F e CR . As tabelas 5 a 24 na seção de Apêndices contém os dados utilizados para gerar os gráficos.

Os resultados demonstram que para as variantes rand/1, rand/2, best/1, best/2, current-to-rand/1, rand-to-best/1 e rand-to-best/2 o IGD médio tem quedas acentuadas para o valor de F igual a 0,1 e 0,5.

Para as variantes current-to-best/1, current-to-best/2 e current-to-rand/2 o valor IGD médio é menor quando F é igual a 0,5 e 1,0, com quedas mais acentuadas quando F é igual a 1,0. A tabela 3 apresenta esses resultados.

Tabela 3 – Escolha recomendável para o fator de escala F

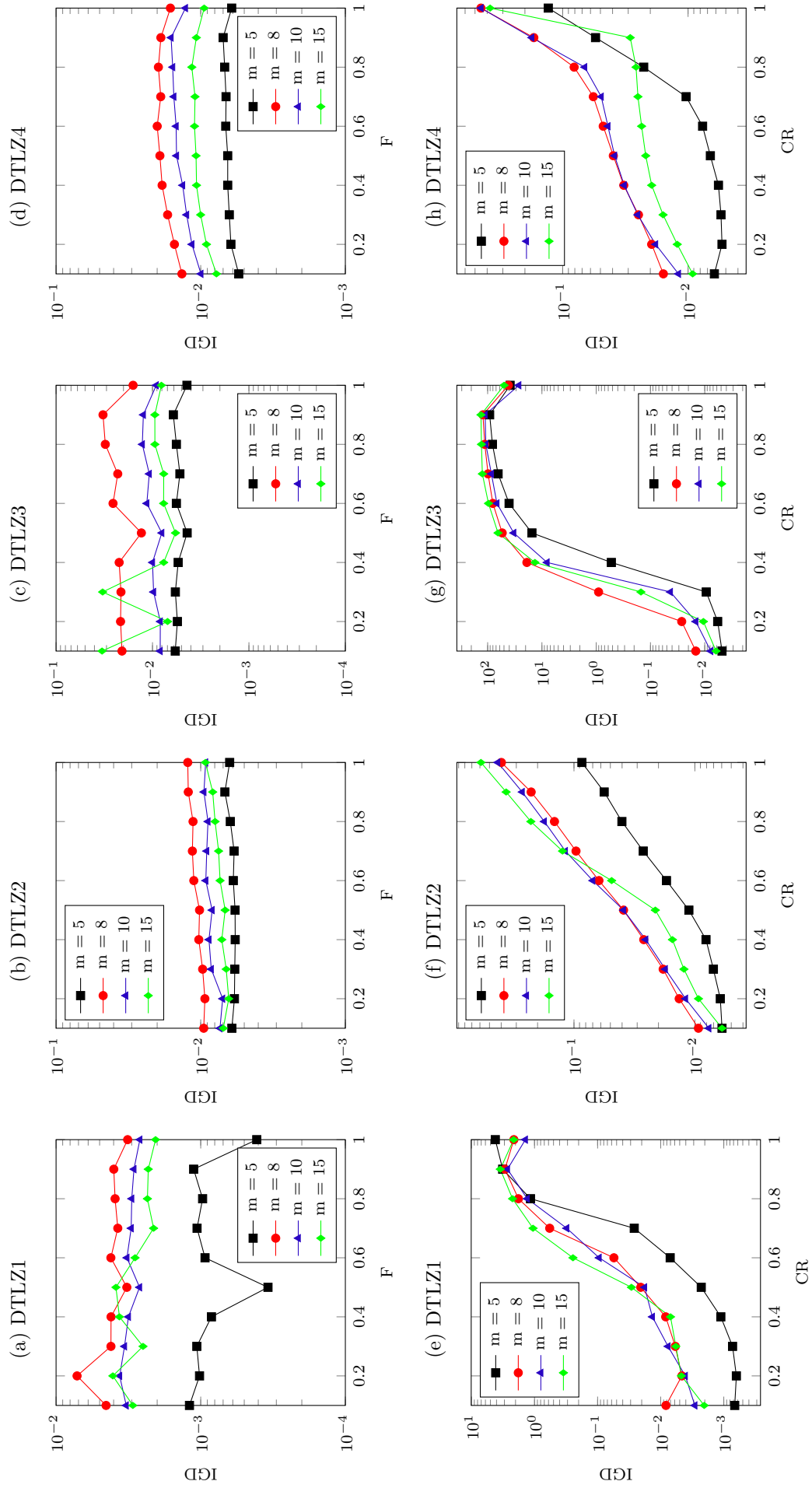
Variante	Melhor(es) valor(es) de F
rand/1	0,1 e 0,5
rand/2	0,1 e 0,5
best/1	0,1 e 0,5
best/2	0,1 e 0,5
current-to-best/1	1,0
current-to-best/2	1,0
current-to-rand/1	0,5 e 1,0
current-to-rand/2	1,0
rand-to-best/1	0,1 e 0,5
rand-to-best/2	0,1 e 0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Percebe-se que, no geral, o valor de F igual a 0,1 e 0,5 é uma boa escolha para a maioria das variantes. Para as variantes que utilizam a solução corrente nos indivíduos utilizados para mutação, escolher o valor de F igual a 1,0 é uma boa escolha inicial.

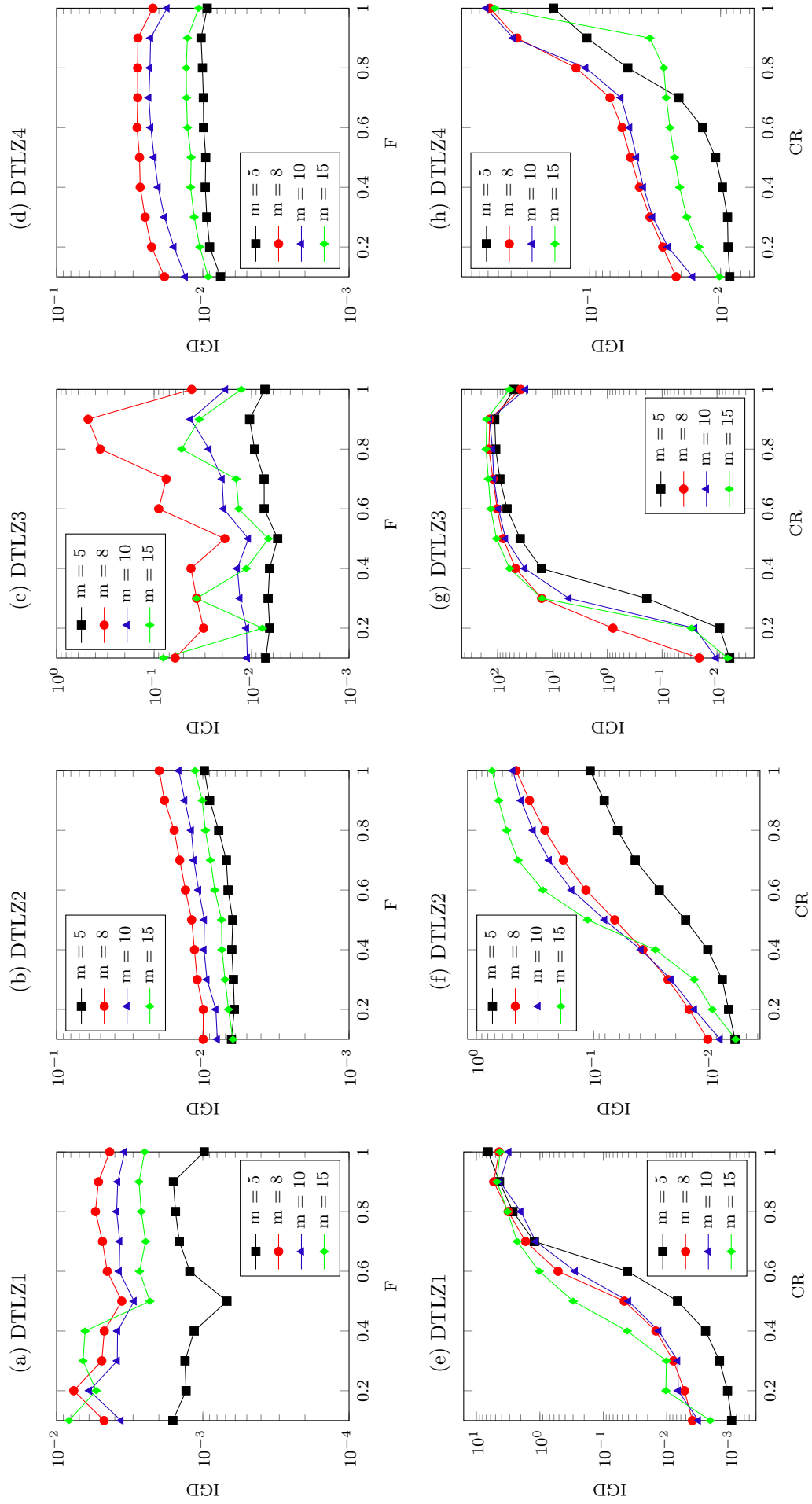
Para todas as variantes, a constante CR igual a 0,1 é uma boa escolha, independente da variante ou do tipo de problema sendo analisado. Nota-se que ao aumentar a probabilidade de *crossover* CR , o valor **IGD** médio sofre uma piora consideravelmente.

Figura 20 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/1/**.



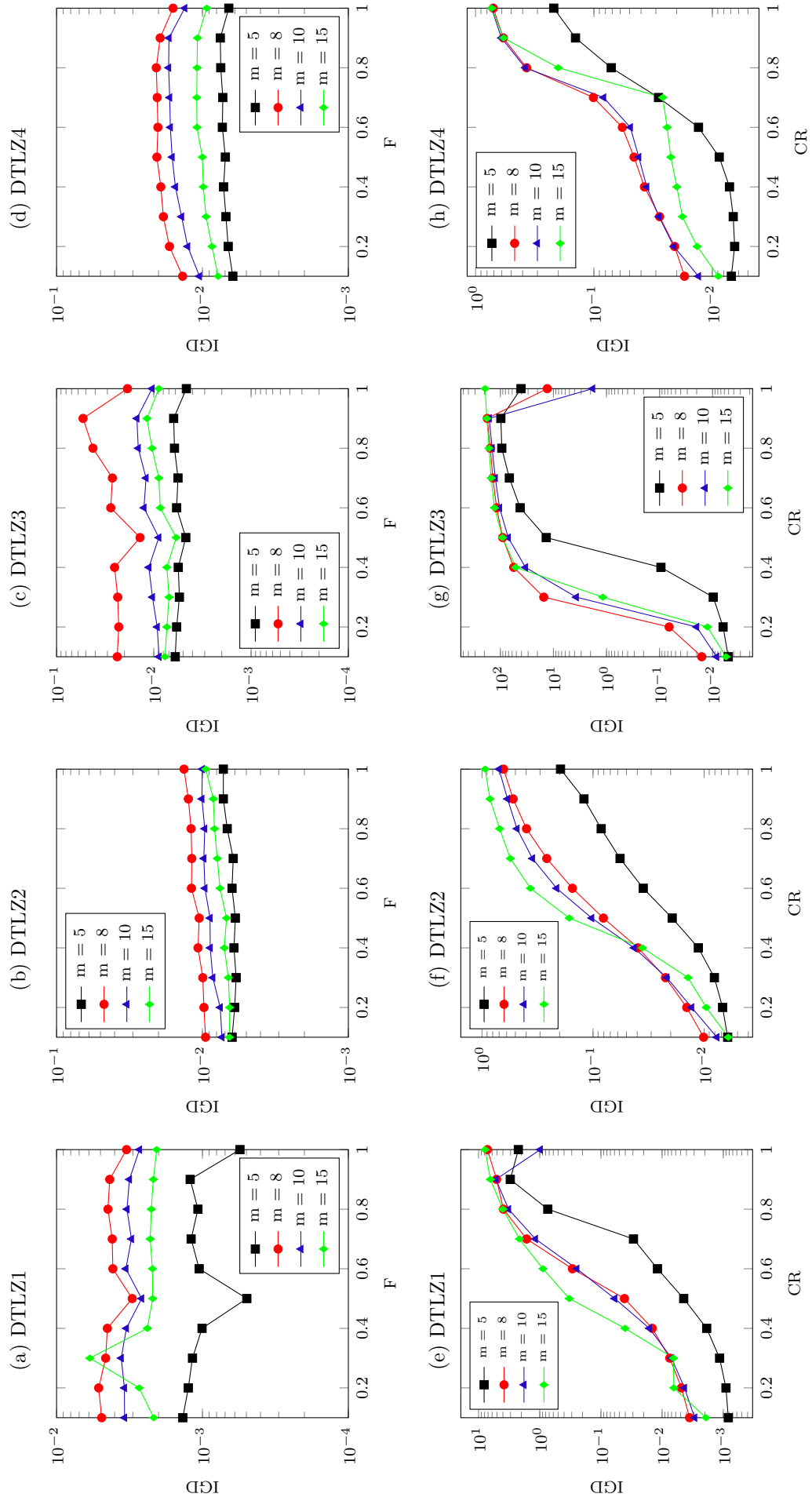
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 21 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/2/**.



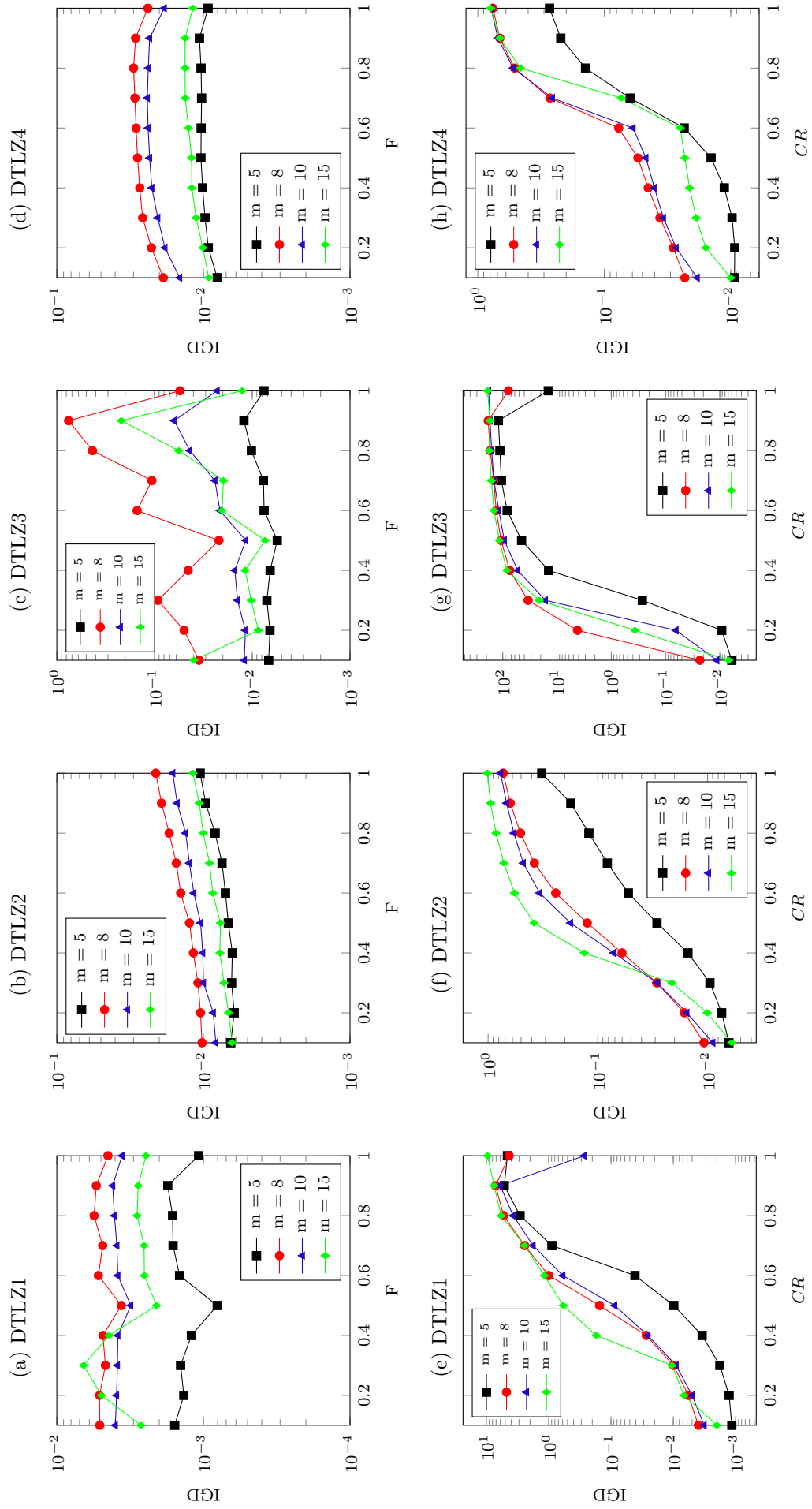
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 22 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/1/**.



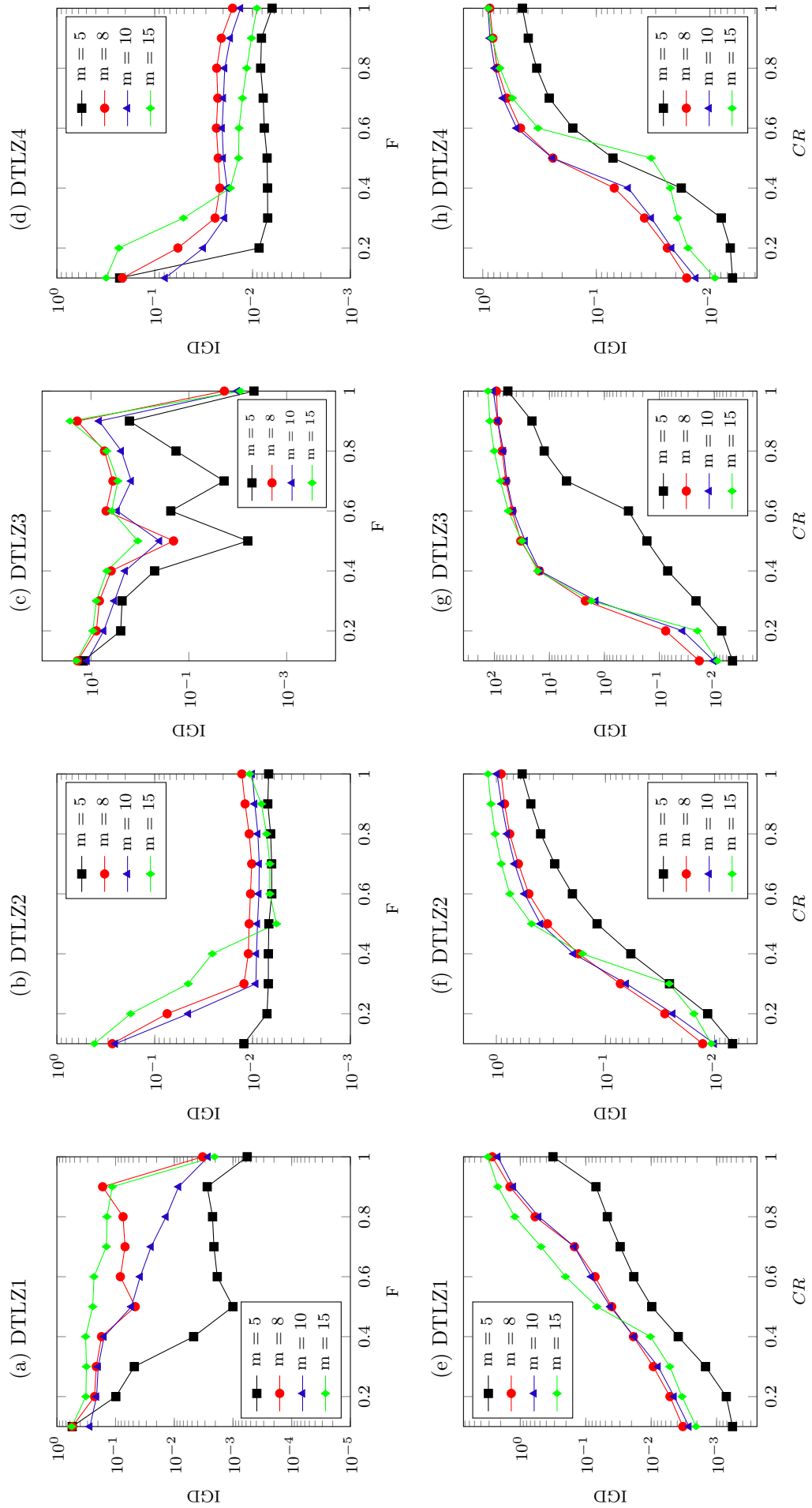
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 23 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/2/**.



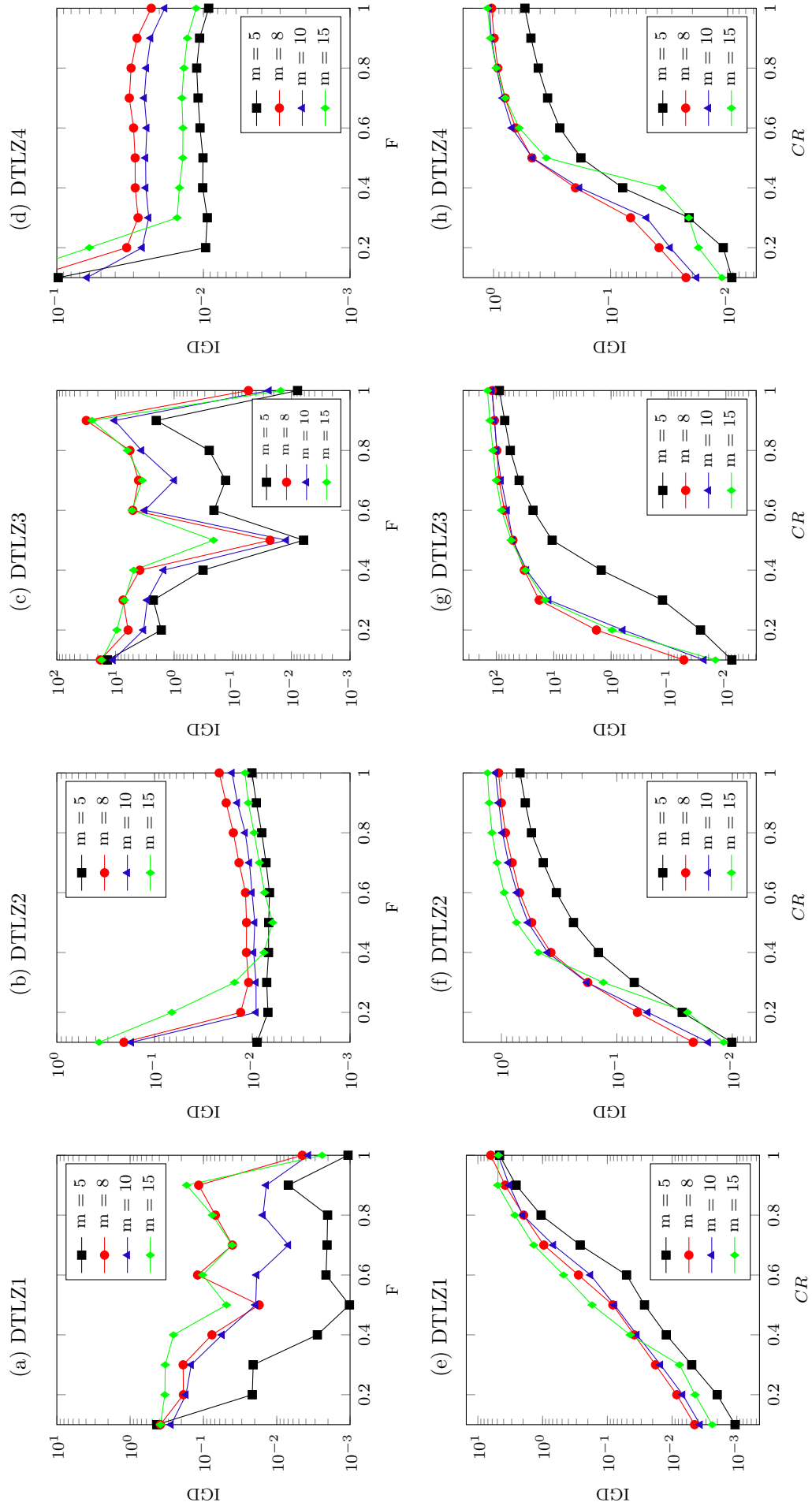
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 24 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best**/ $1/\cdot$.



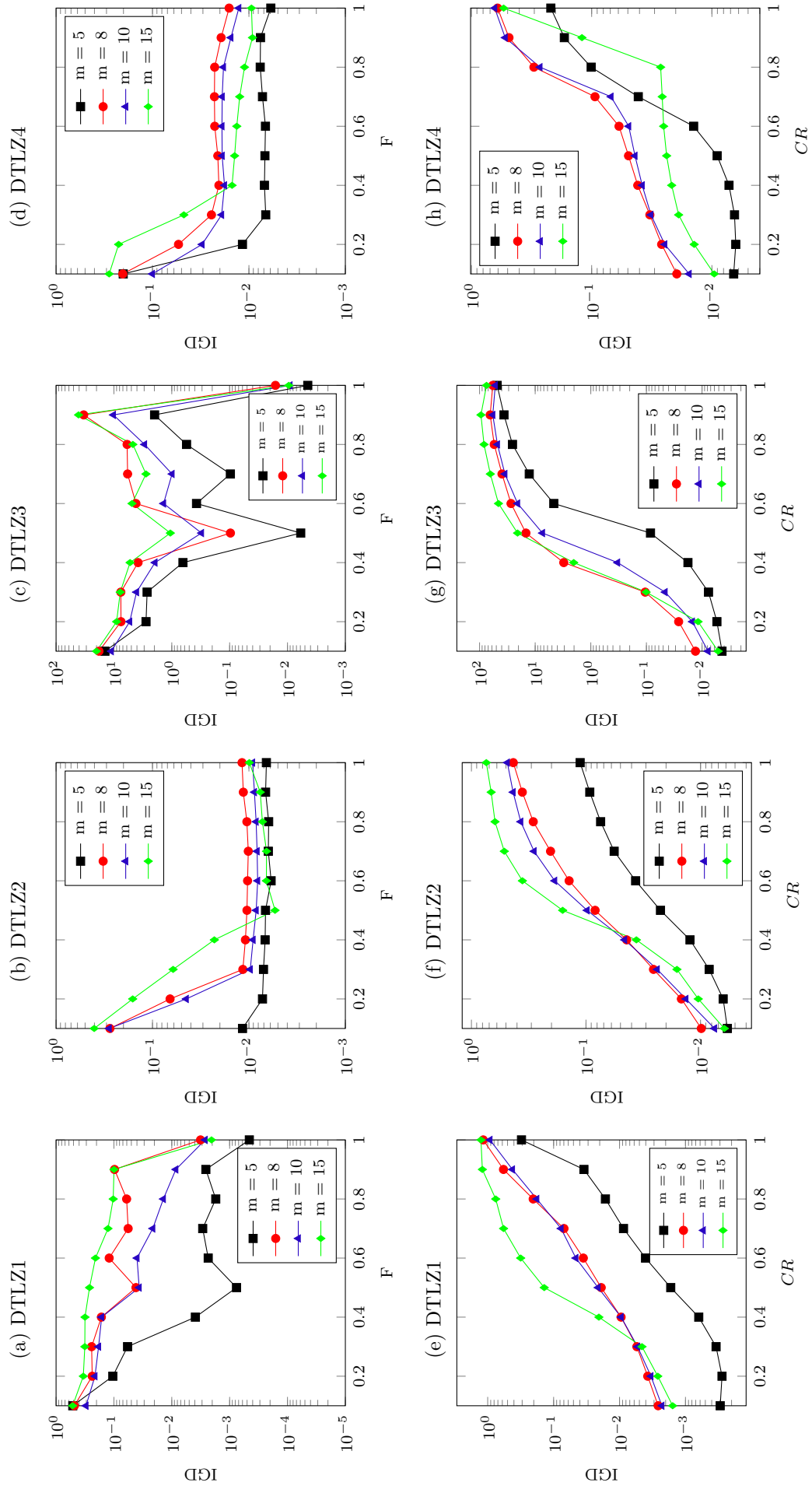
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 25 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best/2/**.



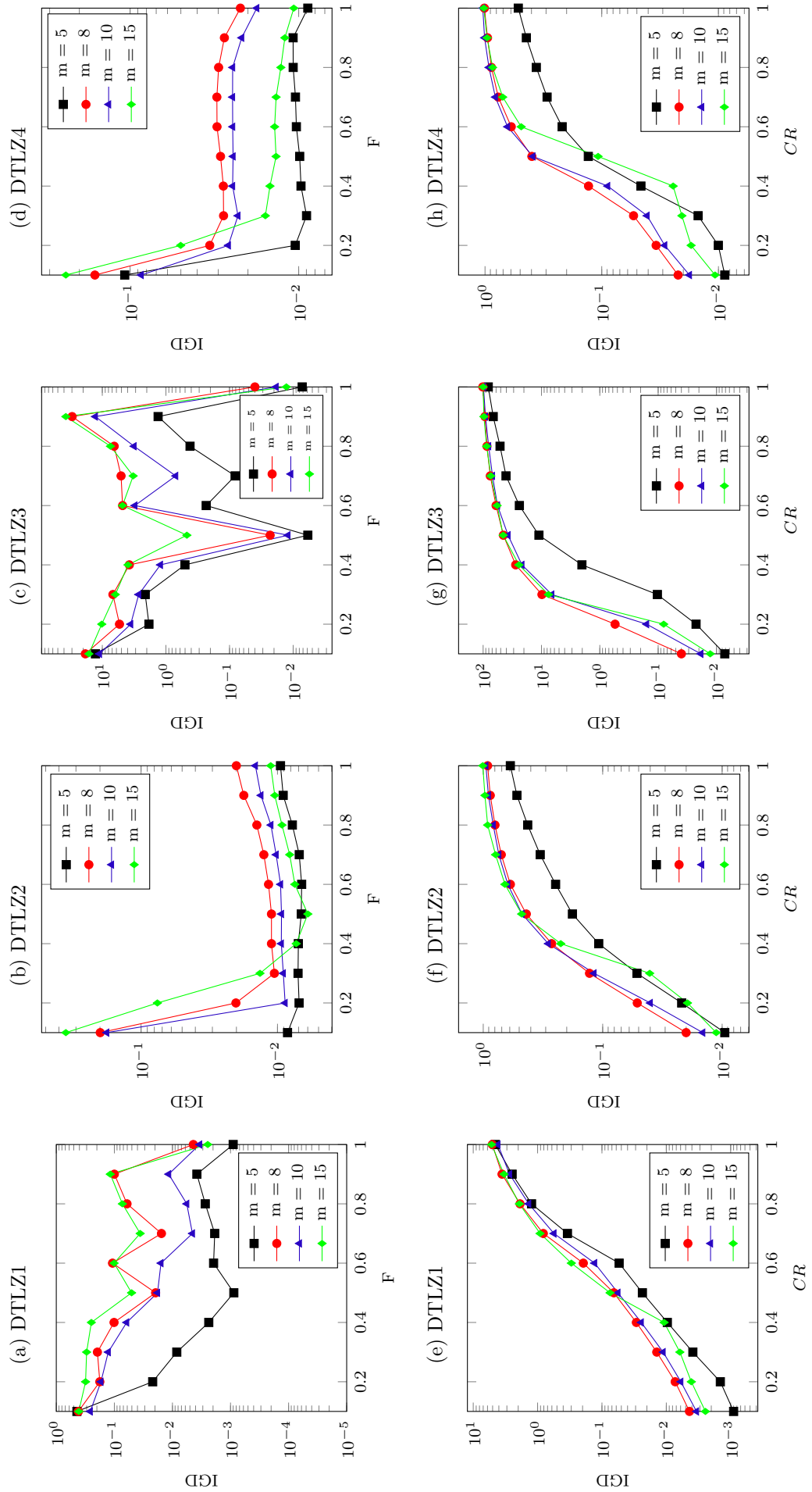
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 26 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-rand/1/**.



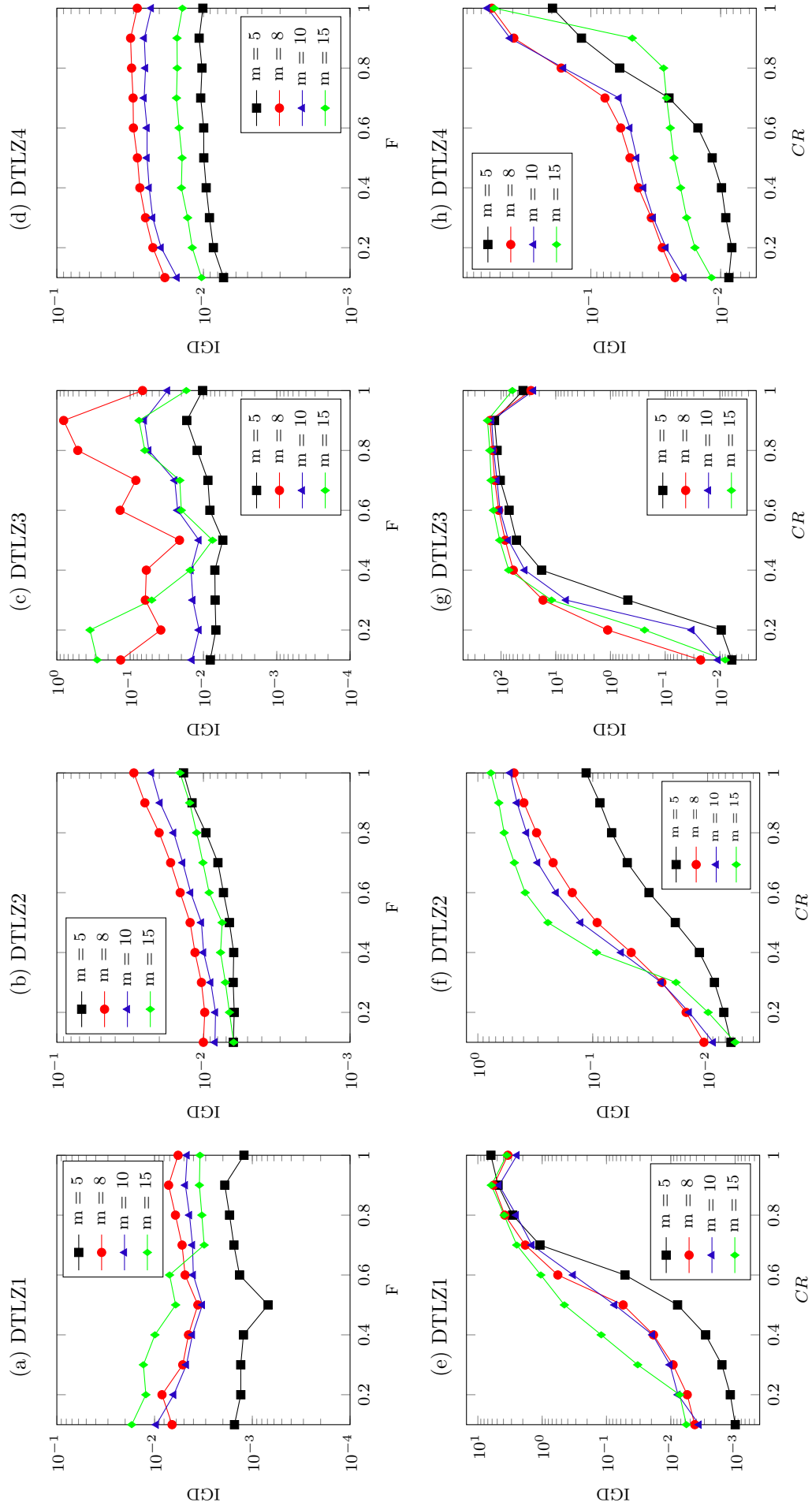
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 27 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = 1,0$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-rand/2/**.



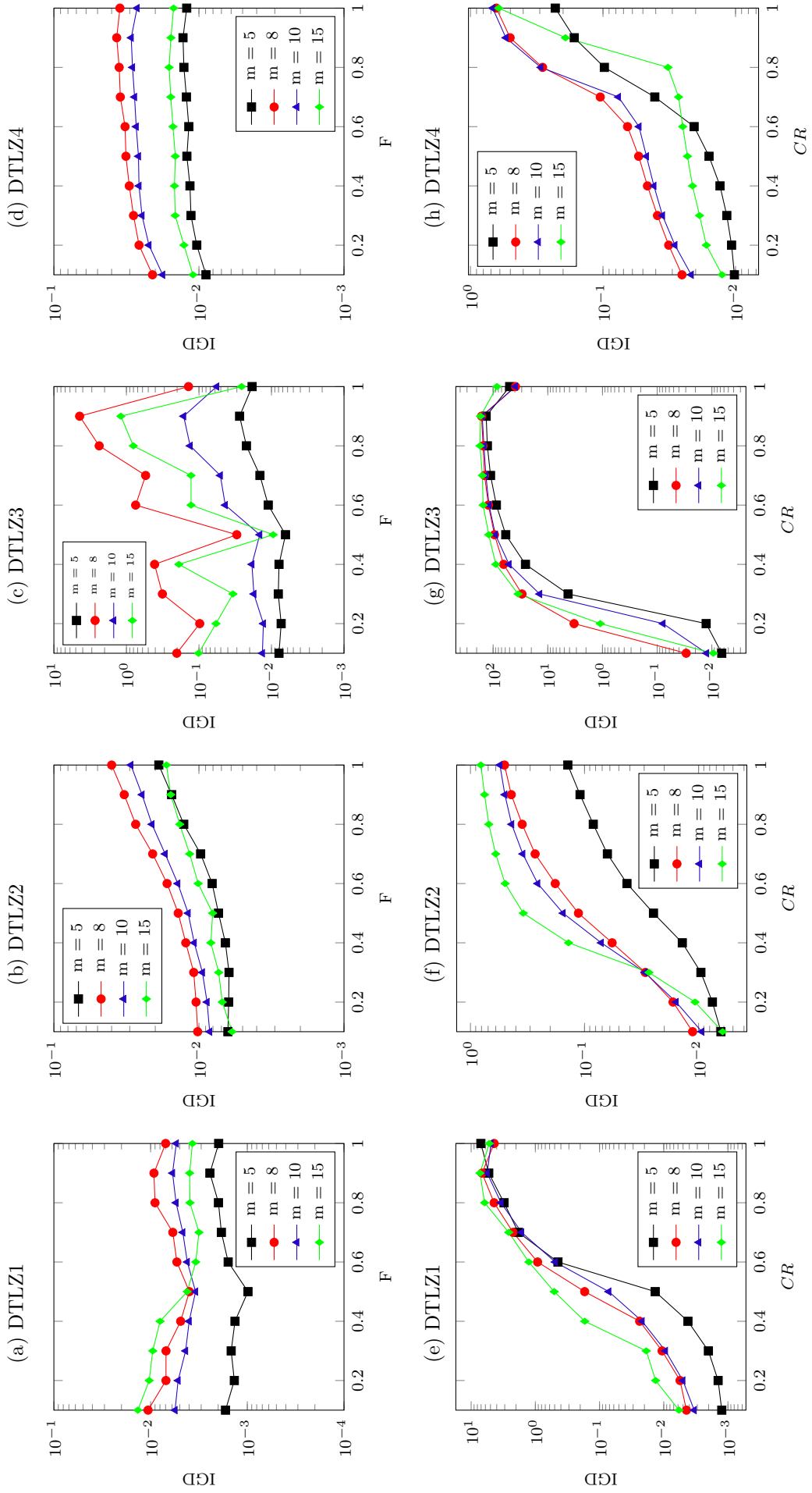
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 28 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best**/ $1/$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 29 – Influência de F ($CR = 0,1$) e CR ($F = \{0,1,0,5\}$) no IGD médio de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best/2/**.



Fonte: Elaborado pelo autor

6.2 Comparação do valor de IGD entre as variantes

Após identificar a melhor escolha para o valor do fator de escala F e a constante CR, executamos a abordagem proposta para cada variante de mutação, conforme procedimentos e parâmetros descritos nos capítulos 3 e 5.

A tabela 4 apresenta os valores de IGD menor, médio e maior obtidos em cada problema para cada variante. A célula em destaque indica que para aquele problema, a variante correspondente àquela coluna obteve um melhor desempenho.

Tabela 4 – Menor, médio e maior valor de IGD obtido para o NSGA-III-DE para as variantes de mutação consideradas. A melhor performance é exibida em destaque.

Prob.	M	Max.G.	rand/1	rand/2	best/1	best/2	curr-to-best/1	curr-to-best/2	curr-to-rand/1	curr-to-rand/2	rand-to-best/1	rand-to-best/2
DTLZ1	3	400	7.371E-04	8.821E-04	6.880E-04	8.772E-04	7.517E-04	1.153E-03	4.775E-04	1.083E-03	7.826E-04	8.009E-04
			9.744E-04	1.021E-03	9.616E-04	1.090E-03	1.102E-03	1.493E-03	6.757E-04	1.360E-03	1.125E-03	1.138E-03
	5	600	1.248E-03	1.330E-03	1.245E-03	1.484E-03	2.387E-03	1.838E-03	8.770E-04	1.660E-03	1.415E-03	1.464E-03
			4.757E-04	7.256E-04	5.939E-04	9.681E-04	4.847E-04	8.001E-04	2.050E-04	7.850E-04	7.850E-04	1.087E-03
	8	750	6.712E-04	9.487E-04	8.282E-04	1.151E-03	5.722E-04	1.053E-03	2.943E-04	9.181E-04	9.911E-04	1.249E-03
			9.555E-04	1.146E-03	1.040E-03	1.369E-03	7.537E-04	1.252E-03	3.699E-04	1.376E-03	1.273E-03	1.520E-03
	10	1000	2.977E-03	3.144E-03	2.794E-03	3.560E-03	2.697E-03	3.940E-03	2.507E-03	3.416E-03	3.186E-03	3.579E-03
			3.777E-03	3.557E-03	3.444E-03	4.110E-03	3.340E-03	4.505E-03	2.924E-03	4.157E-03	4.130E-03	4.431E-03
	15	1500	8.227E-03	3.975E-03	4.526E-03	4.998E-03	4.001E-03	5.190E-03	3.834E-03	4.848E-03	5.459E-03	5.514E-03
			2.169E-03	2.675E-03	2.412E-03	2.716E-03	2.413E-03	3.307E-03	2.013E-03	3.219E-03	2.703E-03	2.994E-03
DTLZ2	3	250	3.278E-03	3.189E-03	2.839E-03	3.124E-03	2.663E-03	3.678E-03	2.412E-03	3.473E-03	3.559E-03	3.355E-03
			1.246E-02	4.229E-03	3.238E-03	3.601E-03	3.026E-03	4.310E-03	5.124E-03	3.863E-03	4.923E-03	3.751E-03
	5	350	1.431E-03	1.537E-03	1.443E-03	1.664E-03	1.591E-03	2.049E-03	1.178E-03	2.093E-03	1.787E-03	1.988E-03
			3.709E-03	3.845E-03	1.866E-03	2.213E-03	2.005E-03	2.487E-03	1.475E-03	2.463E-03	4.116E-03	5.787E-03
	8	500	3.821E-02	3.778E-02	2.828E-03	6.271E-03	2.297E-03	2.983E-03	1.976E-03	2.763E-03	3.709E-02	3.818E-02
			3.641E-03	3.447E-03	3.677E-03	3.567E-03	4.463E-03	6.740E-03	3.703E-03	6.581E-03	3.497E-03	3.628E-03
	10	750	4.076E-03	4.189E-03	4.337E-03	4.237E-03	5.446E-03	7.764E-03	4.473E-03	7.340E-03	4.296E-03	4.263E-03
			4.519E-03	5.345E-03	5.705E-03	5.120E-03	6.294E-03	9.608E-03	4.940E-03	8.422E-03	5.082E-03	4.863E-03
	15	1000	5.423E-03	5.077E-03	5.532E-03	5.513E-03	6.052E-03	9.875E-03	5.042E-03	8.531E-03	5.583E-03	5.860E-03
			5.963E-03	6.242E-03	6.141E-03	6.389E-03	6.849E-03	1.070E-02	5.753E-03	9.909E-03	6.279E-03	6.370E-03
DTLZ3	3	1000	6.679E-03	7.056E-03	6.871E-03	7.013E-03	7.941E-03	1.201E-02	6.290E-03	1.115E-02	7.070E-03	6.974E-03
			8.501E-03	9.481E-03	8.144E-03	9.891E-03	1.057E-02	1.907E-02	8.570E-03	1.795E-02	9.305E-03	9.968E-03
	5	350	9.134E-03	1.049E-02	9.730E-03	1.114E-02	1.292E-02	2.169E-02	9.317E-03	1.997E-02	1.055E-02	1.129E-02
			1.013E-02	1.211E-02	1.095E-02	1.263E-02	1.536E-02	2.367E-02	1.008E-02	2.293E-02	1.203E-02	1.288E-02
	8	500	6.926E-03	7.966E-03	6.995E-03	7.912E-03	9.109E-03	1.345E-02	7.026E-03	1.302E-02	8.097E-03	8.721E-03
			7.631E-03	8.573E-03	7.818E-03	8.876E-03	1.032E-02	1.599E-02	1.433E-02	1.433E-02	8.894E-03	9.367E-03
	10	750	8.677E-03	9.191E-03	9.277E-03	9.849E-03	1.115E-02	1.706E-02	8.925E-03	1.605E-02	9.375E-03	1.022E-02
			4.648E-03	5.515E-03	5.257E-03	5.570E-03	8.482E-03	1.063E-02	5.385E-03	1.002E-02	4.884E-03	5.047E-03
	15	1000	5.960E-03	6.258E-03	6.084E-03	6.141E-03	9.724E-03	1.263E-02	6.155E-03	1.140E-02	5.735E-03	6.158E-03
			6.912E-03	7.047E-03	7.381E-03	7.277E-03	1.074E-02	2.858E-02	7.499E-03	1.306E-02	6.622E-03	7.556E-03
DTLZ4	3	1000	2.171E-03	2.406E-03	2.421E-03	2.208E-03	2.505E-03	3.495E-03	2.251E-03	3.531E-03	1.995E-03	2.600E-03
			2.678E-03	3.103E-03	2.871E-03	2.929E-03	3.050E-03	4.336E-03	2.614E-03	4.291E-03	2.828E-03	3.098E-03
	5	1000	3.293E-03	3.689E-03	3.512E-03	3.526E-03	4.000E-03	7.021E-03	3.030E-03	6.932E-03	3.647E-03	3.954E-03
			4.363E-03	5.177E-03	4.039E-03	5.200E-03	3.940E-03	6.360E-03	3.519E-03	6.075E-03	5.419E-03	5.845E-03
	8	1000	4.809E-03	5.875E-03	5.069E-03	6.010E-03	4.665E-03	7.792E-03	4.353E-03	7.192E-03	5.981E-03	6.590E-03
			5.769E-03	6.585E-03	6.609E-03	6.878E-03	5.439E-03	1.016E-02	4.865E-03	8.823E-03	6.914E-03	7.605E-03
	10	1500	1.259E-02	1.639E-02	1.360E-02	1.754E-02	1.496E-02	3.473E-02	1.117E-02	3.445E-02	1.561E-02	2.061E-02
			1.462E-02	2.042E-02	1.609E-02	2.333E-02	1.825E-02	5.646E-02	1.314E-02	4.406E-02	2.283E-02	2.946E-02
	15	2000	1.773E-02	2.901E-02	2.042E-02	3.164E-02	2.209E-02	7.764E-02	1.516E-02	5.783E-02	4.543E-02	4.616E-02
			7.241E-03	8.503E-03	7.707E-03	9.510E-03	9.153E-03	1.926E-02	6.715E-03	1.500E-02	9.042E-03	1.044E-02
DTLZ5	3	600	7.893E-03	1.030E-02	8.559E-03	1.134E-02	1.060E-02	2.320E-02	7.636E-03	1.855E-02	1.132E-02	1.248E-02
			9.334E-03	1.318E-02	9.814E-03	1.462E-02	1.336E-02	2.771E-02	9.421E-03	2.267E-02	1.439E-02	1.507E-02
	5	1000	4.573E-03	1.995E-02	4.726E-03	5.422E-03	7.077E-03	1.185E-02	3.945E-03	1.053E-02	5.127E-03	6.320E-03
			3.184E-02	2.202E-02	5.590E-03	6.358E-03	8.922E-03	1.327E-02	6.546E-03	1.173E-02	9.629E-03	9.391E-03
	8	1250	5.224E-01	2.444E-02	7.128E-03	7.901E-03	1.257E-02	1.803E-02	3.816E-02	1.432E-02	3.253E-02	1.717E-02
			3.035E-03	3.368E-03	3.297E-03	3.592E-03	3.553E-03	4.686E-03	3.210E-03	4.433E-03	3.520E-03	3.945E-03
	10	2000	5.619E-02	3.943E-03	3.743E-03	4.180E-03	4.263E-03	5.373E-03	3.891E-03	5.289E-03	4.097E-03	4.499E-03
			5.308E-01	4.418E-03	4.391E-03	4.874E-03	4.901E-03	6.333E-03	4.574E-03	6.080E-03	4.910E-03	5.102E-03
	15	3000	5.245E-03	7.561E-03	5.974E-03	7.689E-03	5.384E-03	7.837E-03	5.681E-03	8.295E-03	7.225E-03	8.443E-03
			6.167E-03	8.518E-03	6.904E-03	9.357E-03	6.315E-03	9.511E-03	6.791E-03	9.130E-03	8.412E-03	1.020E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir dos resultados obtidos, em termos de performance das variantes, podemos chegar às seguintes considerações:

- A variante current-to-rand/1 apresentou um melhor desempenho para as funções

DTLZ1, DTLZ3 e em parte para a DTLZ2.

- A variante rand/1 apresentou um melhor desempenho para a função DTLZ4, e em parte para a DTLZ2.
- A variante current-to-rand/1 apresenta uma melhor performance na maioria dos casos, seguida pela variante rand/1.
- Aumentar o número de indivíduos no vetor de diferenças, como nas variantes da forma $x/2$, atrapalha o desempenho do algoritmo.
- Conclui-se também que na otimização com muitos objetivos, inserir o melhor indivíduo da geração corrente no processo de mutação não melhora a performance do algoritmo.

6.3 Trabalhos futuros

Nessa pesquisa comparou-se a performance de diferentes variantes de mutação no NSGA-III-DE na otimização com muitos objetivos, envolvendo de três a quinze objetivos. Para a coleta dos resultados, foi feita uma investigação da melhor escolha de dois principais parâmetros do NSGA-III-DE para cada variante. Uma vez identificada a escolha recomendável para esses parâmetros, cada estratégia de mutação foi executada em quatro funções DTLZs, utilizando a métrica IGD para mensurar a qualidade das soluções obtidas. Os resultados apontaram a variante current-to-rand/1 tendo um melhor desempenho para três das funções analisadas.

Para continuação dessa pesquisa, sugere-se os seguintes trabalhos futuros:

- Ampliar os experimentos realizados para outros problemas de *benchmarks*, como as funções WFG.
- Investigar o efeito da variação individual dos fatores de escala F_{xc} e F_{cr} no processo de mutação, combinando diferentes valores entre 0,1 e 1,0 para essas constantes. Utilizar o mesmo valor para F_{xc} e F_{cr} no processo de mutação pode ter influenciado os resultados.
- Investigar o efeito da variação da constante CR para valores entre 0 e 0,1.
- Investigar o efeito da variação das constantes F_{xc} , F_{cr} e CR como produto cartesiano, pois isso pode influenciar os resultados.
- Analisar a capacidade de exploração global e exploração local de cada variante, identificando como o IGD das variantes decai ao longo das gerações, a fim de avaliar o porquê o desempenho final de uma variante é melhor que as demais.

- Investigar a hipótese de se obter melhores resultados substituindo a estratégia de mutação rand/1 pela current-to-rand/1 nos algoritmos NSGA-III-2S e NSGA-III-HVO propostos em [Yuan, Xu e Wang \(2015\)](#).

Referências

ABBAS, Q.; AHMAD, J.; JABEEN, H. Variant for Continuous Optimization Problems. v. 2015, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 51.

ALMEIDA-LUZ, S. et al. Applying differential evolution to the reporting cells problem. p. 65–71, Oct 2008. Citado na página 37.

ARORA, J. S.; HUANG, M. W.; HSIEH, C. C. Methods for optimization of nonlinear problems with discrete variables: A review. *Structural Optimization*, v. 8, n. 2-3, p. 69–85, 1994. ISSN 09344373. Citado na página 24.

BROCKHOFF, D.; WAGNER, T.; TRAUTMANN, H. On the properties of the r2 indicator. In: *Proceedings of the 14th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York, NY, USA: ACM, 2012. (GECCO '12), p. 465–472. ISBN 978-1-4503-1177-9. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/2330163.2330230>>. Citado na página 43.

CHAND, S.; WAGNER, M. *Evolutionary many-objective optimization: A quick-start guide*. 2015. 35–42 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sorms.2015.08.001>>. Citado 4 vezes nas páginas 16, 21, 23 e 43.

ČREPINŠEK, M.; LIU, S.-H.; MERNIK, M. Exploration and exploitation in evolutionary algorithms. *ACM Computing Surveys*, v. 45, n. 3, p. 1–33, 2013. ISSN 03600300. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2480741.2480752>>. Citado na página 25.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. *SIAM Journal on Optimization*, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998. ISSN 1052-6234. Disponível em: <<http://epubs.siam.org/doi/10.1137/S1052623496307510>>. Citado na página 31.

DEB, K. An Evolutionary Many-Objective Optimization An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Based on Dominance and Decomposition. n. November, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 50.

DEB, K.; AGRAWAL, R. B. Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space. *Complex Systems*, v. 9, p. 1–34, 1994. ISSN 08912513. Citado na página 40.

DEB, K.; AGRAWAL, S. A Niched-Penalty Approach for Constraint Handling in Genetic Algorithms $x_i^2 + r_k f_{\max} + J$. *Optimization*, v. 5, n. 3, 1999. Citado na página 41.

DEB, K.; DEB ayan. Analysing mutation schemes for real-parameter genetic algorithms. *International Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing*, v. 4, n. 1, p. 1, 2014. ISSN 1755-4950. Disponível em: <<http://www.inderscience.com/link.php?id=59280>>. Citado na página 42.

DEB, K.; GOYAL, M. A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design. *Computer Science and Informatics*, v. 26, n. 1, p. 30–45, 1996. ISSN 0254-7813. Citado na página 40.

DEB, K.; JAIN, H. Parent to mean-centric self-adaptation in single and multi-objective real-parameter genetic algorithms with sbx operator. 2011. Citado na página 41.

DEB, K.; JAIN, H. An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point Based Non-dominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints. *Ieeexplore.Ieee.Org*, v. 18, n. c, p. 1–1, 2013. ISSN 1089-778X. Citado 8 vezes nas páginas 16, 31, 32, 34, 48, 50, 53 e 55.

DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 2, p. 182–197, apr 2002. ISSN 1089778X. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/996017/>>. Citado 6 vezes nas páginas 26, 29, 30, 48, 49 e 53.

DEB, K. et al. Scalable multi-objective optimization test problems. *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC 2002*, v. 1, n. i, p. 825–830, 2002. ISSN 1619-7127. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms - Part I: A unified formulation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans.*, v. 28, n. 1, p. 26–37, 1998. ISSN 10834427. Citado na página 24.

GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. [S.l.]: Addison-Wesley, Reading, MA, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 49.

HORN, J.; GOLDBERG, D. E. Genetic Algorithm Difficulty and the Modality of Fitness Landscapes. *Foundations of Genetic Algorithms*, v. 3, p. 243–269, 1995. ISSN 10816593. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781558603561500169>>. Citado na página 24.

HUBAND, S. et al. A Scalable Multi-objective Test Problem Toolkit. n. June, p. 280–295, 2005. Citado na página 46.

HUBAND, S. et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 10, n. 5, p. 477–506, 2006. ISSN 1089778X. Citado na página 24.

ISHIBUCHI, H.; TSUKAMOTO, N.; NOJIMA, Y. *Evolutionary many-objective optimization: A short review*. 2008. 2419–2426 p. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 23.

ISHIBUCHI, H.; TSUKAMOTO, N.; NOJIMA, Y. Evolutionary many-objective optimization: A short review. In: *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence)*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 2419–2426. ISSN 1089-778X. Citado na página 27.

ISLAM, S. M. et al. An adaptive differential evolution algorithm with novel mutation and crossover strategies for global numerical optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, v. 42, n. 2, p. 482–500, 2012. ISSN 10834419. Citado na página 37.

JEYAKUMAR, G.; Shunmuga Velayutham, C. An empirical comparison of differential evolution variants on different classes of unconstrained global optimization problems. *2009 World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, NABIC 2009 - Proceedings*, p. 866–871, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 17, 38 e 51.

- JUSTESEN, P. D. Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms. *Department of Computer Science*, Conformati, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 26.
- KNOWLES, J.; CORNE, D. The Pareto Archived Evolution Strategy : A New Baseline Algorithm for Pareto Multiobjective Optimisation. p. 98–105, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 50.
- LI, K. et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 19, n. 5, p. 694–716, 2015. ISSN 1089778X. Citado na página 46.
- LINDEN, R. *Algoritmos Genéticos*. [S.l.]: Ciência Moderna, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- PIRES, E. J. S. et al. Uma Perspectiva Evolutiva dos Sistemas Rob{ó}ticos. 2005. Citado na página 42.
- PRAVEEN, V. V.; THANGAVELU, S. Performance Analysis of Variants of Differential Evolution on Multi-Objective Optimization Problems. *Indian Journal of Science and Technology*, v. 8, n. August, p. 1–6, 2015. ISSN 09745645. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 51.
- QIANG, J.; MITCHELL, C. An Adaptive Unified Differential Evolution Algorithm for Global Optimization. p. 1–24. Citado na página 37.
- Ribeiro, R. S. Comparação De Algoritmos Evolucionários Para Problemas Com Muitos Objetivos. 2016. Disponível em: <<https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1330M.PDF>>. Citado 4 vezes nas páginas 22, 24, 31 e 46.
- ROBI, T.; FILIPI, B. Demo: Differential evolution for multiobjective optimization. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, p. 520–533, 2005. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-31880-4_36>. Citado 3 vezes nas páginas 16, 37 e 48.
- S. Surjanovic, D. Bingham, S. F. *Optimization Test Functions and Datasets*. 2015. Disponível em: <<https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html><http://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.>> Citado na página 24.
- SATO, H.; AGUIRRE, H.; TANAKA, K. Local dominance using polar coordinates to enhance multiobjective evolutionary algorithms. *Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation*, v. 1, p. 188–195, 2004. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1330856>>. Citado na página 43.
- SCHAFFER, J. D. *Some Experiments in Machine Learning Using Vector Evaluated Genetic Algorithms (Artificial Intelligence, Optimization, Adaptation, Pattern Recognition)*. Tese (Doutorado), Nashville, TN, USA, 1984. AAI8522492. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- SRINIVAS, N.; DEB, K. Multi-objective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*, v. 2, n. 3, p. 221—248, 1995. ISSN 1063-6560. Citado 4 vezes nas páginas 22, 26, 48 e 49.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997. ISSN 1573-2916. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1008202821328>>. Citado 7 vezes nas páginas 17, 35, 37, 38, 39, 48 e 49.

VELDHUIZEN, D. A. V.; VELDHUIZEN, D. A. V. *Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations*. [S.l.], 1999. Citado na página 43.

VOORNEVELD, M. Characterization of Pareto dominance. *Operations Research Letters*, v. 31, n. 1, p. 7–11, 2003. ISSN 01676377. Citado na página 21.

WEBER, M. *Parallel Global Optimization Structuring Populations in Differential Evolution*. [S.l.: s.n.], 2010. ISBN 9789513940768. Citado na página 37.

WHILE, L. et al. A faster algorithm for calculating hypervolume. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 10, n. 1, p. 29–38, 2006. ISSN 1089778X. Citado na página 43.

YUAN, Y.; XU, H.; WANG, B. An experimental investigation of variation operators in reference-point based many-objective optimization. In: *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York, NY, USA: ACM, 2015. (GECCO '15), p. 775–782. ISBN 978-1-4503-3472-3. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/2739480.2754655>>. Citado 9 vezes nas páginas 6, 7, 17, 47, 51, 52, 53, 56 e 70.

ZHANG, Q.; MEMBER, S.; LI, H. MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. v. 11, n. 6, p. 712–731, 2007. Citado na página 48.

ZHANG, Q. et al. Multiobjective optimization Test Instances for the CEC 2009 Special Session and Competition. *Technical Report*, p. 1–30, 2009. Citado na página 43.

ZIELINSKI, K. et al. Comparison of Differential Evolution and Particle Swarm Optimization for the optimization of a PI cascade control. *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2008*, p. 3114–3121, 2008. Citado na página 37.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. SPEA2 : Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. p. 1–21, 2001. Citado na página 48.

ZITZLER, E.; THIELE, L. An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization : The Strength Pareto Approach. n. 43, p. 43, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 50.

Apêndices

APÊNDICE A – Tabelas de variação no fator de escala F

Tabela 5 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/1** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	9,263E-04	8,355E-04	9,394E-04	7,508E-04	5,060E-04	8,651E-04	9,729E-04	9,412E-04	1,094E-03	6,435E-04
			1,896E-03	1,166E-03	1,299E-03	1,125E-03	7,193E-04	1,170E-03	1,318E-03	1,362E-03	1,399E-03	8,204E-04
			5,069E-03	1,765E-03	2,474E-03	1,380E-03	9,376E-04	1,626E-03	1,800E-03	2,165E-03	2,684E-03	1,166E-03
	5	600	9,297E-04	7,894E-04	8,425E-04	6,612E-04	2,072E-04	6,920E-04	8,480E-04	7,036E-04	9,172E-04	3,434E-04
			1,196E-03	1,019E-03	1,064E-03	8,430E-04	3,427E-04	9,335E-04	1,060E-03	9,703E-04	1,119E-03	4,098E-04
			1,500E-03	1,359E-03	1,367E-03	1,080E-03	5,188E-04	1,449E-03	1,275E-03	1,242E-03	1,580E-03	5,018E-04
	8	750	3,368E-03	3,452E-03	3,239E-03	3,310E-03	2,285E-03	3,063E-03	2,944E-03	3,320E-03	3,201E-03	2,591E-03
			4,512E-03	7,160E-03	4,175E-03	4,169E-03	3,242E-03	4,180E-03	3,909E-03	3,991E-03	3,991E-03	3,201E-03
			8,828E-03	4,752E-02	7,737E-03	5,301E-03	4,684E-03	5,864E-03	4,478E-03	5,001E-03	5,540E-03	4,060E-03
	10	1000	2,393E-03	2,599E-03	2,624E-03	2,677E-03	2,263E-03	2,684E-03	2,419E-03	2,658E-03	2,557E-03	2,231E-03
			3,273E-03	3,634E-03	3,363E-03	3,161E-03	3,237E-03	3,237E-03	3,025E-03	2,998E-03	2,894E-03	2,434E-03
			4,910E-03	8,438E-03	4,191E-03	3,992E-03	4,020E-03	5,667E-03	4,457E-03	3,418E-03	3,222E-03	2,900E-03
	15	1500	1,507E-03	1,561E-03	1,700E-03	1,855E-03	1,561E-03	1,885E-03	1,614E-03	1,841E-03	1,765E-03	1,630E-03
			2,946E-03	4,050E-03	2,505E-03	3,648E-03	3,856E-03	2,843E-03	2,118E-03	2,336E-03	2,304E-03	2,052E-03
			7,974E-03	3,878E-02	4,608E-03	2,528E-02	3,769E-02	1,152E-02	2,888E-03	3,379E-03	4,340E-03	2,970E-03
DTLZ2	3	250	3,364E-03	3,568E-03	3,561E-03	3,137E-03	3,771E-03	3,739E-03	3,583E-03	4,109E-03	3,954E-03	4,453E-03
			4,064E-03	4,200E-03	4,009E-03	4,206E-03	4,248E-03	4,301E-03	4,457E-03	4,732E-03	4,996E-03	5,359E-03
			4,594E-03	5,384E-03	4,519E-03	5,284E-03	4,718E-03	4,765E-03	4,844E-03	5,559E-03	5,474E-03	6,321E-03
	5	350	5,375E-03	5,268E-03	5,264E-03	5,189E-03	5,247E-03	5,483E-03	5,204E-03	5,484E-03	5,664E-03	5,813E-03
			6,091E-03	5,847E-03	5,816E-03	5,774E-03	5,786E-03	5,952E-03	5,877E-03	6,242E-03	6,806E-03	6,308E-03
			7,325E-03	6,489E-03	6,260E-03	6,186E-03	6,305E-03	6,647E-03	6,816E-03	6,806E-03	8,074E-03	6,904E-03
	8	500	7,943E-03	7,980E-03	8,411E-03	9,056E-03	8,158E-03	1,024E-02	1,038E-02	9,520E-03	1,072E-02	1,062E-02
			9,533E-03	9,356E-03	9,700E-03	1,031E-02	1,019E-02	1,116E-02	1,142E-02	1,130E-02	1,219E-02	1,229E-02
			1,056E-02	1,052E-02	1,152E-02	1,168E-02	1,158E-02	1,257E-02	1,242E-02	1,291E-02	1,405E-02	1,397E-02
	10	750	6,650E-03	5,795E-03	7,589E-03	8,039E-03	7,267E-03	8,323E-03	7,955E-03	8,335E-03	8,753E-03	8,048E-03
			7,361E-03	7,050E-03	8,452E-03	8,768E-03	8,341E-03	9,218E-03	9,085E-03	8,907E-03	9,500E-03	9,245E-03
			8,187E-03	8,052E-03	9,913E-03	1,006E-02	9,448E-03	1,028E-02	1,001E-02	9,326E-03	1,030E-02	1,031E-02
	15	1000	5,637E-03	5,435E-03	6,151E-03	6,293E-03	5,843E-03	6,416E-03	6,339E-03	6,579E-03	7,038E-03	8,258E-03
			6,983E-03	6,402E-03	6,662E-03	7,151E-03	6,777E-03	7,347E-03	7,523E-03	7,957E-03	8,263E-03	9,277E-03
			8,938E-03	7,576E-03	7,779E-03	8,422E-03	7,759E-03	8,422E-03	9,080E-03	8,806E-03	9,982E-03	1,190E-02
DTLZ3	3	1000	2,535E-03	2,790E-03	2,479E-03	2,016E-03	2,391E-03	2,526E-03	2,673E-03	2,572E-03	2,744E-03	2,579E-03
			3,871E-03	3,261E-03	3,045E-03	3,120E-03	2,605E-03	3,168E-03	3,067E-03	3,326E-03	3,506E-03	3,035E-03
			6,950E-03	3,724E-03	4,074E-03	6,385E-03	3,010E-03	4,072E-03	3,616E-03	4,655E-03	4,636E-03	4,455E-03
	5	1000	4,426E-03	4,829E-03	4,592E-03	4,641E-03	3,821E-03	4,646E-03	3,992E-03	4,648E-03	5,302E-03	3,790E-03
			5,809E-03	5,519E-03	5,793E-03	5,418E-03	4,370E-03	5,654E-03	5,199E-03	5,654E-03	6,080E-03	4,393E-03
			7,889E-03	6,651E-03	9,546E-03	6,907E-03	5,752E-03	7,219E-03	6,395E-03	6,768E-03	7,740E-03	4,963E-03
	8	1000	1,384E-02	1,452E-02	1,558E-02	1,527E-02	1,122E-02	1,692E-02	1,561E-02	1,947E-02	2,320E-02	1,381E-02
			2,072E-02	2,144E-02	2,123E-02	2,217E-02	1,304E-02	2,566E-02	2,293E-02	3,086E-02	3,260E-02	1,590E-02
			2,797E-02	3,970E-02	3,867E-02	3,093E-02	1,543E-02	4,121E-02	4,213E-02	7,200E-02	4,512E-02	1,993E-02
	10	1500	6,663E-03	7,166E-03	8,918E-03	8,340E-03	7,498E-03	9,545E-03	9,304E-03	9,726E-03	1,000E-02	7,797E-03
			8,322E-03	8,301E-03	9,743E-03	1,000E-02	8,005E-03	1,145E-02	1,080E-02	1,275E-02	1,244E-02	9,142E-03
			1,001E-02	9,319E-03	1,112E-02	1,251E-02	8,757E-03	1,567E-02	1,201E-02	1,666E-02	1,672E-02	1,041E-02
	15	2000	6,588E-03	5,895E-03	6,017E-03	5,604E-03	4,589E-03	6,626E-03	6,452E-03	8,085E-03	7,573E-03	6,670E-03
			3,336E-02	6,980E-03	3,289E-02	7,660E-03	5,771E-03	7,670E-03	7,653E-03	9,442E-03	9,455E-03	8,089E-03
			5,105E-01	1,014E-02	5,251E-01	1,838E-02	8,624E-03	9,759E-03	1,028E-02	1,198E-02	1,562E-02	9,580E-03
DTLZ4	3	600	2,517E-03	2,891E-03	2,948E-03	3,180E-03	3,133E-03	3,225E-03	3,212E-03	3,482E-03	3,445E-03	3,684E-03
			8,287E-02	3,015E-02	3,948E-03	4,139E-03	3,584E-03	3,748E-03	3,861E-03	3,913E-03	4,063E-03	4,232E-03
			5,320E-01	5,309E-01	1,013E-02	1,339E-02	4,056E-03	4,180E-03	4,456E-03	4,630E-03	4,792E-03	5,126E-03
	5	1000	4,534E-03	5,337E-03	5,328E-03	5,468E-03	5,419E-03	5,859E-03	5,105E-03	5,877E-03	6,040E-03	5,280E-03
			5,460E-03	6,184E-03	6,344E-03	6,507E-03	6,507E-03	6,713E-03	6,681E-03	6,831E-03	6,998E-03	6,109E-03
			6,567E-03	6,892E-03	7,323E-03	7,556E-03	7,690E-03	7,807E-03	8,095E-03	7,744E-03	8,619E-03	6,818E-03
	8	1250	1,138E-02	1,281E-02	1,295E-02	1,610E-02	1,721E-02	1,795E-02	1,610E-02	1,604E-02	1,616E-02	1,324E-02
			1,349E-02	1,520E-02	1,694E-02	1,849E-02	1,915E-02	1,999E-02	1,890E-02	1,961E-02	1,886E-02	1,620E-02
			1,534E-02	1,626E-02	2,189E-02	2,078E-02	2,235E-02	2,213E-02	2,163E-02	2,180E-02	2,110E-02	1,885E-02
	10	2000	8,870E-03	9,937E-03	1,092E-02	1,206E-02	1,366E-02	1,363E-02	1,327E-02	1,478E-02	1,453E-02	1,155E-02
			9,963E-03	1,150E-02	1,251E-02	1,333E-02	1,470E-02	1,479E-02	1,534E-02	1,562E-02	1,602E-02	1,275E-02
			1,190E-02	1,306E-02	1,387E-02	1,465E-02	1,644E-02	1,665E-02	1,748E-02	1,689E-02	1,717E-02	1,406E-02
	15	3000	6,784E-03	6,973E-03	7,724E-03	8,554E-03	8,849E-03	9,129E-03	8,727E-03	1,037E-02	9,389E-03	8,142E-03
			7,787E-03	9,128E-03	1,001E-02	1,069E-02	1,077E-02	1,104E-02	1,095E-02	1,152E-02	1,072E-02	9,464E-03
			9,606E-03	1,054E-02	1,165E-02	1,238E-02	1,345E-02	1,319E-02	1,290E-02	1,271E-02	1,286E-02	1,107E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 6 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/2** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	1,099E-03	1,012E-03	9,464E-04	9,960E-04	7,291E-04	1,164E-03	1,111E-03	1,218E-03	1,391E-03	1,116E-03
			1,721E-03	1,234E-03	1,252E-03	1,357E-03	9,050E-04	1,611E-03	1,666E-03	1,768E-03	1,998E-03	1,356E-03
			3,062E-03	1,483E-03	1,712E-03	1,960E-03	1,102E-03	2,249E-03	2,430E-03	2,550E-03	3,556E-03	1,656E-03
	5	600	1,233E-03	1,041E-03	1,075E-03	9,525E-04	4,853E-04	1,051E-03	1,190E-03	1,306E-03	1,313E-03	7,767E-04
			1,604E-03	1,303E-03	1,324E-03	1,146E-03	6,846E-04	1,227E-03	1,449E-03	1,539E-03	1,589E-03	9,788E-04
			2,114E-03	1,524E-03	1,534E-03	1,356E-03	8,474E-04	1,429E-03	1,713E-03	2,068E-03	1,860E-03	1,299E-03
	8	750	3,652E-03	3,765E-03	3,613E-03	3,605E-03	3,137E-03	3,601E-03	3,941E-03	4,038E-03	4,264E-03	3,545E-03
			4,739E-03	7,641E-03	4,913E-03	4,721E-03	3,586E-03	4,509E-03	4,858E-03	5,427E-03	5,176E-03	4,341E-03
			6,531E-03	5,087E-02	8,945E-03	7,532E-03	4,323E-03	5,110E-03	6,663E-03	7,821E-03	6,154E-03	4,888E-03
	10	1000	2,991E-03	2,965E-03	3,068E-03	3,216E-03	2,538E-03	3,158E-03	3,194E-03	3,429E-03	3,280E-03	3,105E-03
			3,629E-03	5,971E-03	3,849E-03	3,831E-03	2,952E-03	3,734E-03	3,701E-03	3,887E-03	3,821E-03	3,429E-03
			4,214E-03	5,025E-02	6,456E-03	6,229E-03	3,370E-03	4,254E-03	4,548E-03	5,301E-03	4,318E-03	3,768E-03
	15	1500	1,745E-03	1,758E-03	2,295E-03	2,057E-03	1,926E-03	2,146E-03	2,174E-03	2,200E-03	2,240E-03	2,065E-03
			8,240E-03	5,361E-03	6,602E-03	6,389E-03	2,304E-03	2,712E-03	2,464E-03	2,638E-03	2,735E-03	2,499E-03
			7,187E-02	4,169E-02	3,793E-02	3,942E-02	3,214E-03	5,538E-03	2,929E-03	3,108E-03	3,342E-03	3,207E-03
DTLZ2	3	250	3,573E-03	3,363E-03	3,697E-03	3,777E-03	3,759E-03	4,211E-03	4,412E-03	4,718E-03	5,484E-03	6,815E-03
			3,946E-03	3,974E-03	4,275E-03	4,387E-03	4,728E-03	4,690E-03	5,287E-03	5,664E-03	6,372E-03	7,870E-03
			4,704E-03	4,590E-03	5,211E-03	5,355E-03	5,724E-03	5,273E-03	6,479E-03	6,188E-03	7,055E-03	1,021E-02
	5	350	5,384E-03	5,608E-03	5,565E-03	5,368E-03	5,519E-03	6,026E-03	6,242E-03	6,718E-03	7,931E-03	8,216E-03
			6,372E-03	6,090E-03	6,182E-03	6,334E-03	6,244E-03	6,725E-03	6,912E-03	7,790E-03	8,989E-03	9,769E-03
			7,025E-03	6,906E-03	7,008E-03	6,830E-03	6,985E-03	7,694E-03	8,132E-03	8,502E-03	1,012E-02	1,078E-02
	8	500	8,084E-03	8,604E-03	8,721E-03	1,015E-02	1,052E-02	1,186E-02	1,328E-02	1,327E-02	1,566E-02	1,806E-02
			9,953E-03	9,939E-03	1,093E-02	1,141E-02	1,193E-02	1,315E-02	1,441E-02	1,571E-02	1,831E-02	1,989E-02
			1,108E-02	1,223E-02	1,261E-02	1,282E-02	1,298E-02	1,489E-02	1,682E-02	1,726E-02	2,125E-02	2,287E-02
	10	750	7,126E-03	7,528E-03	8,791E-03	8,335E-03	8,831E-03	9,558E-03	1,047E-02	1,090E-02	1,194E-02	1,294E-02
			7,963E-03	8,152E-03	9,372E-03	9,827E-03	9,763E-03	1,068E-02	1,152E-02	1,199E-02	1,330E-02	1,458E-02
			8,871E-03	9,128E-03	1,018E-02	1,106E-02	1,092E-02	1,165E-02	1,263E-02	1,309E-02	1,516E-02	1,702E-02
	15	1000	5,469E-03	5,656E-03	6,143E-03	5,805E-03	6,508E-03	7,267E-03	8,153E-03	8,503E-03	8,427E-03	9,694E-03
			6,222E-03	6,677E-03	7,052E-03	7,405E-03	8,290E-03	8,869E-03	9,601E-03	9,601E-03	1,010E-02	1,132E-02
			6,903E-03	7,923E-03	7,898E-03	8,526E-03	8,720E-03	9,119E-03	9,749E-03	1,073E-02	1,171E-02	1,275E-02
DTLZ3	3	1000	2,728E-03	2,598E-03	2,309E-03	2,335E-03	2,466E-03	2,904E-03	2,728E-03	3,482E-03	3,975E-03	3,411E-03
			4,068E-03	3,480E-03	3,260E-03	3,397E-03	3,740E-03	3,720E-03	3,720E-03	4,730E-03	4,911E-03	3,950E-03
			8,428E-03	4,820E-03	4,175E-03	5,040E-03	3,494E-03	5,163E-03	4,842E-03	7,224E-03	6,331E-03	4,740E-03
	5	1000	5,637E-03	5,311E-03	5,481E-03	5,760E-03	4,572E-03	5,605E-03	5,209E-03	7,453E-03	7,333E-03	6,591E-03
			7,156E-03	6,517E-03	6,765E-03	6,533E-03	5,399E-03	7,422E-03	7,431E-03	9,315E-03	1,047E-02	7,295E-03
			1,119E-02	7,629E-03	8,938E-03	7,744E-03	6,886E-03	1,028E-02	9,389E-03	1,569E-02	1,571E-02	8,112E-03
	8	1000	2,301E-02	1,813E-02	2,038E-02	2,394E-02	1,508E-02	3,176E-02	3,091E-02	6,534E-02	8,608E-02	3,059E-02
			6,095E-02	3,109E-02	3,666E-02	4,187E-02	1,881E-02	8,979E-02	7,523E-02	3,572E-01	4,756E-01	4,118E-02
			4,255E-01	4,217E-02	6,819E-02	1,043E-01	2,227E-02	3,164E-01	2,376E-01	1,862E+00	1,862E+00	6,193E-02
	10	1500	9,507E-03	9,502E-03	1,039E-02	1,087E-02	8,417E-03	1,511E-02	1,475E-02	1,769E-02	2,720E-02	1,507E-02
			1,105E-02	1,127E-02	1,316E-02	1,400E-02	1,076E-02	1,939E-02	2,006E-02	2,733E-02	4,201E-02	1,847E-02
			1,320E-02	1,403E-02	1,673E-02	2,018E-02	1,262E-02	2,556E-02	2,684E-02	3,872E-02	8,105E-02	2,118E-02
	15	2000	5,655E-03	6,296E-03	7,465E-03	7,159E-03	5,945E-03	9,641E-03	1,035E-02	1,701E-02	1,499E-02	1,006E-02
			8,032E-02	7,741E-03	3,671E-02	1,134E-02	6,715E-03	1,354E-02	1,442E-02	5,220E-02	3,440E-02	1,276E-02
			5,481E-01	1,281E-02	5,568E-01	1,883E-02	7,428E-03	2,472E-02	1,966E-02	5,682E-01	9,514E-02	2,768E-02
DTLZ4	3	600	2,934E-03	3,381E-03	3,467E-03	3,481E-03	3,838E-03	3,760E-03	4,118E-03	4,335E-03	4,234E-03	4,609E-03
			1,306E-01	3,020E-02	4,033E-03	4,179E-03	4,328E-03	4,530E-03	4,607E-03	4,913E-03	4,992E-03	5,219E-03
			9,503E-01	5,308E-01	4,947E-03	4,849E-03	4,954E-03	5,149E-03	5,275E-03	5,844E-03	5,486E-03	5,952E-03
	5	1000	6,552E-03	7,739E-03	8,509E-03	8,262E-03	7,887E-03	8,645E-03	8,777E-03	8,938E-03	9,452E-03	7,737E-03
			7,576E-03	8,990E-03	9,395E-03	9,632E-03	9,562E-03	9,882E-03	9,920E-03	1,007E-02	1,029E-02	9,341E-03
			8,151E-03	1,034E-02	1,043E-02	1,127E-02	1,124E-02	1,101E-02	1,082E-02	1,108E-02	1,140E-02	1,033E-02
	8	1250	1,630E-02	1,988E-02	2,131E-02	2,362E-02	2,450E-02	2,363E-02	2,478E-02	2,463E-02	2,359E-02	1,987E-02
			1,829E-02	2,242E-02	2,482E-02	2,683E-02	2,711E-02	2,818E-02	2,790E-02	2,793E-02	2,780E-02	2,197E-02
			2,105E-02	2,552E-02	2,933E-02	3,125E-02	2,995E-02	3,353E-02	3,369E-02	3,157E-02	3,066E-02	2,386E-02
	10	2000	1,178E-02	1,430E-02	1,651E-02	1,838E-02	1,924E-02	1,985E-02	2,141E-02	2,033E-02	2,119E-02	1,640E-02
			1,318E-02	1,577E-02	1,829E-02	2,023E-02	2,157E-02	2,270E-02	2,341E-02	2,300E-02	2,277E-02	1,758E-02
			1,444E-02	1,779E-02	2,100E-02	2,165E-02	2,513E-02	2,437E-02	2,542E-02	2,464E-02	2,526E-02	1,923E-02
	15	3000	7,819E-03	9,146E-03	1,021E-02	1,069E-02	1,000E-02	1,147E-02	1,128E-02	1,171E-02	1,166E-02	8,829E-03
			9,197E-03	1,049E-02	1,146E-02	1,213E-02	1,203E-02	1,275E-02	1,294E-02	1,300E-02	1,275E-02	1,069E-02
			1,047E-02	1,177E-02	1,336E-02	1,527E-02	1,497E-02	1,441E-02	1,411E-02	1,449E-02	1,445E-02	1,222E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 7 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/1** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	1,106E-03	7,742E-04	9,720E-04	8,219E-04	5,113E-04	1,029E-03	1,004E-03	1,053E-03	9,543E-04	7,415E-04
			1,914E-03	1,171E-03	1,165E-03	1,143E-03	8,223E-04	1,412E-03	1,265E-03	1,353E-03	1,389E-03	9,548E-04
			1,060E-02	2,687E-03	1,738E-03	1,495E-03	1,143E-03	2,402E-03	2,157E-03	2,240E-03	2,070E-03	1,315E-03
	5	600	1,036E-03	9,779E-04	8,748E-04	8,467E-04	3,538E-04	8,119E-04	9,664E-04	7,587E-04	1,006E-03	4,069E-04
			1,364E-03	1,250E-03	1,170E-03	1,007E-03	4,964E-04	1,054E-03	1,196E-03	1,074E-03	1,214E-03	5,533E-04
			1,610E-03	1,872E-03	1,624E-03	1,270E-03	9,015E-04	1,337E-03	1,414E-03	1,318E-03	1,482E-03	7,434E-04
	8	750	3,274E-03	3,082E-03	3,657E-03	3,426E-03	2,586E-03	3,476E-03	3,431E-03	3,469E-03	3,727E-03	2,860E-03
			4,908E-03	5,142E-03	4,608E-03	4,487E-03	3,030E-03	4,113E-03	4,154E-03	4,445E-03	4,320E-03	3,316E-03
			1,297E-02	1,272E-02	8,392E-03	9,462E-03	3,542E-03	6,334E-03	5,814E-03	5,997E-03	5,602E-03	4,208E-03
	10	1000	2,908E-03	2,870E-03	2,963E-03	2,824E-03	2,210E-03	2,898E-03	2,681E-03	2,868E-03	2,913E-03	2,327E-03
			3,420E-03	3,426E-03	3,604E-03	3,322E-03	3,349E-03	3,067E-03	3,067E-03	3,291E-03	3,167E-03	2,704E-03
			4,134E-03	4,650E-03	5,720E-03	4,061E-03	3,007E-03	3,874E-03	3,425E-03	3,929E-03	3,518E-03	3,139E-03
	15	1500	1,355E-03	1,668E-03	1,837E-03	1,683E-03	1,526E-03	1,849E-03	1,713E-03	1,928E-03	1,804E-03	1,675E-03
			2,157E-03	2,715E-03	5,916E-03	2,386E-03	2,194E-03	2,203E-03	2,282E-03	2,241E-03	2,172E-03	2,058E-03
			2,763E-03	6,480E-03	3,931E-02	3,021E-03	6,800E-03	2,612E-03	4,553E-03	2,537E-03	2,545E-03	2,501E-03
DTLZ2	3	250	3,504E-03	3,040E-03	3,569E-03	3,269E-03	3,649E-03	3,707E-03	4,000E-03	4,376E-03	4,428E-03	4,880E-03
			4,037E-03	3,839E-03	4,157E-03	4,126E-03	4,164E-03	4,266E-03	4,597E-03	4,796E-03	5,202E-03	5,524E-03
			4,490E-03	4,701E-03	5,220E-03	4,666E-03	4,716E-03	5,032E-03	5,155E-03	5,305E-03	6,617E-03	6,249E-03
	5	350	5,705E-03	5,337E-03	5,187E-03	5,580E-03	4,991E-03	5,841E-03	5,554E-03	5,854E-03	6,374E-03	5,901E-03
			6,262E-03	6,014E-03	5,876E-03	6,081E-03	5,951E-03	6,270E-03	6,154E-03	6,764E-03	7,193E-03	7,194E-03
			6,859E-03	6,587E-03	6,311E-03	6,867E-03	6,896E-03	6,756E-03	7,503E-03	7,677E-03	8,148E-03	8,934E-03
	8	500	8,474E-03	8,864E-03	8,772E-03	9,011E-03	8,800E-03	1,056E-02	9,892E-03	1,006E-02	1,002E-02	1,062E-02
			9,524E-03	9,766E-03	9,948E-03	1,073E-02	1,052E-02	1,189E-02	1,184E-02	1,197E-02	1,249E-02	1,338E-02
			1,065E-02	1,089E-02	1,150E-02	1,237E-02	1,176E-02	1,417E-02	1,393E-02	1,358E-02	1,425E-02	1,587E-02
	10	750	6,355E-03	6,844E-03	7,730E-03	7,937E-03	8,008E-03	8,697E-03	8,545E-03	9,054E-03	9,398E-03	9,029E-03
			7,355E-03	7,556E-03	8,489E-03	8,848E-03	8,874E-03	9,615E-03	9,784E-03	9,615E-03	1,009E-02	1,003E-02
			8,407E-03	8,861E-03	9,578E-03	1,007E-02	1,038E-02	1,077E-02	1,054E-02	1,065E-02	1,129E-02	1,094E-02
	15	1000	5,521E-03	5,223E-03	5,501E-03	5,980E-03	5,258E-03	6,301E-03	6,871E-03	7,439E-03	7,005E-03	8,152E-03
			6,527E-03	6,512E-03	6,644E-03	7,082E-03	6,839E-03	7,584E-03	7,909E-03	8,269E-03	8,423E-03	9,490E-03
			7,679E-03	7,541E-03	7,583E-03	9,215E-03	8,796E-03	8,296E-03	9,685E-03	9,109E-03	1,005E-02	1,101E-02
DTLZ3	3	1000	2,299E-03	2,601E-03	2,578E-03	1,944E-03	2,122E-03	2,603E-03	2,542E-03	2,821E-03	2,514E-03	2,602E-03
			3,391E-03	3,082E-03	2,937E-03	2,999E-03	2,553E-03	3,016E-03	3,159E-03	3,346E-03	3,380E-03	3,120E-03
			5,218E-03	3,975E-03	3,844E-03	4,412E-03	3,481E-03	3,467E-03	4,739E-03	4,265E-03	4,403E-03	3,943E-03
	5	1000	4,925E-03	4,880E-03	4,514E-03	4,528E-03	4,059E-03	4,822E-03	4,909E-03	5,297E-03	5,382E-03	4,104E-03
			6,022E-03	5,828E-03	5,456E-03	5,607E-03	4,694E-03	5,830E-03	5,643E-03	6,132E-03	6,254E-03	4,626E-03
			9,468E-03	7,455E-03	7,544E-03	7,225E-03	5,521E-03	7,257E-03	6,333E-03	7,304E-03	8,004E-03	5,174E-03
	8	1000	1,451E-02	1,317E-02	1,555E-02	1,646E-02	1,180E-02	1,863E-02	1,750E-02	2,156E-02	2,763E-02	1,478E-02
			2,379E-02	2,293E-02	2,351E-02	2,532E-02	1,386E-02	2,772E-02	2,668E-02	4,226E-02	5,342E-02	1,866E-02
			4,465E-02	3,810E-02	3,414E-02	4,766E-02	1,610E-02	5,098E-02	5,394E-02	1,683E-01	9,621E-02	2,291E-02
	10	1500	7,139E-03	7,073E-03	9,083E-03	9,167E-03	7,947E-03	1,031E-02	9,485E-03	1,054E-02	1,265E-02	9,099E-03
			8,840E-03	9,228E-03	1,034E-02	1,125E-02	8,887E-03	1,263E-02	1,202E-02	1,445E-02	1,493E-02	1,043E-02
			1,114E-02	1,097E-02	1,288E-02	1,523E-02	1,096E-02	1,556E-02	1,483E-02	1,900E-02	1,741E-02	1,233E-02
	15	2000	6,240E-03	5,738E-03	5,686E-03	6,333E-03	4,723E-03	6,838E-03	7,094E-03	8,120E-03	9,045E-03	7,049E-03
			7,677E-03	7,338E-03	6,969E-03	7,341E-03	5,892E-03	8,577E-03	8,889E-03	1,043E-02	1,176E-02	8,879E-03
			9,357E-03	1,170E-02	8,416E-03	1,133E-02	6,877E-03	1,100E-02	1,377E-02	1,502E-02	1,625E-02	1,269E-02
DTLZ4	3	600	2,348E-03	3,063E-03	3,310E-03	3,328E-03	3,290E-03	3,372E-03	3,567E-03	3,538E-03	3,351E-03	3,502E-03
			3,272E-03	3,591E-03	3,631E-03	3,816E-03	3,862E-03	3,778E-03	4,063E-03	4,118E-03	4,167E-03	4,327E-03
			4,030E-03	4,068E-03	4,071E-03	4,419E-03	4,552E-03	4,326E-03	4,750E-03	4,667E-03	5,395E-03	4,981E-03
	5	1000	5,580E-03	5,953E-03	5,176E-03	6,394E-03	5,981E-03	6,422E-03	6,219E-03	6,136E-03	6,576E-03	5,895E-03
			6,193E-03	6,663E-03	6,903E-03	7,166E-03	6,968E-03	7,305E-03	7,256E-03	7,493E-03	7,546E-03	6,599E-03
			6,821E-03	7,627E-03	7,855E-03	8,038E-03	7,991E-03	8,390E-03	8,128E-03	8,909E-03	8,560E-03	7,401E-03
	8	1250	1,144E-02	1,502E-02	1,710E-02	1,627E-02	1,811E-02	1,796E-02	1,702E-02	1,790E-02	1,672E-02	1,373E-02
			1,368E-02	1,683E-02	1,853E-02	1,929E-02	2,053E-02	2,021E-02	2,042E-02	2,072E-02	1,950E-02	1,591E-02
			1,590E-02	1,946E-02	1,991E-02	2,218E-02	2,393E-02	2,243E-02	2,239E-02	2,301E-02	2,089E-02	1,824E-02
	10	2000	9,998E-03	1,187E-02	1,187E-02	1,273E-02	1,382E-02	1,515E-02	1,566E-02	1,449E-02	1,532E-02	1,123E-02
			1,049E-02	1,262E-02	1,390E-02	1,532E-02	1,614E-02	1,660E-02	1,678E-02	1,705E-02	1,695E-02	1,323E-02
			1,118E-02	1,362E-02	1,568E-02	1,683E-02	1,805E-02	1,846E-02	1,924E-02	2,027E-02	1,852E-02	1,522E-02
	15	3000	6,144E-03	6,370E-03	7,947E-03	7,404E-03	8,600E-03	8,655E-03	9,081E-03	9,424E-03	8,716E-03	7,675E-03
			7,808E-03	8,603E-03	9,446E-03	9,875E-03	1,002E-02	1,090E-02	1,095E-02	1,082E-02	1,082E-02	9,340E-03
			9,217E-03	1,037E-02	1,155E-02	1,234E-02	1,142E-02	1,348E-02	1,272E-02	1,253E-02	1,302E-02	1,110E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 8 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/2** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	1,121E-03	9,033E-04	9,772E-04	8,826E-04	7,504E-04	1,262E-03	1,175E-03	1,244E-03	1,397E-03	1,251E-03
			1,695E-03	1,199E-03	1,295E-03	1,292E-03	9,863E-04	1,629E-03	1,520E-03	2,530E-03	1,984E-03	1,588E-03
			4,817E-03	2,455E-03	2,203E-03	1,666E-03	1,259E-03	2,589E-03	2,063E-03	1,214E-02	4,330E-03	2,016E-03
	5	600	1,265E-03	1,129E-03	9,705E-04	9,811E-04	6,421E-04	1,198E-03	1,306E-03	1,349E-03	1,461E-03	9,214E-04
			1,570E-03	1,361E-03	1,431E-03	1,209E-03	8,054E-04	1,455E-03	1,611E-03	1,623E-03	1,751E-03	1,078E-03
			1,974E-03	1,662E-03	1,915E-03	1,430E-03	1,018E-03	1,775E-03	1,811E-03	2,058E-03	2,290E-03	1,228E-03
	8	750	3,770E-03	4,234E-03	3,556E-03	3,879E-03	2,917E-03	4,175E-03	4,347E-03	4,542E-03	4,280E-03	4,055E-03
			5,097E-03	5,112E-03	4,663E-03	4,850E-03	3,629E-03	5,205E-03	4,871E-03	5,571E-03	5,382E-03	4,483E-03
			7,539E-03	9,571E-03	5,789E-03	6,802E-03	4,229E-03	7,699E-03	5,525E-03	8,746E-03	7,494E-03	5,020E-03
	10	1000	3,408E-03	3,342E-03	3,259E-03	3,264E-03	2,780E-03	3,426E-03	3,605E-03	3,400E-03	3,538E-03	3,212E-03
			3,992E-03	3,913E-03	3,860E-03	3,833E-03	3,131E-03	3,836E-03	3,894E-03	4,047E-03	4,159E-03	3,591E-03
			5,125E-03	5,870E-03	6,083E-03	5,616E-03	3,464E-03	4,201E-03	4,615E-03	4,992E-03	4,941E-03	3,864E-03
	15	1500	1,529E-03	2,097E-03	1,939E-03	1,991E-03	1,828E-03	2,211E-03	2,073E-03	2,107E-03	2,225E-03	2,110E-03
			2,670E-03	4,955E-03	6,577E-03	4,403E-03	2,091E-03	2,530E-03	2,540E-03	2,836E-03	2,786E-03	2,467E-03
			6,247E-03	4,473E-02	3,981E-02	3,829E-02	2,425E-03	3,065E-03	3,430E-03	4,179E-03	3,375E-03	2,897E-03
DTLZ2	3	250	3,559E-03	3,677E-03	3,589E-03	3,801E-03	4,133E-03	4,101E-03	4,665E-03	5,199E-03	5,571E-03	6,664E-03
			4,072E-03	4,116E-03	4,127E-03	4,359E-03	4,736E-03	4,953E-03	5,587E-03	6,082E-03	6,873E-03	7,909E-03
			4,743E-03	4,628E-03	4,948E-03	5,023E-03	5,392E-03	5,590E-03	6,434E-03	7,338E-03	8,016E-03	1,022E-02
	5	350	5,831E-03	4,972E-03	5,813E-03	5,491E-03	5,994E-03	6,703E-03	6,887E-03	7,572E-03	8,573E-03	9,557E-03
			6,512E-03	6,170E-03	6,425E-03	6,355E-03	6,767E-03	7,075E-03	7,467E-03	8,324E-03	9,661E-03	1,053E-02
			7,367E-03	7,232E-03	7,411E-03	7,293E-03	7,472E-03	8,136E-03	8,038E-03	9,425E-03	1,083E-02	1,231E-02
	8	500	8,859E-03	9,241E-03	9,672E-03	1,029E-02	1,011E-02	1,261E-02	1,330E-02	1,476E-02	1,643E-02	1,818E-02
			1,022E-02	1,047E-02	1,090E-02	1,171E-02	1,246E-02	1,429E-02	1,532E-02	1,714E-02	1,931E-02	2,113E-02
			1,133E-02	1,173E-02	1,253E-02	1,368E-02	1,462E-02	1,581E-02	1,804E-02	1,930E-02	2,199E-02	2,390E-02
	10	750	7,527E-03	7,651E-03	8,833E-03	9,112E-03	9,811E-03	1,069E-02	1,026E-02	1,171E-02	1,363E-02	1,426E-02
			8,232E-03	8,565E-03	9,988E-03	1,011E-02	1,045E-02	1,162E-02	1,247E-02	1,321E-02	1,511E-02	1,617E-02
			9,351E-03	1,013E-02	1,137E-02	1,082E-02	1,129E-02	1,278E-02	1,371E-02	1,434E-02	1,710E-02	1,786E-02
	15	1000	5,412E-03	5,854E-03	5,830E-03	6,861E-03	6,349E-03	7,566E-03	7,526E-03	8,673E-03	8,923E-03	1,012E-02
			6,389E-03	6,733E-03	7,245E-03	7,723E-03	7,659E-03	8,642E-03	9,087E-03	1,003E-02	1,068E-02	1,179E-02
			8,002E-03	8,221E-03	8,500E-03	8,836E-03	9,257E-03	1,038E-02	1,058E-02	1,121E-02	1,268E-02	1,329E-02
DTLZ3	3	1000	2,566E-03	2,163E-03	2,241E-03	2,837E-03	2,203E-03	2,642E-03	2,792E-03	3,728E-03	4,193E-03	3,361E-03
			3,325E-03	3,186E-03	3,120E-03	3,293E-03	2,791E-03	3,632E-03	3,760E-03	4,570E-03	5,462E-03	4,091E-03
			4,127E-03	3,999E-03	4,154E-03	4,166E-03	3,148E-03	4,606E-03	4,461E-03	5,674E-03	9,684E-03	4,978E-03
	5	1000	5,349E-03	5,509E-03	5,757E-03	5,670E-03	4,775E-03	6,753E-03	6,326E-03	8,159E-03	8,458E-03	6,100E-03
			6,798E-03	6,600E-03	7,096E-03	6,572E-03	5,555E-03	7,570E-03	7,696E-03	1,022E-02	1,218E-02	7,592E-03
			8,164E-03	7,940E-03	1,326E-02	7,703E-03	6,987E-03	9,183E-03	1,028E-02	1,460E-02	1,664E-02	9,254E-03
	8	1000	1,946E-02	2,114E-02	2,161E-02	2,491E-02	1,626E-02	4,594E-02	3,351E-02	6,772E-02	8,050E-02	3,320E-02
			3,511E-02	4,991E-02	9,257E-02	4,521E-02	2,192E-02	1,509E-01	1,065E-01	4,319E-01	7,576E-01	5,499E-02
			6,374E-02	3,534E-01	9,989E-01	8,883E-02	2,667E-02	7,795E-01	2,599E-01	1,895E+00	2,921E+00	8,036E-02
	10	1500	1,033E-02	1,038E-02	1,090E-02	1,204E-02	1,036E-02	1,547E-02	1,752E-02	2,572E-02	2,524E-02	2,003E-02
			1,207E-02	1,179E-02	1,415E-02	1,510E-02	1,165E-02	2,144E-02	2,414E-02	4,355E-02	6,297E-02	2,290E-02
			1,565E-02	1,528E-02	1,768E-02	2,035E-02	1,416E-02	3,581E-02	4,421E-02	9,902E-02	1,639E-01	2,668E-02
	15	2000	6,805E-03	6,308E-03	7,639E-03	7,769E-03	6,353E-03	1,208E-02	1,161E-02	2,181E-02	2,759E-02	1,040E-02
			3,952E-02	8,676E-03	1,026E-02	1,184E-02	7,389E-03	2,042E-02	1,973E-02	5,664E-02	2,190E-01	1,273E-02
			6,282E-01	1,445E-02	1,512E-02	2,033E-02	8,545E-03	4,990E-02	3,738E-02	2,040E-01	1,252E+00	1,496E-02
DTLZ4	3	600	3,080E-03	3,462E-03	3,775E-03	3,731E-03	3,879E-03	4,316E-03	4,160E-03	4,571E-03	4,450E-03	4,468E-03
			3,810E-03	4,245E-03	4,353E-03	4,505E-03	4,534E-03	4,905E-03	4,858E-03	5,217E-03	5,422E-03	5,271E-03
			4,411E-03	4,793E-03	4,975E-03	5,014E-03	5,339E-03	5,705E-03	5,677E-03	6,235E-03	6,379E-03	6,190E-03
	5	1000	6,999E-03	8,402E-03	8,443E-03	8,063E-03	8,985E-03	9,136E-03	8,836E-03	9,091E-03	9,537E-03	8,722E-03
			8,056E-03	9,260E-03	9,758E-03	1,013E-02	1,040E-02	1,036E-02	1,029E-02	1,038E-02	1,065E-02	9,296E-03
			9,143E-03	1,006E-02	1,111E-02	1,111E-02	1,154E-02	1,196E-02	1,239E-02	1,145E-02	1,259E-02	1,144E-02
	8	1250	1,624E-02	1,891E-02	2,285E-02	2,294E-02	2,464E-02	2,638E-02	2,523E-02	2,638E-02	2,454E-02	2,059E-02
			1,876E-02	2,262E-02	2,598E-02	2,719E-02	2,816E-02	2,879E-02	2,933E-02	2,997E-02	2,903E-02	2,396E-02
			2,042E-02	2,577E-02	2,922E-02	3,071E-02	3,087E-02	3,198E-02	3,379E-02	3,406E-02	3,224E-02	2,622E-02
	10	2000	1,377E-02	1,615E-02	1,719E-02	2,108E-02	2,144E-02	2,156E-02	2,219E-02	2,130E-02	2,142E-02	1,605E-02
			1,452E-02	1,830E-02	2,047E-02	2,249E-02	2,328E-02	2,384E-02	2,413E-02	2,378E-02	2,328E-02	1,851E-02
			1,556E-02	2,173E-02	2,273E-02	2,433E-02	2,643E-02	2,671E-02	2,618E-02	2,532E-02	2,465E-02	2,092E-02
	15	3000	1,556E-02	2,173E-02	2,273E-02	2,433E-02	2,643E-02	2,671E-02	2,618E-02	2,532E-02	2,465E-02	2,092E-02
			9,198E-03	1,010E-02	1,121E-02	1,200E-02	1,204E-02	1,264E-02	1,331E-02	1,335E-02	1,334E-02	1,182E-02
			1,037E-02	1,122E-02	1,265E-02	1,384E-02	1,410E-02	1,414E-02	1,492E-02	1,442E-02	1,514E-02	1,282E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best/1** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	4,527E-02	9,324E-03	3,318E-03	7,649E-04	7,388E-04	1,198E-03	1,080E-03	1,027E-03	1,321E-03	7,517E-04
			5,808E-01	6,894E-02	5,078E-02	5,299E-03	8,518E-04	2,488E-03	3,889E-03	2,175E-03	5,180E-03	1,102E-03
			1,249E+00	3,364E-01	3,140E-01	2,147E-02	1,062E-03	1,683E-02	2,215E-02	6,557E-03	2,450E-02	2,387E-03
	5	600	1,743E-01	2,143E-02	4,751E-03	2,013E-03	8,009E-04	1,265E-03	1,270E-03	1,168E-03	1,170E-03	4,847E-04
			5,480E-01	9,918E-02	4,795E-02	4,682E-03	1,002E-03	1,854E-03	2,111E-03	2,229E-03	2,747E-03	5,722E-04
			1,067E+00	2,565E-01	1,136E-01	1,987E-02	1,312E-03	3,402E-03	5,956E-03	6,252E-03	1,024E-02	7,537E-04
	8	750	2,509E-01	1,642E-01	1,559E-01	8,834E-02	6,972E-03	1,136E-02	5,352E-03	4,491E-03	6,155E-03	2,697E-03
			5,448E-01	2,283E-01	2,133E-01	1,739E-01	4,626E-02	8,293E-02	6,902E-02	7,463E-02	1,663E-01	3,340E-03
			1,859E+00	4,057E-01	4,218E-01	4,060E-01	7,985E-02	2,556E-01	4,472E-01	3,638E-01	6,307E-01	4,001E-03
	10	1000	1,840E-01	1,739E-01	1,637E-01	4,138E-02	8,886E-03	8,984E-03	5,244E-03	3,937E-02	3,999E-03	2,413E-03
			2,738E-01	2,107E-01	1,974E-01	1,569E-01	5,367E-02	3,806E-02	2,481E-02	1,381E-02	8,422E-03	2,663E-03
			5,327E-01	2,477E-01	2,248E-01	2,136E-01	1,146E-01	7,920E-02	8,587E-02	9,309E-02	2,503E-02	3,026E-03
	15	1500	3,029E-01	2,806E-01	2,810E-01	2,635E-01	3,360E-02	1,042E-01	8,163E-03	3,772E-03	4,244E-03	1,591E-03
			5,596E-01	3,208E-01	3,136E-01	3,240E-01	2,450E-01	2,333E-01	1,434E-01	1,403E-01	1,140E-01	2,005E-03
			1,694E+00	4,701E-01	3,499E-01	3,998E-01	3,441E-01	3,050E-01	2,801E-01	2,549E-01	4,294E-01	2,297E-03
DTLZ2	3	250	4,491E-03	3,826E-03	3,644E-03	3,671E-03	3,352E-03	3,802E-03	3,695E-03	3,772E-03	4,039E-03	4,463E-03
			5,548E-03	4,401E-03	4,226E-03	4,186E-03	4,135E-03	4,279E-03	4,212E-03	4,536E-03	4,945E-03	5,446E-03
			6,857E-03	5,664E-03	4,573E-03	5,389E-03	5,062E-03	4,743E-03	4,793E-03	5,540E-03	6,089E-03	6,294E-03
	5	350	8,578E-03	6,479E-03	6,316E-03	6,195E-03	6,290E-03	5,630E-03	5,832E-03	5,854E-03	6,304E-03	6,052E-03
			1,226E-02	7,118E-03	6,898E-03	6,892E-03	6,816E-03	6,359E-03	6,380E-03	6,532E-03	6,988E-03	6,849E-03
			1,715E-02	8,471E-03	7,856E-03	7,668E-03	7,343E-03	7,035E-03	6,918E-03	7,140E-03	8,028E-03	7,941E-03
	8	500	2,350E-01	2,021E-02	9,515E-03	9,659E-03	9,679E-03	9,662E-03	9,150E-03	9,502E-03	9,469E-03	1,057E-02
			2,713E-01	7,464E-02	1,224E-02	1,104E-02	1,084E-02	1,050E-02	1,020E-02	1,082E-02	1,192E-02	1,292E-02
			3,620E-01	2,041E-01	1,611E-02	1,249E-02	1,230E-02	1,172E-02	1,260E-02	1,215E-02	1,344E-02	1,536E-02
	10	750	1,200E-01	1,222E-02	8,479E-03	8,277E-03	7,606E-03	7,792E-03	7,450E-03	7,652E-03	8,493E-03	9,109E-03
			2,524E-01	4,518E-02	9,237E-03	9,111E-03	8,903E-03	8,603E-03	8,539E-03	8,822E-03	9,487E-03	1,032E-02
			3,370E-01	1,608E-01	1,026E-02	1,003E-02	9,654E-03	9,450E-03	9,946E-03	9,610E-03	1,046E-02	1,115E-02
	15	1000	2,809E-01	2,771E-02	7,627E-03	7,053E-03	4,503E-03	5,322E-03	5,805E-03	6,165E-03	6,746E-03	8,482E-03
			4,143E-01	1,762E-01	4,545E-02	2,576E-02	5,694E-03	6,650E-03	6,657E-03	7,189E-03	8,126E-03	9,724E-03
			4,584E-01	3,022E-01	1,194E-01	8,750E-02	7,161E-03	8,169E-03	7,532E-03	8,158E-03	9,411E-03	1,074E-02
DTLZ3	3	1000	4,084E+00	8,025E-02	1,177E-02	5,763E-03	2,450E-03	3,753E-03	3,396E-03	3,772E-03	5,709E-03	2,505E-03
			1,193E+01	1,850E+00	5,206E-01	3,564E-01	2,963E-03	3,627E-02	4,488E-02	1,100E-02	1,277E-01	3,050E-03
			3,364E+01	1,034E+01	2,259E+00	3,602E+00	3,741E-03	5,213E-01	6,970E-01	4,714E-02	1,016E+00	4,000E-03
	5	1000	4,764E+00	3,495E-01	1,890E-01	9,767E-03	5,282E-03	8,341E-03	7,678E-03	1,209E-02	1,323E-02	3,940E-03
			1,433E+01	2,468E+00	2,314E+00	5,006E-01	6,221E-03	2,337E-01	1,901E-02	1,825E-01	1,633E+00	4,665E-03
			2,301E+01	5,110E+00	7,440E+00	5,347E+00	7,756E-03	3,270E+00	4,374E-02	1,144E+00	6,807E+00	5,439E-03
	8	1000	1,113E+01	4,248E+00	2,251E+00	8,269E-01	2,279E-02	1,465E+00	5,503E-02	5,429E-02	4,916E+00	1,496E-02
			1,887E+01	7,768E+00	6,735E+00	3,869E+00	2,050E-01	4,903E+00	3,554E+00	5,290E+00	1,917E+01	1,825E-02
			2,625E+01	1,375E+01	1,792E+01	9,059E+00	6,491E-01	8,792E+00	8,757E+00	1,096E+01	3,528E+01	2,209E-02
	10	1500	6,084E+00	1,989E+00	1,522E+00	2,506E-01	1,310E-02	1,422E-02	2,298E-02	2,314E-02	1,522E+00	9,153E-03
			1,197E+01	5,482E+00	3,300E+00	1,992E+00	3,955E-01	2,909E+00	1,501E+00	2,392E+00	6,799E+00	1,060E-02
			1,662E+01	8,426E+00	5,654E+00	7,602E+00	6,566E-01	5,668E+00	5,883E+00	5,504E+00	3,081E+01	1,336E-02
	15	2000	1,253E+01	5,683E+00	2,867E+00	2,283E+00	7,985E-01	1,280E+00	3,025E-01	2,256E+00	9,756E-01	7,077E-03
			1,986E+01	9,163E+00	7,772E+00	4,710E+00	1,105E+00	3,776E+00	2,830E+00	4,780E+00	2,672E+01	8,922E-03
			3,133E+01	1,457E+01	1,605E+01	9,371E+00	2,212E+00	6,355E+00	6,843E+00	6,556E+00	4,709E+01	1,257E-02
DTLZ4	3	600	2,440E-03	2,809E-03	3,160E-03	3,049E-03	3,447E-03	3,338E-03	3,462E-03	3,573E-03	3,589E-03	3,553E-03
			3,357E-01	2,092E-01	1,357E-01	5,632E-02	3,784E-03	3,876E-03	3,991E-03	4,306E-03	4,308E-03	4,263E-03
			9,503E-01	9,503E-01	5,308E-01	5,308E-01	4,545E-03	4,529E-03	4,541E-03	5,118E-03	5,351E-03	4,901E-03
	5	1000	9,224E-03	6,014E-03	6,256E-03	6,176E-03	6,199E-03	6,407E-03	7,006E-03	7,393E-03	7,271E-03	5,384E-03
			2,284E-01	8,576E-03	7,003E-03	7,031E-03	7,099E-03	7,587E-03	7,783E-03	8,263E-03	8,111E-03	6,315E-03
			4,216E-01	1,803E-02	7,927E-03	7,790E-03	7,980E-03	8,863E-03	8,632E-03	9,205E-03	9,226E-03	7,077E-03
	8	1250	4,920E-02	2,546E-02	1,838E-02	1,644E-02	2,026E-02	2,060E-02	1,885E-02	1,937E-02	1,837E-02	1,384E-02
			2,142E-01	5,796E-02	2,413E-02	2,156E-02	2,245E-02	2,343E-02	2,266E-02	2,327E-02	2,083E-02	1,669E-02
			3,692E-01	1,879E-01	3,270E-02	2,607E-02	2,634E-02	2,701E-02	2,545E-02	2,789E-02	2,287E-02	2,039E-02
	10	2000	3,760E-02	2,535E-02	1,645E-02	1,658E-02	1,836E-02	1,813E-02	1,820E-02	1,671E-02	1,510E-02	1,200E-02
			7,813E-02	3,181E-02	1,931E-02	1,817E-02	1,990E-02	2,043E-02	1,983E-02	1,924E-02	1,685E-02	1,335E-02
			1,636E-01	3,967E-02	2,281E-02	2,145E-02	2,166E-02	2,247E-02	2,151E-02	2,230E-02	1,823E-02	1,491E-02
	15	3000	2,350E-01	1,791E-01	1,931E-02	1,384E-02	1,268E-02	1,238E-02	1,198E-02	9,961E-03	8,863E-03	7,462E-03
			3,140E-01	2,325E-01	5,091E-02	1,686E-02	1,390E-02	1,375E-02	1,268E-02	1,147E-02	1,026E-02	8,990E-03
			3,951E-01	2,864E-01	1,494E-01	4,671E-02	1,563E-02	1,546E-02	1,414E-02	1,262E-02	1,215E-02	1,112E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 10 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best/2** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	2,955E-02	4,300E-03	1,942E-03	1,182E-03	7,305E-04	1,272E-03	1,175E-03	1,371E-03	2,732E-03	1,153E-03
			3,767E-01	5,683E-02	1,443E-02	2,699E-03	9,633E-04	2,290E-03	4,565E-03	5,593E-03	7,091E-02	1,493E-03
			1,022E+00	3,986E-01	4,591E-02	7,535E-03	1,176E-03	4,106E-03	2,139E-02	1,738E-02	7,872E-01	1,838E-03
	5	600	1,109E-01	3,650E-03	2,373E-03	1,503E-03	7,911E-04	1,346E-03	1,280E-03	1,293E-03	1,657E-03	8,001E-04
			4,320E-01	2,158E-02	2,096E-02	2,793E-03	1,020E-03	2,130E-03	2,060E-03	2,024E-03	6,948E-03	1,053E-03
			8,953E-01	1,049E-01	2,304E-01	4,794E-03	1,288E-03	3,920E-03	4,200E-03	5,496E-03	3,182E-02	1,252E-03
	8	750	2,143E-01	1,147E-01	9,300E-02	1,158E-02	4,108E-03	5,431E-03	3,453E-03	4,992E-03	8,720E-03	3,940E-03
			3,872E-01	1,877E-01	1,894E-01	7,658E-02	1,736E-02	1,203E-01	4,023E-02	6,875E-02	1,161E-01	4,505E-03
			7,741E-01	3,557E-01	3,031E-01	1,901E-01	5,832E-02	5,313E-01	4,659E-01	5,702E-01	7,497E-01	5,190E-03
	10	1000	1,941E-01	8,364E-02	5,325E-02	1,665E-02	4,555E-03	5,346E-03	3,737E-03	3,907E-03	4,227E-03	3,307E-03
			2,762E-01	1,731E-01	1,467E-01	5,564E-02	1,939E-02	1,879E-02	6,916E-03	1,539E-02	1,387E-02	3,678E-03
			4,314E-01	2,094E-01	1,817E-01	9,038E-02	5,524E-02	1,409E-01	2,789E-02	1,424E-01	8,810E-02	4,310E-03
	15	1500	2,922E-01	2,670E-01	2,683E-01	1,605E-01	6,487E-03	6,341E-03	3,224E-03	4,122E-03	3,124E-03	2,049E-03
			3,862E-01	3,360E-01	3,317E-01	2,561E-01	4,847E-02	1,027E-01	4,073E-02	7,561E-02	1,693E-01	2,487E-03
			7,139E-01	7,811E-01	6,351E-01	3,003E-01	1,573E-01	2,161E-01	5,384E-01	4,913E-01	8,382E-01	2,983E-03
DTLZ2	3	250	4,239E-03	3,022E-03	3,677E-03	3,928E-03	3,984E-03	4,014E-03	4,605E-03	4,949E-03	5,677E-03	6,740E-03
			4,824E-03	4,429E-03	4,223E-03	4,408E-03	4,486E-03	4,663E-03	5,062E-03	5,854E-03	6,564E-03	7,764E-03
			5,735E-03	5,176E-03	4,770E-03	5,198E-03	5,243E-03	5,330E-03	5,755E-03	6,492E-03	7,461E-03	9,608E-03
	5	350	7,083E-03	6,296E-03	6,137E-03	6,099E-03	6,078E-03	6,040E-03	6,259E-03	7,294E-03	8,304E-03	9,875E-03
			8,952E-03	6,920E-03	7,122E-03	6,822E-03	6,790E-03	6,669E-03	7,244E-03	8,010E-03	9,092E-03	1,070E-02
			1,221E-02	7,489E-03	7,779E-03	7,959E-03	7,429E-03	7,447E-03	7,945E-03	8,757E-03	9,988E-03	1,201E-02
	8	500	1,040E-01	9,275E-03	9,484E-03	1,026E-02	9,957E-03	1,035E-02	1,218E-02	1,388E-02	1,691E-02	1,907E-02
			2,061E-01	1,316E-02	1,091E-02	1,149E-02	1,146E-02	1,174E-02	1,368E-02	1,564E-02	1,851E-02	2,169E-02
			2,959E-01	3,870E-02	1,199E-02	1,266E-02	1,352E-02	1,298E-02	1,666E-02	1,784E-02	2,069E-02	2,367E-02
	10	750	8,657E-02	7,988E-03	8,435E-03	8,751E-03	8,482E-03	9,450E-03	9,743E-03	1,006E-02	1,323E-02	1,345E-02
			1,725E-01	9,144E-03	9,161E-03	9,686E-03	9,436E-03	1,007E-02	1,069E-02	1,181E-02	1,419E-02	1,599E-02
			2,532E-01	1,149E-02	1,032E-02	1,071E-02	1,052E-02	1,097E-02	1,158E-02	1,374E-02	1,545E-02	1,706E-02
	15	1000	2,945E-01	7,685E-03	6,731E-03	6,327E-03	5,286E-03	6,254E-03	6,867E-03	8,195E-03	9,560E-03	1,063E-02
			3,709E-01	6,663E-02	1,519E-02	7,609E-03	7,483E-03	7,483E-03	8,475E-03	9,596E-03	1,099E-02	1,263E-02
			4,417E-01	1,089E-01	8,198E-02	8,938E-03	7,035E-03	8,483E-03	9,629E-03	1,050E-02	1,256E-02	2,858E-02
DTLZ3	3	1000	3,309E+00	5,320E-02	8,862E-03	4,333E-03	2,358E-03	4,111E-03	4,004E-03	5,454E-03	7,293E-03	3,495E-03
			8,919E+00	1,334E+00	3,499E-01	1,182E-01	2,980E-03	6,446E-02	8,259E-03	1,016E-01	3,361E-01	4,336E-03
			1,475E+01	5,698E+00	2,563E+00	2,088E+00	3,949E-03	1,001E+00	2,770E-02	1,286E+00	1,880E+00	7,021E-03
	5	1000	5,011E+00	1,317E-01	2,019E-02	1,108E-02	5,117E-03	1,123E-02	7,402E-03	8,115E-03	3,139E-02	6,360E-03
			1,374E+01	1,655E+00	2,264E+00	3,210E-01	6,192E-03	2,093E-01	1,323E-01	2,519E-01	2,017E+00	7,792E-03
			2,212E+01	5,657E+00	5,984E+00	2,052E+00	7,216E-03	1,149E+00	1,728E+00	1,367E+00	5,888E+00	1,016E-02
	8	1000	8,763E+00	3,490E+00	2,005E+00	2,645E-01	1,729E-02	1,624E+00	2,300E-01	2,239E+00	4,078E+00	3,473E-02
			1,812E+01	6,088E+00	7,407E+00	3,847E+00	2,315E-02	5,064E+00	4,044E+00	5,669E+00	3,149E+01	5,646E-02
			3,039E+01	1,265E+01	1,299E+01	6,873E+00	2,849E-02	8,767E+00	8,269E+00	1,216E+01	6,270E+01	7,764E-02
	10	1500	4,309E+00	6,349E-01	3,010E-01	3,958E-02	1,075E-02	2,548E-02	3,216E-02	2,137E-01	2,641E+00	1,926E-02
			1,098E+01	3,318E+00	2,856E+00	1,502E+00	1,218E-02	3,159E+00	9,888E-01	3,590E+00	1,035E+01	2,320E-02
			1,988E+01	7,663E+00	6,433E+00	4,427E+00	1,387E-02	5,417E+00	3,059E+00	6,716E+00	2,917E+01	2,771E-02
	15	2000	6,555E+00	5,370E+00	2,971E+00	1,984E+00	9,609E-03	2,414E+00	4,010E-02	3,077E+00	9,216E+00	1,185E-02
			1,722E+01	9,457E+00	7,028E+00	4,884E+00	2,129E-01	5,218E+00	3,496E+00	6,237E+00	2,507E+01	1,327E-02
			2,681E+01	1,952E+01	1,405E+01	7,734E+00	1,196E+00	8,142E+00	1,002E+01	1,054E+01	4,458E+01	1,803E-02
DTLZ4	3	600	2,891E-03	3,182E-03	3,540E-03	3,670E-03	3,505E-03	3,915E-03	3,870E-03	4,624E-03	4,194E-03	4,686E-03
			3,038E-01	1,767E-01	4,148E-03	4,526E-03	4,590E-03	4,707E-03	4,943E-03	5,303E-03	5,287E-03	5,373E-03
			9,503E-01	5,310E-01	4,780E-03	5,723E-03	5,582E-03	5,405E-03	5,939E-03	6,150E-03	6,026E-03	6,333E-03
	5	1000	9,779E-03	8,369E-03	8,259E-03	8,454E-03	8,880E-03	8,940E-03	9,737E-03	1,023E-02	9,279E-03	7,837E-03
			9,784E-02	9,666E-03	9,412E-03	1,012E-02	1,007E-02	1,055E-02	1,088E-02	1,112E-02	1,062E-02	9,511E-03
			4,212E-01	1,136E-02	1,117E-02	1,122E-02	1,186E-02	1,164E-02	1,250E-02	1,205E-02	1,185E-02	1,054E-02
	8	1250	5,127E-02	2,585E-02	2,508E-02	2,446E-02	2,443E-02	2,675E-02	2,650E-02	2,622E-02	2,339E-02	1,957E-02
			1,513E-01	3,339E-02	2,793E-02	2,920E-02	2,924E-02	2,997E-02	3,204E-02	3,115E-02	2,841E-02	2,278E-02
			2,523E-01	4,267E-02	3,198E-02	3,374E-02	3,311E-02	3,453E-02	3,537E-02	3,462E-02	3,169E-02	2,535E-02
	10	2000	3,487E-02	2,146E-02	2,090E-02	2,211E-02	2,230E-02	2,246E-02	2,354E-02	2,220E-02	2,102E-02	1,595E-02
			6,223E-02	2,616E-02	2,361E-02	2,471E-02	2,480E-02	2,431E-02	2,533E-02	2,446E-02	2,289E-02	1,807E-02
			1,176E-01	2,933E-02	2,662E-02	2,802E-02	2,640E-02	2,598E-02	2,665E-02	2,819E-02	2,590E-02	2,010E-02
	15	3000	1,631E-01	2,022E-02	1,381E-02	1,353E-02	1,252E-02	1,217E-02	1,277E-02	1,207E-02	1,211E-02	1,011E-02
			2,438E-01	5,999E-02	1,512E-02	1,459E-02	1,383E-02	1,380E-02	1,404E-02	1,359E-02	1,286E-02	1,167E-02
			3,118E-01	1,183E-01	1,682E-02	1,614E-02	1,555E-02	1,513E-02	1,593E-02	1,490E-02	1,409E-02	1,406E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 11 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **curr-to-rand/1** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	3,521E-02	6,744E-03	5,209E-03	1,408E-03	5,349E-04	8,491E-04	1,048E-03	1,365E-03	1,738E-03	6,126E-04
			8,082E-01	7,184E-02	3,881E-02	3,678E-03	7,077E-04	3,416E-03	3,000E-03	4,154E-03	2,056E-02	8,434E-04
			2,499E+00	6,614E-01	3,056E-01	1,789E-02	8,147E-04	1,978E-02	1,819E-02	3,879E-02	2,552E-01	1,189E-03
	5	600	1,543E-01	1,752E-02	5,824E-03	2,449E-03	5,063E-04	1,239E-03	1,222E-03	9,294E-04	1,093E-03	3,598E-04
			5,146E-01	1,045E-01	5,812E-02	3,910E-03	7,607E-04	2,346E-03	2,921E-03	1,739E-03	2,576E-03	4,566E-04
			1,301E+00	1,383E-01	1,502E-01	7,219E-03	1,380E-03	6,049E-03	1,820E-02	3,377E-03	8,996E-03	6,489E-04
	8	750	2,340E-01	1,553E-01	1,445E-01	9,213E-02	6,693E-03	2,573E-02	7,120E-03	5,084E-03	4,024E-03	2,802E-03
			4,833E-01	2,372E-01	2,430E-01	1,649E-01	4,159E-02	1,207E-01	5,677E-02	6,034E-02	9,763E-02	3,184E-03
			1,416E+00	5,128E-01	6,125E-01	3,272E-01	1,439E-01	3,588E-01	1,405E-01	2,677E-01	6,923E-01	3,825E-03
	10	1000	1,991E-01	1,731E-01	1,335E-01	1,228E-01	5,268E-03	1,092E-02	4,313E-03	3,949E-03	3,673E-03	2,396E-03
			3,040E-01	2,127E-01	1,842E-01	1,629E-01	3,659E-02	3,990E-02	2,131E-02	1,398E-02	8,506E-03	2,649E-03
			7,403E-01	2,543E-01	2,241E-01	2,074E-01	6,963E-02	6,370E-02	8,376E-02	5,725E-02	3,483E-02	2,862E-03
	15	1500	3,101E-01	2,960E-01	2,668E-01	2,664E-01	1,735E-01	8,907E-02	1,979E-02	1,209E-02	3,929E-03	1,710E-03
			5,167E-01	3,383E-01	3,185E-01	3,163E-01	2,644E-01	2,085E-01	1,265E-01	1,029E-01	9,971E-02	2,057E-03
			1,439E+00	6,011E-01	5,380E-01	3,748E-01	3,237E-01	3,383E-01	2,412E-01	2,443E-01	2,926E-01	2,448E-03
DTLZ2	3	250	3,910E-03	3,535E-03	3,443E-03	3,566E-03	3,488E-03	3,619E-03	3,510E-03	3,521E-03	4,456E-03	4,128E-03
			5,311E-03	4,291E-03	4,167E-03	4,194E-03	4,224E-03	4,195E-03	4,093E-03	4,555E-03	4,955E-03	5,128E-03
			6,697E-03	4,946E-03	4,901E-03	5,699E-03	4,822E-03	4,747E-03	5,040E-03	5,952E-03	5,948E-03	6,190E-03
	5	350	7,766E-03	6,146E-03	6,322E-03	5,906E-03	6,115E-03	5,211E-03	5,192E-03	5,598E-03	5,968E-03	5,612E-03
			1,165E-02	7,235E-03	7,062E-03	6,789E-03	6,730E-03	5,887E-03	6,291E-03	6,242E-03	6,715E-03	6,590E-03
			1,714E-02	8,424E-03	7,964E-03	7,581E-03	7,425E-03	6,661E-03	6,851E-03	6,822E-03	7,744E-03	7,485E-03
	8	500	1,825E-01	1,531E-02	9,514E-03	9,250E-03	9,202E-03	8,811E-03	8,988E-03	9,303E-03	9,782E-03	1,058E-02
			2,763E-01	6,574E-02	1,156E-02	1,088E-02	1,048E-02	1,033E-02	1,016E-02	1,050E-02	1,143E-02	1,179E-02
			3,570E-01	1,905E-01	1,433E-02	1,230E-02	1,163E-02	1,153E-02	1,147E-02	1,284E-02	1,321E-02	1,358E-02
	10	750	2,237E-01	1,490E-02	8,459E-03	8,289E-03	7,534E-03	7,190E-03	7,475E-03	7,181E-03	8,019E-03	8,053E-03
			2,810E-01	4,467E-02	9,684E-03	9,051E-03	8,409E-03	8,116E-03	8,224E-03	8,420E-03	8,769E-03	9,136E-03
			3,871E-01	1,636E-01	1,586E-02	9,578E-03	9,447E-03	8,925E-03	9,380E-03	9,314E-03	1,013E-02	1,077E-02
	15	1000	3,239E-01	8,186E-02	7,747E-03	6,638E-03	4,734E-03	5,440E-03	5,815E-03	6,079E-03	6,154E-03	8,516E-03
			4,025E-01	1,604E-01	6,112E-02	2,283E-02	5,360E-03	6,589E-03	6,567E-03	7,250E-03	7,634E-03	9,908E-03
			4,419E-01	2,365E-01	1,158E-01	9,399E-02	6,314E-03	8,060E-03	7,693E-03	8,590E-03	9,176E-03	1,164E-02
DTLZ3	3	1000	3,984E+00	3,683E-02	1,528E-02	4,095E-03	2,643E-03	4,430E-03	3,421E-03	4,063E-03	3,605E-03	2,544E-03
			1,050E+01	1,550E+00	8,070E-01	7,390E-02	3,194E-03	1,530E-02	1,317E-02	6,489E-02	3,418E-01	3,369E-03
			1,893E+01	6,141E+00	3,470E+00	1,015E+00	4,811E-03	8,223E-02	1,332E-01	1,000E+00	2,046E+00	4,452E-03
	5	1000	7,113E+00	3,525E-01	3,633E-02	1,544E-02	5,293E-03	8,508E-03	7,572E-03	8,454E-03	1,709E-02	3,314E-03
			1,430E+01	2,787E+00	2,669E+00	6,409E-01	5,906E-03	3,736E-01	9,708E-02	5,559E-01	1,982E+00	4,463E-03
			2,017E+01	4,701E+00	9,856E+00	5,858E+00	6,997E-03	3,369E+00	5,004E-01	3,130E+00	6,554E+00	4,927E-03
	8	1000	8,994E+00	3,039E+00	4,054E+00	6,918E-01	2,312E-02	6,357E-02	4,900E-02	4,219E+00	9,468E+00	1,316E-02
			1,813E+01	7,551E+00	7,596E+00	3,824E+00	9,688E-02	4,163E+00	5,803E+00	5,919E+00	3,330E+01	1,615E-02
			2,747E+01	1,517E+01	1,529E+01	7,314E+00	5,291E-01	8,350E+00	1,361E+01	1,022E+01	5,655E+01	2,061E-02
	10	1500	4,546E+00	2,136E+00	1,365E+00	3,110E-01	1,328E-02	3,026E-02	1,637E-02	8,101E-02	3,726E+00	8,168E-03
			1,109E+01	5,331E+00	4,066E+00	1,949E+00	3,063E-01	1,386E+00	9,886E-01	2,952E+00	1,021E+01	9,040E-03
			1,952E+01	8,491E+00	8,150E+00	5,385E+00	6,288E-01	4,355E+00	4,371E+00	7,250E+00	2,182E+01	1,011E-02
	15	2000	1,228E+01	5,576E+00	1,732E+00	2,308E+00	7,817E-01	1,494E+00	4,261E-01	1,213E+00	7,916E+00	6,256E-03
			2,005E+01	8,987E+00	7,776E+00	5,263E+00	1,059E+00	4,862E+00	2,793E+00	4,705E+00	4,088E+01	9,497E-03
			3,315E+01	1,372E+01	1,747E+01	9,166E+00	1,854E+00	7,084E+00	9,503E+00	7,508E+00	7,053E+01	3,503E-02
DTLZ4	3	600	2,045E-03	3,081E-03	2,964E-03	3,150E-03	3,084E-03	2,873E-03	3,500E-03	3,442E-03	3,499E-03	3,476E-03
			2,874E-01	2,337E-01	2,356E-01	1,882E-01	7,738E-02	3,015E-02	3,952E-03	3,981E-03	4,284E-03	4,115E-03
			9,503E-01	9,503E-01	9,503E-01	5,308E-01	9,503E-01	5,308E-01	4,360E-03	4,628E-03	4,675E-03	4,757E-03
	5	1000	5,604E-03	5,521E-03	5,896E-03	5,674E-03	5,905E-03	6,002E-03	6,605E-03	6,717E-03	6,582E-03	5,165E-03
			2,012E-01	1,167E-02	6,693E-03	6,905E-03	6,824E-03	6,741E-03	7,236E-03	7,633E-03	7,587E-03	5,928E-03
			4,219E-01	9,551E-02	7,540E-03	1,243E-02	7,913E-03	8,233E-03	8,002E-03	9,178E-03	8,254E-03	7,261E-03
	8	1250	8,012E-02	3,345E-02	1,888E-02	1,666E-02	1,806E-02	1,984E-02	1,891E-02	1,800E-02	1,646E-02	1,410E-02
			2,033E-01	5,375E-02	2,447E-02	2,048E-02	2,103E-02	2,262E-02	2,279E-02	2,266E-02	1,942E-02	1,605E-02
			4,016E-01	8,397E-02	3,542E-02	2,279E-02	2,411E-02	2,656E-02	2,589E-02	2,598E-02	2,203E-02	1,835E-02
	10	2000	5,214E-02	2,322E-02	1,556E-02	1,551E-02	1,708E-02	1,692E-02	1,719E-02	1,662E-02	1,356E-02	1,127E-02
			1,002E-01	3,061E-02	1,919E-02	1,793E-02	1,895E-02	1,904E-02	1,893E-02	1,836E-02	1,538E-02	1,273E-02
			2,152E-01	5,170E-02	2,383E-02	1,983E-02	2,069E-02	2,037E-02	2,145E-02	2,000E-02	1,685E-02	1,489E-02
	15	3000	2,030E-01	1,105E-01	1,924E-02	1,298E-02	1,199E-02	1,199E-02	1,094E-02	9,934E-03	7,186E-03	8,124E-03
			2,814E-01	2,244E-01	4,729E-02	1,496E-02	1,407E-02	1,336E-02	1,247E-02	1,111E-02	9,188E-03	9,410E-03
			3,648E-01	3,066E-01	9,278E-02	1,704E-02	1,575E-02	1,493E-02	1,376E-02	1,267E-02	1,106E-02	1,255E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **curr-to-rand/2** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	3,513E-02	2,520E-03	1,505E-03	8,181E-04	7,570E-04	8,703E-04	1,226E-03	1,201E-03	1,817E-03	1,083E-03
			4,349E-01	2,760E-02	2,070E-02	2,022E-02	8,702E-04	2,558E-03	1,811E-02	1,368E-02	3,713E-02	1,360E-03
			1,328E+00	1,736E-01	3,124E-01	3,377E-01	1,134E-03	6,543E-03	3,015E-01	2,108E-01	3,048E-01	1,660E-03
	5	600	1,399E-01	4,682E-03	2,367E-03	1,701E-03	7,348E-04	1,197E-03	1,272E-03	1,401E-03	1,866E-03	7,850E-04
			4,417E-01	2,189E-02	8,422E-03	2,369E-03	8,773E-04	1,957E-03	1,871E-03	2,722E-03	3,794E-03	9,181E-04
			8,119E-01	1,324E-01	5,997E-02	3,918E-03	1,153E-03	3,092E-03	3,143E-03	9,182E-03	9,353E-03	1,376E-03
	8	750	2,189E-01	1,214E-01	9,179E-02	1,089E-02	5,249E-03	4,916E-03	4,429E-03	5,407E-03	4,178E-03	3,416E-03
			4,159E-01	1,781E-01	1,959E-01	1,013E-01	1,951E-02	1,076E-01	1,546E-02	6,054E-02	1,000E-01	4,157E-03
			7,792E-01	2,156E-01	3,519E-01	3,004E-01	7,257E-02	6,940E-01	1,063E-01	3,534E-01	3,437E-01	4,848E-03
	10	1000	1,938E-01	7,625E-02	6,743E-02	1,189E-02	3,593E-03	4,538E-03	3,084E-03	3,918E-03	4,345E-03	3,219E-03
			2,600E-01	1,701E-01	1,274E-01	6,136E-02	1,806E-02	1,575E-02	4,527E-03	5,667E-03	1,160E-02	3,473E-03
			4,990E-01	2,016E-01	1,922E-01	1,344E-01	5,650E-02	5,733E-02	1,004E-02	9,466E-03	9,321E-02	3,863E-03
	15	1500	3,026E-01	2,788E-01	2,606E-01	1,808E-01	4,904E-01	5,740E-03	2,648E-03	3,918E-03	4,075E-03	2,093E-03
			4,098E-01	3,131E-01	3,005E-01	2,490E-01	5,054E-02	1,011E-01	3,592E-02	7,272E-02	1,177E-01	2,463E-03
			6,817E-01	3,849E-01	3,601E-01	3,230E-01	1,689E-01	3,402E-01	1,442E-01	4,571E-01	5,196E-01	2,763E-03
DTLZ2	3	250	3,893E-03	3,682E-03	3,190E-03	3,670E-03	3,738E-03	4,050E-03	4,112E-03	4,642E-03	5,184E-03	6,581E-03
			5,017E-03	4,261E-03	4,224E-03	4,322E-03	4,372E-03	4,594E-03	4,889E-03	5,502E-03	6,234E-03	7,340E-03
			6,381E-03	5,347E-03	4,853E-03	4,863E-03	4,993E-03	5,147E-03	5,729E-03	6,435E-03	7,040E-03	8,422E-03
	5	350	7,119E-03	6,433E-03	6,571E-03	6,378E-03	5,917E-03	6,015E-03	6,200E-03	7,116E-03	7,927E-03	8,531E-03
			8,441E-03	6,945E-03	7,069E-03	7,033E-03	6,696E-03	6,651E-03	6,926E-03	7,781E-03	9,083E-03	9,909E-03
			1,214E-02	7,715E-03	7,922E-03	7,451E-03	7,427E-03	7,268E-03	7,719E-03	9,128E-03	1,051E-02	1,115E-02
	8	500	9,312E-02	9,675E-03	9,594E-03	9,705E-03	9,779E-03	1,035E-02	1,064E-02	1,163E-02	1,556E-02	1,795E-02
			1,992E-01	2,017E-02	1,054E-02	1,107E-02	1,107E-02	1,163E-02	1,259E-02	1,417E-02	1,766E-02	1,997E-02
			2,911E-01	1,647E-01	1,225E-02	1,241E-02	1,248E-02	1,306E-02	1,540E-02	1,608E-02	1,901E-02	2,293E-02
	10	750	7,520E-02	7,669E-03	8,421E-03	8,717E-03	8,772E-03	8,281E-03	9,127E-03	1,011E-02	1,187E-02	1,302E-02
			1,785E-01	8,790E-03	9,064E-03	9,373E-03	9,347E-03	9,495E-03	1,023E-02	1,117E-02	1,322E-02	1,433E-02
			2,642E-01	1,050E-02	9,601E-03	9,951E-03	1,017E-02	1,041E-02	1,133E-02	1,244E-02	1,449E-02	1,605E-02
	15	1000	2,726E-01	7,531E-03	7,147E-03	6,034E-03	5,172E-03	6,318E-03	7,255E-03	8,039E-03	9,083E-03	1,002E-02
			3,559E-01	7,591E-02	1,343E-02	7,298E-03	2,952E-03	7,462E-03	8,142E-03	9,270E-03	1,047E-02	1,140E-02
			4,272E-01	1,250E-01	9,860E-02	8,952E-03	7,090E-03	8,866E-03	8,957E-03	1,022E-02	1,172E-02	1,306E-02
DTLZ3	3	1000	3,734E+00	2,719E-02	5,552E-03	3,605E-03	2,408E-03	4,170E-03	4,487E-03	5,056E-03	6,572E-03	3,531E-03
			8,762E+00	6,759E-01	2,207E-01	1,288E-02	2,952E-03	1,022E-02	6,996E-03	1,415E-02	4,397E-01	4,291E-03
			2,047E+01	3,657E+00	1,758E+00	6,937E-02	3,478E-03	2,341E-02	1,496E-02	6,354E-02	2,500E+00	6,932E-03
	5	1000	6,758E+00	1,182E-01	2,708E-02	1,172E-02	5,168E-03	1,137E-02	9,165E-03	1,762E-02	6,090E-02	6,075E-03
			1,282E+01	1,849E+00	2,115E+00	5,023E-01	5,883E-03	2,327E-01	8,171E-02	4,175E-01	1,326E+00	7,192E-03
			2,213E+01	3,901E+00	6,530E+00	4,191E+00	6,591E-03	1,560E+00	1,169E+00	2,125E+00	5,438E+00	8,823E-03
	8	1000	7,790E+00	2,318E+00	1,434E+00	1,341E+00	1,916E-02	1,219E+00	3,634E-01	2,614E+00	1,118E+01	3,445E-02
			1,849E+01	5,370E+00	6,810E+00	3,758E+00	2,302E-02	4,799E+00	5,071E+00	6,500E+00	2,980E+01	4,406E-02
			2,652E+01	1,200E+01	1,137E+01	7,897E+00	2,833E-02	7,752E+00	1,182E+01	1,055E+01	5,954E+01	5,783E-02
	10	1500	5,103E+00	2,020E+00	3,935E-01	3,261E-02	1,018E-02	6,774E-02	1,512E-02	1,630E-01	2,797E+00	1,500E-02
			1,107E+01	3,577E+00	2,678E+00	1,219E+00	1,206E-02	3,074E+00	7,012E-01	3,168E+00	1,284E+01	1,855E-02
			2,026E+01	5,710E+00	5,246E+00	4,533E+00	1,427E-02	5,763E+00	2,139E+00	7,047E+00	3,649E+01	2,267E-02
	15	2000	9,737E+00	6,035E+00	1,220E+00	1,468E+00	1,006E-02	1,918E+00	2,439E-02	4,660E+00	1,863E+01	1,053E-02
			1,625E+01	1,020E+01	6,233E+00	3,947E+00	4,687E-01	4,809E+00	3,271E+00	7,438E+00	3,743E+01	1,173E-02
			2,520E+01	2,046E+01	1,907E+01	7,799E+00	1,415E+00	8,110E+00	9,393E+00	1,044E+01	5,905E+01	1,432E-02
DTLZ4	3	600	2,422E-03	3,274E-03	3,534E-03	3,291E-03	3,929E-03	3,614E-03	4,293E-03	4,467E-03	4,664E-03	4,433E-03
			2,120E-01	8,536E-02	8,449E-02	4,236E-03	3,074E-02	4,817E-03	4,870E-03	5,213E-03	5,221E-03	5,289E-03
			9,503E-01	5,308E-01	5,308E-01	6,121E-03	5,308E-01	5,635E-03	5,850E-03	5,694E-03	6,264E-03	6,080E-03
	5	1000	7,412E-03	7,572E-03	7,734E-03	8,594E-03	9,124E-03	9,316E-03	9,253E-03	9,273E-03	9,838E-03	8,295E-03
			1,076E-01	1,048E-02	8,983E-03	9,689E-03	9,865E-03	1,032E-02	1,045E-02	1,078E-02	1,079E-02	9,130E-03
			2,722E-01	3,723E-02	9,851E-03	1,133E-02	1,137E-02	1,128E-02	1,195E-02	1,252E-02	1,239E-02	9,947E-03
	8	1250	6,458E-02	2,568E-02	2,369E-02	2,480E-02	2,593E-02	2,508E-02	2,536E-02	2,761E-02	2,469E-02	1,945E-02
			1,617E-01	3,370E-02	2,790E-02	2,798E-02	2,908E-02	3,051E-02	3,057E-02	2,985E-02	2,759E-02	2,190E-02
			2,811E-01	4,209E-02	3,340E-02	3,142E-02	3,316E-02	3,510E-02	3,598E-02	3,276E-02	3,271E-02	2,483E-02
	10	2000	3,865E-02	2,283E-02	2,096E-02	2,058E-02	2,253E-02	2,191E-02	2,158E-02	2,231E-02	2,020E-02	1,637E-02
			8,588E-02	2,613E-02	2,292E-02	2,465E-02	2,450E-02	2,463E-02	2,467E-02	2,464E-02	2,178E-02	1,759E-02
			1,740E-01	3,106E-02	2,456E-02	2,724E-02	2,670E-02	2,777E-02	2,736E-02	2,679E-02	2,313E-02	1,989E-02
	15	3000	9,353E-02	1,955E-02	1,438E-02	1,335E-02	1,286E-02	1,272E-02	1,267E-02	1,185E-02	1,049E-02	1,017E-02
			2,405E-01	5,012E-02	1,576E-02	1,480E-02	1,362E-02	1,389E-02	1,361E-02	1,276E-02	1,208E-02	1,115E-02
			3,990E-01	9,829E-02	1,739E-02	1,622E-02	1,480E-02	1,481E-02	1,474E-02	1,402E-02	1,361E-02	1,235E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 13 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best/1** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	9,289E-04	1,018E-03	9,810E-04	1,045E-03	8,658E-04	1,344E-03	1,500E-03	1,624E-03	1,987E-03	1,513E-03
			1,735E-03	1,191E-03	1,321E-03	1,313E-03	1,043E-03	1,831E-03	1,848E-03	2,162E-03	3,116E-03	1,959E-03
			8,723E-03	1,418E-03	1,761E-03	1,699E-03	1,280E-03	3,176E-03	2,623E-03	2,985E-03	9,040E-03	2,518E-03
	5	600	1,209E-03	9,933E-04	1,036E-03	8,859E-04	5,686E-04	1,156E-03	1,267E-03	1,330E-03	1,525E-03	9,577E-04
			1,522E-03	1,312E-03	1,313E-03	1,232E-03	6,896E-04	1,351E-03	1,543E-03	1,709E-03	1,912E-03	1,217E-03
			1,981E-03	1,642E-03	1,573E-03	1,735E-03	7,807E-04	1,600E-03	1,898E-03	2,273E-03	2,330E-03	1,459E-03
	8	750	3,368E-03	4,181E-03	3,897E-03	3,698E-03	3,033E-03	3,859E-03	4,166E-03	3,836E-03	5,353E-03	4,708E-03
			6,624E-03	8,396E-03	5,150E-03	4,497E-03	3,607E-03	4,872E-03	5,231E-03	6,116E-03	7,187E-03	5,747E-03
			1,345E-02	5,353E-02	8,229E-03	5,612E-03	4,196E-03	6,480E-03	9,670E-03	8,791E-03	1,068E-02	6,979E-03
	10	1000	3,151E-03	3,502E-03	3,582E-03	3,344E-03	2,771E-03	3,529E-03	3,547E-03	3,852E-03	4,166E-03	4,208E-03
			9,608E-03	6,363E-03	4,720E-03	4,098E-03	3,240E-03	4,015E-03	4,091E-03	4,390E-03	4,840E-03	4,644E-03
			4,192E-02	4,520E-02	8,714E-03	5,205E-03	4,858E-03	4,583E-03	4,609E-03	5,895E-03	5,937E-03	5,289E-03
	15	1500	1,923E-03	2,534E-03	2,248E-03	2,565E-03	1,916E-03	2,624E-03	2,642E-03	2,641E-03	2,898E-03	2,947E-03
			1,713E-02	1,228E-02	1,301E-02	9,918E-03	6,087E-03	7,024E-03	3,109E-03	3,283E-03	3,480E-03	3,431E-03
			1,204E-01	4,121E-02	4,075E-02	3,959E-02	3,904E-02	3,829E-02	3,874E-03	3,692E-03	4,138E-03	3,961E-03
DTLZ2	3	250	3,244E-03	3,393E-03	3,344E-03	3,485E-03	4,012E-03	4,015E-03	4,648E-03	5,674E-03	6,930E-03	8,296E-03
			3,863E-03	4,033E-03	4,123E-03	4,308E-03	4,622E-03	5,243E-03	5,702E-03	6,566E-03	8,248E-03	9,856E-03
			4,848E-03	4,537E-03	5,014E-03	5,103E-03	5,393E-03	6,730E-03	6,722E-03	7,613E-03	9,620E-03	1,152E-02
	5	350	5,753E-03	5,546E-03	5,738E-03	5,416E-03	5,745E-03	6,528E-03	6,860E-03	8,588E-03	1,074E-02	1,218E-02
			6,255E-03	6,168E-03	6,268E-03	6,217E-03	6,650E-03	7,302E-03	7,965E-03	9,614E-03	1,196E-02	1,367E-02
			6,917E-03	7,049E-03	7,141E-03	6,992E-03	7,319E-03	8,330E-03	8,800E-03	1,123E-02	1,387E-02	1,514E-02
	8	500	9,014E-03	8,283E-03	9,523E-03	1,016E-02	1,115E-02	1,292E-02	1,442E-02	1,733E-02	2,152E-02	2,654E-02
			1,001E-02	9,799E-03	1,032E-02	1,142E-02	1,233E-02	1,441E-02	1,674E-02	2,006E-02	2,509E-02	2,983E-02
			1,102E-02	1,187E-02	1,116E-02	1,298E-02	1,375E-02	1,715E-02	1,915E-02	2,318E-02	2,786E-02	3,366E-02
	10	750	7,543E-03	7,464E-03	7,820E-03	9,093E-03	9,168E-03	1,090E-02	1,196E-02	1,392E-02	1,603E-02	2,100E-02
			8,344E-03	8,271E-03	8,910E-03	9,968E-03	1,032E-02	1,221E-02	1,384E-02	1,595E-02	1,976E-02	2,258E-02
			9,847E-03	8,726E-03	1,060E-02	1,090E-02	1,193E-02	1,301E-02	1,509E-02	1,717E-02	2,176E-02	2,470E-02
	15	1000	5,436E-03	5,171E-03	6,338E-03	6,937E-03	6,549E-03	8,550E-03	8,772E-03	9,432E-03	1,047E-02	1,180E-02
			6,222E-03	6,646E-03	7,085E-03	7,643E-03	7,452E-03	9,146E-03	1,008E-02	1,112E-02	1,241E-02	1,446E-02
			7,617E-03	7,477E-03	8,356E-03	9,441E-03	8,430E-03	1,004E-02	1,148E-02	1,279E-02	1,367E-02	1,695E-02
DTLZ3	3	1000	2,786E-03	2,480E-03	2,485E-03	2,350E-03	2,461E-03	3,165E-03	3,330E-03	3,577E-03	5,020E-03	4,136E-03
			3,698E-03	3,220E-03	3,386E-03	3,110E-03	2,810E-03	3,681E-03	4,135E-03	4,950E-03	6,743E-03	5,196E-03
			5,612E-03	4,266E-03	4,509E-03	4,065E-03	3,156E-03	5,382E-03	6,296E-03	8,400E-03	1,255E-02	6,593E-03
	5	1000	6,121E-03	5,763E-03	5,852E-03	5,136E-03	4,143E-03	6,552E-03	7,167E-03	8,669E-03	1,104E-02	8,082E-03
			8,075E-03	6,774E-03	6,932E-03	6,987E-03	5,443E-03	8,163E-03	8,688E-03	1,219E-02	1,690E-02	1,027E-02
			1,344E-02	7,941E-03	7,951E-03	9,830E-03	6,817E-03	1,092E-02	1,174E-02	1,666E-02	2,591E-02	1,188E-02
	8	1000	2,754E-02	1,836E-02	2,244E-02	1,996E-02	1,625E-02	3,955E-02	3,600E-02	7,940E-02	8,439E-02	4,767E-02
			1,348E-01	3,818E-02	6,207E-02	6,014E-02	2,122E-02	1,371E-01	8,358E-02	5,182E-02	8,071E-01	6,778E-02
			1,793E+00	7,605E-02	4,765E-01	1,970E-01	2,724E-02	6,754E-01	2,376E-01	2,855E+00	4,611E+00	9,698E-02
	10	1500	1,011E-02	9,813E-03	1,014E-02	1,108E-02	9,910E-03	1,530E-02	1,708E-02	2,454E-02	3,205E-02	2,463E-02
			1,431E-02	1,147E-02	1,394E-02	1,476E-02	1,149E-02	2,250E-02	2,460E-02	5,560E-02	6,389E-02	3,086E-02
			2,029E-02	1,413E-02	1,836E-02	1,777E-02	1,316E-02	3,173E-02	3,937E-02	1,630E-01	1,114E-01	3,495E-02
	15	2000	7,858E-03	7,575E-03	6,879E-03	7,892E-03	6,247E-03	9,632E-03	1,334E-02	1,903E-02	2,050E-02	1,319E-02
			2,819E-01	3,526E-01	5,082E-02	1,517E-02	7,516E-03	2,004E-02	2,102E-02	6,302E-02	7,561E-02	1,714E-02
			4,150E+00	2,464E+00	8,035E-01	6,377E-02	8,372E-03	4,917E-02	4,405E-02	5,909E-01	2,170E-01	3,539E-02
DTLZ4	3	600	3,274E-03	3,265E-03	3,375E-03	3,745E-03	4,047E-03	4,148E-03	4,260E-03	4,271E-03	4,653E-03	5,162E-03
			4,115E-02	3,063E-02	4,047E-03	4,512E-03	4,423E-03	4,708E-03	5,020E-03	5,208E-03	5,651E-03	5,829E-03
			5,307E-01	5,309E-01	4,796E-03	5,435E-03	4,992E-03	5,375E-03	6,354E-03	6,196E-03	7,128E-03	6,415E-03
	5	1000	6,277E-03	7,551E-03	7,882E-03	8,077E-03	8,467E-03	8,875E-03	9,484E-03	9,019E-03	8,228E-03	9,043E-03
			7,290E-03	8,554E-03	9,096E-03	9,577E-03	9,946E-03	9,959E-03	1,044E-02	1,023E-02	1,070E-02	1,009E-02
			8,629E-03	1,021E-02	1,011E-02	1,140E-02	1,156E-02	1,187E-02	1,154E-02	1,128E-02	1,209E-02	1,108E-02
	8	1250	1,595E-02	1,915E-02	2,178E-02	2,371E-02	2,368E-02	2,662E-02	2,527E-02	2,699E-02	2,602E-02	2,533E-02
			1,833E-02	2,211E-02	2,485E-02	2,715E-02	2,823E-02	3,004E-02	3,019E-02	3,090E-02	3,140E-02	2,828E-02
			2,100E-02	2,514E-02	2,772E-02	3,184E-02	3,258E-02	3,632E-02	3,388E-02	3,556E-02	3,596E-02	3,136E-02
	10	2000	1,338E-02	1,732E-02	2,090E-02	2,078E-02	2,125E-02	2,133E-02	2,289E-02	2,183E-02	2,322E-02	1,963E-02
			1,513E-02	1,943E-02	2,219E-02	2,344E-02	2,424E-02	2,423E-02	2,538E-02	2,482E-02	2,531E-02	2,267E-02
			1,720E-02	2,135E-02	2,407E-02	2,535E-02	2,588E-02	2,641E-02	2,817E-02	2,690E-02	2,768E-02	2,506E-02
	15	3000	8,497E-03	1,092E-02	1,138E-02	1,251E-02	1,233E-02	1,385E-02	1,347E-02	1,386E-02	1,375E-02	1,208E-02
			1,030E-02	1,192E-02	1,282E-02	1,414E-02	1,399E-02	1,466E-02	1,527E-02	1,509E-02	1,515E-02	1,391E-02
			1,148E-02	1,275E-02	1,476E-02	1,563E-02	1,578E-02	1,595E-02	1,660E-02	1,628E-02	1,615E-02	1,605E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 14 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best/2** considerando diferentes fatores de escala F , com CR fixo em 0,1.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTL1	3	400	1,039E-03	1,009E-03	9,959E-04	1,146E-03	8,279E-04	1,342E-03	1,813E-03	2,144E-03	2,397E-03	2,601E-03
			1,524E-03	1,311E-03	1,349E-03	1,503E-03	1,128E-03	1,771E-03	2,565E-03	4,185E-03	4,481E-03	3,070E-03
			3,045E-03	1,888E-03	1,738E-03	2,277E-03	1,333E-03	2,365E-03	3,882E-03	1,109E-02	1,550E-02	3,738E-03
	5	600	1,436E-03	1,097E-03	1,137E-03	1,008E-03	8,280E-04	1,262E-03	1,499E-03	1,565E-03	1,786E-03	1,546E-03
			1,680E-03	1,362E-03	1,468E-03	1,341E-03	9,841E-04	1,576E-03	1,854E-03	1,987E-03	2,437E-03	1,978E-03
			2,364E-03	1,646E-03	1,889E-03	1,557E-03	1,163E-03	2,224E-03	2,272E-03	2,603E-03	3,173E-03	2,390E-03
	8	750	4,266E-03	3,635E-03	3,657E-03	3,929E-03	3,420E-03	4,326E-03	4,851E-03	5,696E-03	6,682E-03	6,364E-03
			1,063E-02	6,938E-03	6,928E-03	4,889E-03	3,976E-03	5,347E-03	5,895E-03	8,999E-03	9,234E-03	6,987E-03
			6,702E-02	2,929E-02	4,750E-02	7,525E-03	4,630E-03	6,738E-03	8,067E-03	2,779E-02	1,677E-02	8,328E-03
	10	1000	3,438E-03	3,444E-03	3,487E-03	3,530E-03	2,888E-03	3,566E-03	3,871E-03	4,618E-03	5,137E-03	4,750E-03
			5,585E-03	5,193E-03	4,345E-03	3,991E-03	3,427E-03	4,173E-03	4,644E-03	5,454E-03	5,929E-03	5,423E-03
			1,164E-02	1,202E-02	6,982E-03	5,557E-03	3,775E-03	4,626E-03	5,601E-03	7,496E-03	7,433E-03	5,865E-03
	15	1500	1,702E-03	2,374E-03	2,512E-03	2,293E-03	1,993E-03	2,456E-03	2,573E-03	3,174E-03	2,859E-03	2,882E-03
			1,355E-02	1,034E-02	9,503E-03	7,986E-03	4,184E-03	3,411E-03	3,162E-03	3,917E-03	3,947E-03	3,693E-03
			4,864E-02	3,981E-02	4,016E-02	3,935E-02	3,783E-02	4,445E-03	3,771E-03	5,481E-03	5,429E-03	5,304E-03
DTL2	3	250	3,256E-03	3,632E-03	3,615E-03	3,647E-03	4,076E-03	4,501E-03	5,696E-03	7,660E-03	9,555E-03	1,148E-02
			3,911E-03	4,084E-03	4,120E-03	4,516E-03	5,078E-03	5,761E-03	6,980E-03	8,969E-03	1,114E-02	1,328E-02
			4,499E-03	4,764E-03	4,547E-03	5,531E-03	5,707E-03	6,995E-03	8,074E-03	1,067E-02	1,204E-02	1,605E-02
	5	350	5,352E-03	5,290E-03	5,571E-03	5,968E-03	6,687E-03	7,302E-03	8,456E-03	1,090E-02	1,425E-02	1,697E-02
			6,315E-03	6,237E-03	6,204E-03	6,573E-03	7,332E-03	8,111E-03	9,736E-03	1,273E-02	1,543E-02	1,891E-02
			6,996E-03	7,102E-03	6,991E-03	7,300E-03	7,822E-03	8,837E-03	1,101E-02	1,422E-02	1,680E-02	2,092E-02
	8	500	8,892E-03	9,446E-03	9,627E-03	1,124E-02	1,176E-02	1,427E-02	1,816E-02	2,261E-02	2,716E-02	3,316E-02
			1,021E-02	1,047E-02	1,086E-02	1,233E-02	1,390E-02	1,658E-02	2,086E-02	2,731E-02	3,275E-02	3,999E-02
			1,133E-02	1,185E-02	1,192E-02	1,416E-02	1,552E-02	1,914E-02	2,351E-02	3,066E-02	3,698E-02	4,798E-02
	10	750	7,489E-03	8,006E-03	8,682E-03	9,120E-03	1,019E-02	1,271E-02	1,570E-02	1,895E-02	2,256E-02	2,611E-02
			8,432E-03	8,792E-03	9,464E-03	1,077E-02	1,187E-02	1,399E-02	1,710E-02	2,108E-02	2,469E-02	2,947E-02
			9,546E-03	9,784E-03	1,034E-02	1,204E-02	1,308E-02	1,605E-02	1,893E-02	2,342E-02	2,722E-02	3,268E-02
	15	1000	5,134E-03	5,682E-03	5,975E-03	6,863E-03	7,129E-03	9,059E-03	1,034E-02	1,214E-02	1,340E-02	1,444E-02
			5,912E-03	6,906E-03	7,309E-03	8,279E-03	8,045E-03	1,013E-02	1,158E-02	1,356E-02	1,565E-02	1,674E-02
			7,403E-03	9,288E-03	8,601E-03	9,348E-03	9,056E-03	1,145E-02	1,295E-02	1,560E-02	1,783E-02	1,836E-02
DTL3	3	1000	2,649E-03	2,826E-03	2,667E-03	3,049E-03	2,593E-03	3,898E-03	4,293E-03	6,080E-03	5,382E-03	5,875E-03
			3,469E-03	3,443E-03	3,504E-03	3,775E-03	3,213E-03	4,702E-03	5,717E-03	7,907E-03	1,257E-02	7,681E-03
			4,648E-03	5,824E-03	4,650E-03	4,784E-03	3,678E-03	6,875E-03	8,976E-03	1,251E-02	3,601E-02	9,704E-03
	5	1000	6,005E-03	5,867E-03	6,545E-03	6,024E-03	5,397E-03	8,173E-03	9,403E-03	1,546E-02	1,445E-02	1,554E-02
			7,881E-03	7,355E-03	8,056E-03	7,875E-03	6,408E-03	1,109E-02	1,443E-02	2,216E-02	2,752E-02	1,850E-02
			1,007E-02	1,029E-02	1,266E-02	1,063E-02	6,983E-03	1,859E-02	2,543E-02	4,575E-02	5,622E-02	2,437E-02
	8	1000	2,173E-02	2,148E-02	3,049E-02	3,516E-02	2,449E-02	6,804E-02	6,282E-02	3,430E-01	3,392E-01	8,712E-02
			2,021E-01	9,758E-02	3,191E-01	4,091E-01	3,009E-02	7,463E-01	5,435E-01	2,375E+00	4,419E+00	1,394E-01
			8,863E-01	5,242E-01	2,726E+00	2,161E+00	3,809E-02	2,867E+00	6,333E+00	5,436E+00	1,099E+01	2,419E-01
	10	1500	1,097E-02	1,039E-02	1,172E-02	1,432E-02	1,142E-02	2,582E-02	2,991E-02	4,810E-02	7,946E-02	4,499E-02
			1,334E-02	1,293E-02	1,748E-02	1,862E-02	1,451E-02	4,335E-02	5,079E-02	1,322E-01	1,626E-01	5,692E-02
			1,870E-02	1,633E-02	2,594E-02	2,598E-02	1,750E-02	7,899E-02	1,167E-01	4,532E-01	4,687E-01	7,685E-02
	15	2000	7,843E-03	8,181E-03	8,052E-03	1,011E-02	7,504E-03	2,149E-02	1,506E-02	5,568E-02	8,664E-02	1,775E-02
			1,014E-01	5,821E-02	3,395E-02	1,894E-01	9,472E-03	1,285E-01	1,286E-01	8,029E-01	1,192E+00	2,580E-02
			7,121E-01	9,270E-01	1,638E-01	1,950E+00	1,478E-02	1,172E+00	6,318E-01	2,627E+00	4,732E+00	5,516E-02
DTL4	3	600	3,418E-03	3,948E-03	4,148E-03	4,464E-03	4,452E-03	4,568E-03	5,073E-03	5,283E-03	5,776E-03	6,168E-03
			3,099E-02	3,091E-02	4,831E-03	5,132E-03	5,242E-03	5,654E-03	5,647E-03	6,294E-03	6,799E-03	7,129E-03
			5,308E-01	5,307E-01	5,856E-03	6,290E-03	5,947E-03	6,676E-03	6,281E-03	7,270E-03	9,365E-03	8,338E-03
	5	1000	7,556E-03	9,012E-03	9,809E-03	1,029E-02	1,032E-02	1,068E-02	1,098E-02	1,164E-02	1,152E-02	1,075E-02
			8,945E-03	1,035E-02	1,135E-02	1,153E-02	1,211E-02	1,174E-02	1,220E-02	1,270E-02	1,288E-02	1,215E-02
			1,001E-02	1,256E-02	1,267E-02	1,299E-02	1,349E-02	1,375E-02	1,337E-02	1,396E-02	1,464E-02	1,347E-02
	8	1250	1,823E-02	2,379E-02	2,255E-02	2,653E-02	2,820E-02	2,874E-02	3,075E-02	3,030E-02	3,230E-02	3,066E-02
			2,091E-02	2,588E-02	2,826E-02	3,021E-02	3,188E-02	3,231E-02	3,483E-02	3,548E-02	3,690E-02	3,507E-02
			2,390E-02	2,889E-02	3,298E-02	3,284E-02	3,512E-02	3,601E-02	3,889E-02	3,963E-02	4,204E-02	4,017E-02
	10	2000	1,636E-02	2,039E-02	2,226E-02	2,375E-02	2,396E-02	2,480E-02	2,576E-02	2,615E-02	2,621E-02	2,505E-02
			1,779E-02	2,211E-02	2,469E-02	2,590E-02	2,612E-02	2,707E-02	2,779E-02	2,871E-02	2,930E-02	2,672E-02
			1,919E-02	2,387E-02	2,749E-02	2,789E-02	2,823E-02	2,969E-02	2,975E-02	3,082E-02	3,191E-02	2,955E-02
	15	3000	9,595E-03	1,166E-02	1,309E-02	1,385E-02	1,368E-02	1,359E-02	1,402E-02	1,423E-02	1,457E-02	1,262E-02
			1,100E-02	1,269E-02	1,458E-02	1,475E-02	1,455E-02	1,510E-02	1,564E-02	1,606E-02	1,560E-02	1,496E-02
			1,191E-02	1,471E-02	1,608E-02	1,547E-02	1,663E-02	1,682E-02	1,692E-02	1,856E-02	1,763E-02	1,649E-02

Fonte: Elaborado pelo autor

APÊNDICE B – Tabelas de variação no fator de escala CR

Tabela 15 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/1** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	7,371E-04	6,187E-04	5,314E-04	5,908E-04	1,045E-03	1,951E-03	2,972E-02	9,540E-01	1,834E+00	2,227E+00
			9,744E-04	7,942E-04	7,524E-04	9,209E-04	1,404E-03	4,393E-03	5,890E-01	2,358E+00	4,507E+00	5,177E+00
			1,248E-03	9,832E-04	9,193E-04	1,231E-03	2,370E-03	8,575E-03	1,156E+00	3,570E+00	8,247E+00	8,095E+00
	5	600	4,757E-04	5,210E-04	5,486E-04	8,961E-04	1,659E-03	4,881E-03	1,553E-02	3,778E-01	1,818E+00	2,667E-01
			6,712E-04	6,317E-04	7,262E-04	1,114E-03	2,275E-03	7,070E-03	2,625E-02	1,158E+00	3,198E+00	4,183E+00
			9,555E-04	8,385E-04	9,649E-04	1,428E-03	2,842E-03	1,271E-02	3,796E-02	2,236E+00	4,406E+00	7,975E+00
	8	750	2,789E-03	3,504E-03	4,411E-03	6,330E-03	1,256E-02	2,510E-02	1,985E-01	9,917E-01	1,453E+00	2,706E-01
			8,255E-03	4,611E-03	5,871E-03	8,332E-03	2,070E-02	5,517E-02	5,751E-01	1,798E+00	2,947E+00	2,125E+00
			5,445E-02	8,271E-03	1,413E-02	1,133E-02	7,745E-02	2,098E-01	1,056E+00	2,667E+00	5,075E+00	4,963E+00
	10	1000	2,371E-03	3,495E-03	4,231E-03	6,267E-03	1,290E-02	2,486E-02	1,878E-01	7,658E-01	8,056E-01	1,295E-01
			2,872E-03	4,073E-03	7,648E-03	1,354E-02	1,798E-02	9,453E-02	3,086E-01	1,303E+00	2,683E+00	1,396E+00
			4,053E-03	7,192E-03	5,514E-02	5,774E-02	5,023E-02	2,541E-01	7,737E-01	2,208E+00	4,642E+00	3,522E+00
	15	1500	1,476E-03	2,348E-03	3,361E-03	4,221E-03	6,297E-03	2,253E-02	4,182E-01	6,407E-01	1,171E+00	3,281E-01
			2,045E-03	4,704E-03	5,752E-03	6,988E-03	2,909E-02	2,456E-01	1,057E+00	2,230E+00	3,492E+00	2,145E+00
			2,680E-03	3,824E-02	3,913E-02	4,026E-02	6,464E-02	9,926E-01	2,609E+00	4,280E+00	5,832E+00	5,291E+00
DTLZ2	3	250	3,641E-03	3,265E-03	2,996E-03	2,780E-03	3,180E-03	3,754E-03	4,614E-03	6,520E-03	9,026E-03	1,368E-02
			4,076E-03	3,767E-03	3,673E-03	3,573E-03	3,842E-03	4,258E-03	5,411E-03	7,667E-03	1,118E-02	1,499E-02
			4,519E-03	4,463E-03	4,182E-03	4,209E-03	4,554E-03	4,731E-03	6,329E-03	9,163E-03	1,339E-02	1,746E-02
	5	350	5,423E-03	5,369E-03	6,272E-03	7,189E-03	1,033E-02	1,570E-02	2,405E-02	3,629E-02	5,084E-02	7,587E-02
			5,963E-03	6,160E-03	7,027E-03	8,088E-03	1,121E-02	1,718E-02	2,673E-02	4,015E-02	5,626E-02	8,599E-02
			6,679E-03	6,921E-03	7,909E-03	9,084E-03	1,215E-02	1,955E-02	3,192E-02	4,570E-02	6,561E-02	9,979E-02
	8	500	7,885E-03	1,137E-02	1,651E-02	2,339E-02	3,301E-02	5,324E-02	8,520E-02	1,226E-01	1,869E-01	3,694E-01
			9,344E-03	1,348E-02	1,830E-02	2,648E-02	3,889E-02	6,216E-02	9,621E-02	1,450E-01	2,261E-01	3,985E-01
			1,074E-02	1,540E-02	1,969E-02	3,130E-02	4,463E-02	7,641E-02	1,070E-01	1,798E-01	2,492E-01	4,341E-01
	10	750	7,067E-03	1,065E-02	1,648E-02	2,363E-02	3,577E-02	6,001E-02	1,062E-01	1,561E-01	2,350E-01	4,010E-01
			7,661E-03	1,194E-02	1,756E-02	2,547E-02	3,890E-02	6,986E-02	1,178E-01	1,760E-01	2,680E-01	4,273E-01
			8,055E-03	1,315E-02	1,883E-02	2,899E-02	4,188E-02	9,482E-02	1,345E-01	2,000E-01	2,954E-01	4,637E-01
	15	1000	5,345E-03	8,185E-03	1,125E-02	1,381E-02	1,710E-02	2,721E-02	7,822E-02	1,542E-01	3,218E-01	5,519E-01
			5,963E-03	9,334E-03	1,232E-02	1,533E-02	2,123E-02	4,881E-02	1,244E-01	2,274E-01	3,640E-01	5,885E-01
			6,764E-03	1,030E-02	1,348E-02	1,695E-02	2,604E-02	7,650E-02	1,810E-01	3,198E-01	4,109E-01	6,250E-01
DTLZ3	3	1000	2,171E-03	2,092E-03	2,416E-03	3,062E-03	1,385E-02	1,417E+01	3,627E+01	3,906E+01	5,275E+01	1,713E-02
			9,344E-03	2,658E-03	2,956E-03	4,235E-03	4,559E+00	2,800E+01	5,202E+01	7,954E+01	8,819E+01	2,882E+01
			3,293E-03	3,247E-03	4,023E-03	6,016E-03	1,064E+01	3,990E+01	7,167E+01	9,511E+01	1,221E+02	6,357E+01
	5	1000	4,363E-03	5,109E-03	7,750E-03	2,254E-02	8,343E+00	2,968E+01	4,422E+01	5,769E+01	6,187E+01	1,752E+01
			4,809E-03	5,775E-03	9,382E-03	5,257E-01	1,528E+01	4,026E+01	6,414E+01	8,155E+01	9,183E+01	3,857E+01
			5,769E-03	6,881E-03	1,157E-02	4,557E+00	2,301E+01	6,204E+01	7,880E+01	1,020E+02	1,240E+02	7,388E+01
	8	1000	1,189E-02	1,978E-02	6,730E-02	1,122E+01	3,282E+01	5,659E+01	7,690E+01	8,267E+01	8,477E+01	1,217E+01
			1,463E-02	2,658E-02	9,034E-01	1,893E+01	5,390E+01	8,013E+01	9,821E+01	1,129E+02	1,222E+02	4,150E+01
			1,691E-02	3,830E-02	4,386E+00	3,764E+01	7,613E+01	1,025E+02	1,175E+02	1,372E+02	1,417E+02	1,344E+02
	10	1500	6,929E-03	1,329E-02	2,554E-02	2,616E-01	1,658E+01	5,089E+01	5,129E+01	9,163E+01	6,821E+01	1,816E+00
			7,744E-03	1,461E-02	4,294E-02	8,031E+00	3,303E+01	6,739E+01	8,525E+01	1,080E+02	1,113E+02	2,662E+01
			8,627E-03	1,656E-02	9,273E-02	1,662E+01	5,283E+01	9,023E+01	1,049E+02	1,284E+02	1,358E+02	8,834E+01
	15	2000	3,967E-03	8,888E-03	1,444E-02	1,798E-01	3,410E+01	8,195E+01	9,808E+01	8,336E+01	1,035E+02	2,549E+00
			6,195E-03	1,059E-02	1,499E-01	1,345E+01	6,441E+01	9,658E+01	1,252E+02	1,301E+02	1,329E+02	4,974E+01
			1,096E-02	1,473E-02	6,921E-01	3,977E+01	1,005E+02	1,170E+02	1,502E+02	1,469E+02	1,622E+02	1,101E+02
DTLZ4	3	600	3,035E-03	2,402E-03	2,203E-03	2,168E-03	2,063E-03	1,954E-03	2,332E-03	2,708E-03	5,701E-03	1,062E-02
			5,619E-02	2,880E-03	2,719E-03	2,508E-03	2,473E-03	2,456E-03	2,606E-03	3,555E-03	6,816E-03	1,340E-02
			5,308E-01	3,567E-03	3,165E-03	2,820E-03	2,923E-03	2,854E-03	3,130E-03	4,470E-03	9,245E-03	1,569E-02
	5	1000	5,245E-03	4,636E-03	4,617E-03	5,099E-03	5,963E-03	6,719E-03	9,569E-03	1,920E-02	4,620E-02	1,070E-01
			6,167E-03	5,362E-03	5,461E-03	5,722E-03	6,640E-03	7,659E-03	1,036E-02	2,258E-02	5,467E-02	1,302E-01
			7,345E-03	6,091E-03	6,217E-03	6,472E-03	7,246E-03	8,733E-03	1,137E-02	2,635E-02	6,418E-02	1,628E-01
	8	1250	1,355E-02	1,729E-02	2,239E-02	3,058E-02	3,788E-02	4,468E-02	5,178E-02	6,835E-02	1,425E-01	3,752E-01
			1,574E-02	1,951E-02	2,486E-02	3,256E-02	3,946E-02	4,750E-02	5,696E-02	8,100E-02	1,699E-01	4,486E-01
			1,845E-02	2,201E-02	2,727E-02	3,424E-02	4,298E-02	4,993E-02	6,389E-02	1,046E-01	2,041E-01	5,235E-01
	10	2000	1,024E-02	1,632E-02	2,352E-02	3,043E-02	3,718E-02	4,215E-02	4,801E-02	5,966E-02	1,427E-01	3,652E-01
			1,192E-02	1,814E-02	2,518E-02	3,231E-02	3,853E-02	4,355E-02	4,924E-02	6,669E-02	1,762E-01	4,474E-01
			1,320E-02	2,043E-02	2,632E-02	3,380E-02	4,004E-02	4,499E-02	5,141E-02	8,362E-02	2,220E-01	4,828E-01
	15	3000	7,446E-03	1,082E-02	1,391E-02	1,800E-02	2,053E-02	2,244E-02	2,423E-02	2,512E-02	2,659E-02	3,319E-01
			9,192E-03	1,219E-02	1,582E-02	1,951E-02	2,176E-02	2,347E-02	2,510E-02	2,599E-02	2,891E-02	3,791E-01
			1,202E-02	1,317E-02	1,773E-02	2,070E-02	2,283E-02	2,442E-02	2,685E-02	2,784E-02	3,578E-02	4,517E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 16 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand/2** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	8,821E-04	6,161E-04	8,299E-04	1,222E-03	3,667E-03	5,086E-01	1,082E+00	1,545E+00	3,502E+00	4,997E+00
			1,021E-03	9,940E-04	1,202E-03	2,173E-03	1,232E-02	9,098E-01	2,252E+00	4,263E+00	6,992E+00	1,059E+01
			1,330E-03	1,240E-03	1,716E-03	4,253E-03	4,653E-02	1,386E+00	3,410E+00	5,640E+00	1,001E+01	1,461E+01
	5	600	7,256E-04	9,023E-04	1,235E-03	1,962E-03	5,485E-03	2,461E-02	7,850E-01	1,047E+00	1,062E+00	2,697E+00
			9,487E-04	1,100E-03	1,477E-03	2,445E-03	6,738E-03	4,167E-02	1,221E+00	2,667E+00	4,332E+00	6,574E+00
			1,146E-03	1,299E-03	1,771E-03	3,237E-03	8,690E-03	9,555E-02	2,004E+00	3,829E+00	6,621E+00	8,742E+00
	8	750	3,179E-03	4,421E-03	6,521E-03	1,173E-02	3,140E-02	6,841E-02	6,660E-01	1,460E+00	2,057E+00	3,148E-01
			3,947E-03	5,252E-03	7,858E-03	1,479E-02	4,675E-02	5,169E-01	1,684E+00	3,150E+00	5,353E+00	4,394E+00
			6,077E-03	6,542E-03	9,912E-03	2,420E-02	8,478E-02	1,222E+00	3,002E+00	4,806E+00	8,069E+00	8,155E+00
	10	1000	2,734E-03	3,841E-03	5,875E-03	1,164E-02	2,682E-02	1,940E-01	5,294E-01	1,015E+00	2,253E+00	3,031E-01
			3,179E-03	6,585E-03	6,721E-03	1,334E-02	4,003E-02	2,772E-01	1,160E+00	1,999E+00	4,246E+00	3,080E+00
			4,693E-03	4,813E-02	8,250E-03	1,595E-02	9,817E-02	4,973E-01	1,980E+00	2,829E+00	6,222E+00	6,131E+00
	15	1500	1,600E-03	2,674E-03	3,925E-03	8,576E-03	3,275E-02	4,060E-01	8,284E-01	1,269E+00	2,172E+00	1,841E+00
			2,059E-03	1,034E-02	1,011E-02	4,196E-02	2,986E-01	1,023E+00	2,287E+00	3,232E+00	4,761E+00	4,250E+00
			3,379E-03	3,958E-02	4,044E-02	1,681E-01	8,797E-01	1,966E+00	4,043E+00	7,024E+00	7,227E+00	8,545E+00
DTLZ2	3	250	3,447E-03	3,273E-03	3,152E-03	3,349E-03	3,689E-03	4,938E-03	6,856E-03	8,910E-03	1,413E-02	1,781E-02
			4,189E-03	3,870E-03	3,883E-03	3,931E-03	4,263E-03	5,408E-03	7,825E-03	1,130E-02	1,604E-02	2,100E-02
			5,345E-03	4,500E-03	4,701E-03	4,562E-03	4,903E-03	6,251E-03	9,117E-03	1,340E-02	1,851E-02	2,657E-02
	5	350	5,077E-03	6,605E-03	7,276E-03	9,978E-03	1,517E-02	2,332E-02	3,887E-02	5,830E-02	7,454E-02	9,852E-02
			6,242E-03	7,080E-03	8,027E-03	1,066E-02	1,648E-02	2,762E-02	4,430E-02	6,266E-02	8,137E-02	1,072E-01
			7,056E-03	8,002E-03	8,767E-03	1,153E-02	1,880E-02	2,948E-02	5,052E-02	7,149E-02	9,300E-02	1,201E-01
	8	500	9,695E-03	1,348E-02	2,040E-02	3,399E-02	5,602E-02	1,054E-01	1,635E-01	2,172E-01	3,298E-01	4,256E-01
			1,067E-02	1,539E-02	2,326E-02	3,810E-02	6,619E-02	1,165E-01	1,816E-01	2,609E-01	3,532E-01	4,584E-01
			1,387E-02	1,736E-02	2,623E-02	4,378E-02	7,209E-02	1,262E-01	2,051E-01	3,064E-01	3,934E-01	4,919E-01
	10	750	7,060E-03	1,240E-02	1,999E-02	3,687E-02	7,202E-02	1,293E-01	2,179E-01	2,955E-01	3,923E-01	4,743E-01
			8,369E-03	1,384E-02	2,191E-02	3,955E-02	8,058E-02	1,538E-01	2,397E-01	3,286E-01	4,164E-01	4,894E-01
			9,250E-03	1,520E-02	2,455E-02	4,238E-02	9,224E-02	1,683E-01	2,621E-01	3,597E-01	4,511E-01	5,051E-01
	15	1000	4,994E-03	8,333E-03	1,247E-02	2,445E-02	8,025E-02	2,242E-01	3,757E-01	4,867E-01	6,041E-01	6,820E-01
			6,165E-03	9,742E-03	1,389E-02	2,985E-02	1,129E-01	2,714E-01	4,413E-01	5,525E-01	6,470E-01	7,364E-01
			7,029E-03	1,102E-02	1,518E-02	3,806E-02	1,478E-01	3,454E-01	4,903E-01	6,321E-01	7,345E-01	7,902E-01
DTLZ3	3	1000	2,406E-03	2,564E-03	4,012E-03	9,955E-02	2,485E+01	3,410E+01	6,232E+01	6,646E+01	8,311E+01	2,952E+01
			3,103E-03	3,152E-03	7,528E-03	7,314E+00	3,087E+01	5,532E+01	8,153E+01	1,018E+02	1,122E+02	7,942E+01
			3,689E-03	3,544E-03	2,379E-02	1,622E+01	3,639E+01	7,490E+01	1,054E+02	1,179E+02	1,323E+02	1,184E+02
	5	1000	5,177E-03	7,101E-03	2,003E-02	8,272E+00	2,261E+01	4,660E+01	6,191E+01	9,236E+01	9,189E+01	9,211E+00
			5,875E-03	8,939E-03	1,914E-01	1,587E+01	3,876E+01	6,737E+01	9,091E+01	1,082E+02	1,130E+02	5,000E+01
			6,585E-03	1,058E-02	1,417E+00	2,664E+01	5,538E+01	8,255E+01	1,063E+02	1,216E+02	1,380E+02	1,189E+02
	8	1000	1,594E-02	3,998E-02	5,321E+00	2,277E+01	5,869E+01	8,010E+01	8,150E+01	1,207E+02	8,812E+01	1,060E+00
			2,113E-02	7,885E-01	1,578E+01	4,701E+01	7,947E+01	1,019E+02	1,212E+02	1,443E+02	1,388E+02	3,804E+01
			2,653E-02	7,376E+00	2,488E+01	6,346E+01	1,003E+02	1,180E+02	1,351E+02	1,628E+02	1,703E+02	1,426E+02
	10	1500	9,038E-03	2,175E-02	1,470E+00	2,007E+01	5,732E+01	7,502E+01	9,540E+01	9,867E+01	1,196E+02	2,925E+00
			1,026E-02	2,550E-02	4,988E+00	3,202E+01	7,163E+01	9,649E+01	1,177E+02	1,240E+02	1,403E+02	3,080E+01
			1,219E-02	3,605E-02	8,438E+00	5,003E+01	8,845E+01	1,219E+02	1,376E+02	1,378E+02	1,633E+02	1,074E+02
	15	2000	5,310E-03	1,079E-02	4,015E+00	3,043E+01	6,907E+01	8,981E+01	1,160E+02	1,330E+02	1,242E+02	1,317E+01
			6,379E-03	2,914E-02	1,549E+01	6,071E+01	1,048E+02	1,337E+02	1,476E+02	1,625E+02	1,581E+02	6,072E+01
			8,872E-03	1,107E-01	3,990E+01	9,202E+01	1,326E+02	1,611E+02	1,689E+02	1,855E+02	1,875E+02	1,493E+02
DTLZ4	3	600	3,368E-03	3,037E-03	2,677E-03	2,758E-03	2,659E-03	3,080E-03	3,491E-03	5,277E-03	1,116E-02	2,038E-02
			3,943E-03	3,541E-03	3,343E-03	3,337E-03	3,098E-03	3,405E-03	4,061E-03	6,402E-03	1,436E-02	2,445E-02
			4,418E-03	4,065E-03	3,773E-03	4,494E-03	3,703E-03	3,877E-03	4,682E-03	7,424E-03	1,664E-02	2,872E-02
	5	1000	7,561E-03	7,798E-03	7,888E-03	8,325E-03	9,344E-03	1,185E-02	1,907E-02	4,285E-02	9,533E-02	1,698E-01
			8,518E-03	8,767E-03	8,845E-03	9,700E-03	1,092E-02	1,371E-02	2,084E-02	5,123E-02	1,053E-01	1,895E-01
			9,548E-03	9,821E-03	9,878E-03	1,152E-02	1,235E-02	1,473E-02	2,307E-02	6,122E-02	1,173E-01	2,148E-01
	8	1250	1,886E-02	2,471E-02	3,156E-02	3,855E-02	4,628E-02	5,305E-02	6,366E-02	1,011E-01	2,971E-01	5,196E-01
			2,188E-02	2,769E-02	3,464E-02	4,173E-02	4,883E-02	5,672E-02	7,011E-02	1,274E-01	3,608E-01	5,803E-01
			2,500E-02	3,161E-02	3,763E-02	4,403E-02	5,081E-02	6,183E-02	8,389E-02	1,552E-01	4,402E-01	6,276E-01
	10	2000	1,478E-02	2,380E-02	3,116E-02	3,783E-02	4,295E-02	4,799E-02	5,538E-02	9,132E-02	3,290E-01	5,899E-01
			1,633E-02	2,522E-02	3,304E-02	3,892E-02	4,386E-02	4,950E-02	5,778E-02	1,073E-01	3,850E-01	6,216E-01
			1,876E-02	2,670E-02	3,405E-02	4,011E-02	4,499E-02	5,268E-02	6,542E-02	1,340E-01	4,391E-01	6,496E-01
	15	3000	8,517E-03	1,343E-02	1,659E-02	1,930E-02	2,149E-02	2,330E-02	2,459E-02	2,591E-02	2,749E-02	4,735E-01
			1,019E-02	1,465E-02	1,813E-02	2,056E-02	2,251E-02	2,439E-02	2,604E-02	2,719E-02	3,476E-02	5,328E-01
			1,165E-02	1,547E-02	1,960E-02	2,160E-02	2,401E-02	2,521E-02	2,865E-02	2,847E-02	4,807E-02	6,175E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 17 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/1** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	6,880E-04	6,707E-04	5,993E-04	8,407E-04	1,001E-03	1,712E-03	2,813E-03	5,447E-03	1,050E-02	7,673E-01
			9,616E-04	8,552E-04	8,389E-04	1,009E-03	1,274E-03	2,358E-03	4,693E-03	3,750E-02	6,503E-01	2,407E+00
			1,245E-03	1,152E-03	1,050E-03	1,273E-03	1,663E-03	3,759E-03	7,753E-03	5,351E-01	3,540E+00	4,335E+00
	5	600	5,939E-04	7,025E-04	9,074E-04	1,539E-03	3,653E-03	9,544E-03	2,028E-02	5,590E-02	1,392E+00	1,886E-01
			8,282E-04	9,035E-04	1,148E-03	1,868E-03	4,435E-03	1,190E-02	2,936E-02	7,384E-01	3,031E+00	2,236E+00
			1,040E-03	1,056E-03	1,322E-03	2,319E-03	5,447E-03	1,491E-02	4,124E-02	1,280E+00	4,982E+00	8,698E+00
	8	750	2,695E-03	4,238E-03	6,501E-03	1,226E-02	3,005E-02	1,571E-01	8,815E-01	1,151E+00	1,955E+00	2,204E-01
			3,556E-03	4,826E-03	7,502E-03	1,449E-02	4,124E-02	2,923E-01	1,637E+00	3,924E+00	5,078E+00	7,164E+00
			4,950E-03	6,861E-03	9,281E-03	1,827E-02	5,933E-02	6,757E-01	2,966E+00	6,569E+00	9,206E+00	2,503E+01
	10	1000	2,455E-03	3,660E-03	6,255E-03	1,425E-02	3,285E-02	1,698E-01	5,052E-01	7,663E-01	2,597E+00	2,128E-01
			2,932E-03	4,308E-03	7,002E-03	1,613E-02	5,948E-02	2,474E-01	1,177E+00	3,232E+00	5,202E+00	9,808E-01
			4,281E-03	5,716E-03	7,942E-03	2,307E-02	2,012E-01	4,628E-01	2,141E+00	4,804E+00	8,597E+00	6,361E+00
	15	1500	1,562E-03	2,520E-03	3,626E-03	1,331E-02	3,895E-02	4,277E-01	7,116E-01	1,638E+00	3,729E+00	3,861E-01
			1,916E-03	6,430E-03	6,518E-03	4,035E-02	3,288E-01	8,861E-01	2,149E+00	4,012E+00	6,406E+00	7,813E+00
			2,700E-03	3,882E-02	3,584E-02	2,032E-01	8,198E-01	2,145E+00	3,813E+00	7,970E+00	8,031E+00	1,309E+01
DTLZ2	3	250	3,677E-03	3,212E-03	3,467E-03	3,629E-03	4,548E-03	6,434E-03	9,910E-03	1,592E-02	2,432E-02	3,337E-02
			4,337E-03	3,835E-03	3,839E-03	4,170E-03	5,256E-03	7,209E-03	1,148E-02	1,892E-02	2,777E-02	3,820E-02
			5,705E-03	4,839E-03	4,594E-03	4,703E-03	6,381E-03	8,798E-03	1,367E-02	2,148E-02	3,128E-02	4,292E-02
	5	350	5,532E-03	6,322E-03	7,424E-03	1,031E-02	1,741E-02	3,200E-02	5,228E-02	7,790E-02	1,105E-01	1,743E-01
			6,141E-03	6,819E-03	8,083E-03	1,127E-02	1,939E-02	3,532E-02	5,711E-02	8,445E-02	1,207E-01	1,962E-01
			6,871E-03	7,623E-03	8,910E-03	1,210E-02	2,136E-02	4,117E-02	6,543E-02	9,372E-02	1,306E-01	2,262E-01
	8	500	8,999E-03	1,290E-02	1,894E-02	3,457E-02	6,824E-02	1,300E-01	2,253E-01	3,414E-01	4,832E-01	6,120E-01
			1,010E-02	1,435E-02	2,228E-02	3,938E-02	8,070E-02	1,533E-01	2,610E-01	3,972E-01	5,238E-01	6,393E-01
			1,114E-02	1,678E-02	2,675E-02	4,423E-02	9,247E-02	1,749E-01	3,025E-01	4,383E-01	5,745E-01	6,728E-01
	10	750	6,958E-03	1,164E-02	2,029E-02	3,858E-02	8,956E-02	1,857E-01	3,339E-01	4,454E-01	5,584E-01	7,722E-01
			7,680E-03	1,296E-02	2,169E-02	4,266E-02	1,028E-01	2,126E-01	3,510E-01	4,835E-01	5,887E-01	7,018E-01
			8,841E-03	1,385E-02	2,315E-02	4,589E-02	1,215E-01	2,337E-01	3,701E-01	5,111E-01	6,233E-01	7,806E-01
	15	1000	5,392E-03	8,645E-03	1,119E-02	2,713E-02	1,239E-01	2,904E-01	5,013E-01	6,385E-01	7,693E-01	8,788E-01
			6,061E-03	9,569E-03	1,396E-02	3,595E-02	1,637E-01	3,664E-01	5,555E-01	6,935E-01	8,472E-01	9,365E-01
			6,892E-03	1,031E-02	1,503E-02	4,240E-02	2,121E-01	4,359E-01	6,146E-01	7,788E-01	9,139E-01	9,753E-01
DTLZ3	3	1000	2,421E-03	2,071E-03	2,111E-03	2,477E-03	2,936E-03	8,239E-03	1,775E+00	4,197E-02	2,229E-02	6,327E+00
			2,871E-03	2,400E-03	2,643E-03	3,105E-03	5,377E-03	3,453E+00	2,603E+01	2,719E+01	5,287E+00	3,209E+01
			3,512E-03	3,559E-03	3,236E-03	3,970E-03	1,079E-02	2,504E+01	5,311E+01	5,118E+01	2,412E+01	8,561E+01
	5	1000	4,039E-03	4,780E-03	8,105E-03	2,411E-02	6,215E+00	2,821E+01	4,269E+01	5,905E+01	7,669E+01	7,742E-01
			5,069E-03	6,350E-03	9,721E-03	9,420E-02	1,367E+01	4,233E+01	6,768E+01	9,395E+01	9,790E+01	4,078E+01
			6,609E-03	8,012E-03	1,276E-02	6,250E-01	1,793E+01	7,923E+01	9,852E+01	1,221E+02	1,204E+02	1,593E+02
	8	1000	1,245E-02	2,986E-02	4,259E+00	4,466E+01	6,459E+01	7,181E+01	8,901E+01	1,204E+02	1,446E+02	8,959E-01
			1,603E-02	6,604E-02	1,521E+01	5,597E+01	9,036E+01	1,176E+02	1,383E+02	1,545E+02	1,764E+02	1,305E+01
			2,024E-02	2,446E-01	2,880E+01	7,536E+01	1,066E+02	1,395E+02	1,591E+02	1,798E+02	2,053E+02	2,078E+02
	10	1500	6,829E-03	1,643E-02	3,099E-01	1,834E+01	4,739E+01	7,617E+01	9,036E+01	1,174E+02	1,238E+02	8,823E-01
			8,395E-03	1,999E-02	3,709E+00	3,360E+01	7,105E+01	1,035E+02	1,247E+02	1,428E+02	1,624E+02	1,823E+00
			1,126E-02	2,592E-02	9,486E+00	5,449E+01	1,016E+02	1,231E+02	1,506E+02	1,653E+02	1,895E+02	1,782E+01
	15	2000	4,862E-03	1,003E-02	9,878E-02	2,208E+01	2,840E+01	9,923E+01	1,204E+02	1,071E+02	1,396E+02	1,655E+02
			5,598E-03	1,253E-02	1,175E+00	5,125E+01	9,100E+01	1,289E+02	1,488E+02	1,642E+02	1,796E+02	1,938E+02
			6,523E-03	2,023E-02	6,237E+00	8,336E+01	1,264E+02	1,526E+02	1,812E+02	2,094E+02	2,106E+02	2,136E+02
DTLZ4	3	600	3,297E-03	2,917E-03	2,367E-03	2,611E-03	2,765E-03	3,244E-03	5,041E-03	9,246E-03	2,136E-02	3,287E-02
			3,743E-03	3,216E-03	3,032E-03	2,967E-03	3,162E-03	3,919E-03	5,965E-03	1,234E-02	2,548E-02	4,232E-02
			4,391E-03	4,161E-03	3,414E-03	3,425E-03	3,714E-03	4,455E-03	7,002E-03	1,515E-02	2,881E-02	4,933E-02
	5	1000	5,974E-03	5,457E-03	5,807E-03	5,983E-03	7,610E-03	1,197E-02	2,553E-02	6,452E-02	1,322E-01	2,058E-01
			6,904E-03	6,481E-03	6,659E-03	7,162E-03	8,742E-03	1,309E-02	2,848E-02	7,142E-02	1,431E-01	2,186E-01
			7,849E-03	7,248E-03	7,827E-03	8,718E-03	9,801E-03	1,486E-02	3,064E-02	8,005E-02	1,541E-01	2,349E-01
	8	1250	1,424E-02	1,833E-02	2,433E-02	3,383E-02	4,223E-02	5,371E-02	9,010E-02	2,614E-01	5,528E-01	6,764E-01
			1,719E-02	2,082E-02	2,787E-02	3,747E-02	4,584E-02	5,757E-02	1,010E-01	3,707E-01	5,826E-01	7,083E-01
			1,961E-02	2,428E-02	3,066E-02	4,131E-02	4,832E-02	6,072E-02	1,146E-01	4,224E-01	6,215E-01	7,286E-01
	10	2000	1,183E-02	1,969E-02	2,683E-02	3,363E-02	4,059E-02	4,817E-02	7,233E-02	3,298E-01	5,827E-01	7,077E-01
			1,309E-02	2,113E-02	2,824E-02	3,581E-02	4,181E-02	4,925E-02	8,281E-02	3,803E-01	6,035E-01	7,334E-01
			1,400E-02	2,315E-02	2,973E-02	3,762E-02	4,286E-02	5,045E-02	1,026E-01	4,301E-01	6,231E-01	7,595E-01
	15	3000	6,947E-03	1,237E-02	1,715E-02	1,904E-02	2,116E-02	2,305E-02	2,540E-02	1,464E-01	5,426E-01	7,074E-01
			8,911E-03	1,343E-02	1,790E-02	1,995E-02	2,242E-02	2,408E-02	2,624E-02	2,004E-01	5,795E-01	7,304E-01
			1,075E-02	1,411E-02	1,897E-02	2,109E-02	2,431E-02	2,498E-02	2,821E-02	2,796E-01	6,216E-01	7,647E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 18 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **best/2** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	8,772E-04	8,202E-04	9,478E-04	1,005E-03	2,492E-03	7,031E-03	6,392E-01	1,743E+00	2,718E+00	3,564E+00
			1,090E-03	9,757E-04	1,181E-03	1,737E-03	4,466E-03	1,962E-01	1,514E+00	3,486E+00	5,943E+00	7,960E+00
			1,484E-03	1,189E-03	1,408E-03	2,446E-03	6,552E-03	8,961E-01	3,170E+00	4,731E+00	8,944E+00	1,256E+01
	5	600	9,681E-04	9,660E-04	1,544E-03	2,791E-03	7,824E-03	2,394E-02	2,380E-01	1,668E+00	3,147E+00	3,988E-01
			1,151E-03	1,270E-03	1,788E-03	3,444E-03	9,813E-03	4,127E-02	8,895E-01	2,885E+00	5,180E+00	4,616E+00
			1,369E-03	1,458E-03	1,907E-03	4,199E-03	1,380E-02	7,025E-02	1,408E+00	4,464E+00	8,347E+00	8,481E+00
	8	750	3,572E-03	5,065E-03	7,680E-03	1,742E-02	7,427E-02	4,953E-01	1,147E+00	2,622E+00	2,961E+00	2,065E-01
			3,958E-03	5,726E-03	9,962E-03	2,714E-02	1,530E-01	9,967E-01	2,436E+00	5,310E+00	7,128E+00	4,325E+00
			4,613E-03	6,896E-03	1,285E-02	4,015E-02	3,731E-01	1,994E+00	3,755E+00	8,157E+00	1,026E+01	1,775E+01
	10	1000	2,686E-03	2,616E-03	5,035E-03	2,259E-02	5,660E-02	2,832E-01	9,502E-01	2,264E+00	2,792E+00	2,106E-01
			3,200E-03	4,993E-03	9,007E-03	2,568E-02	8,722E-02	5,938E-01	1,784E+00	3,728E+00	6,000E+00	2,691E-01
			4,336E-03	5,305E-03	9,955E-03	3,154E-02	2,160E-01	1,063E+00	3,559E+00	6,603E+00	7,826E+00	3,524E-01
	15	1500	1,674E-03	2,616E-03	5,035E-03	3,081E-02	2,811E-01	4,567E-01	1,092E+00	2,443E+00	4,753E+00	6,730E+00
			2,008E-03	6,716E-03	1,051E-02	1,728E-01	5,837E-01	1,177E+00	2,453E+00	5,797E+00	7,546E+00	9,635E+00
			2,763E-03	3,800E-02	3,583E-02	3,541E-01	1,587E+00	2,444E+00	3,789E+00	8,892E+00	1,116E+01	1,437E+01
DTLZ2	3	250	3,567E-03	3,488E-03	3,713E-03	4,232E-03	6,073E-03	9,814E-03	1,488E-02	2,080E-02	3,247E-02	4,432E-02
			4,237E-03	4,139E-03	4,232E-03	5,113E-03	7,029E-03	1,134E-02	1,721E-02	2,698E-02	3,666E-02	4,828E-02
			5,120E-03	6,347E-03	4,730E-03	6,405E-03	7,915E-03	1,358E-02	2,070E-02	3,059E-02	4,176E-02	5,411E-02
	5	350	5,513E-03	6,770E-03	8,270E-03	1,368E-02	2,602E-02	4,804E-02	7,670E-02	1,114E-01	1,655E-01	2,936E-01
			6,389E-03	7,436E-03	9,517E-03	1,509E-02	2,892E-02	5,277E-02	8,197E-02	1,207E-01	1,762E-01	3,243E-01
			7,013E-03	8,192E-03	1,056E-02	3,218E-02	5,857E-02	8,788E-02	1,271E-01	1,937E-01	3,611E-01	
	8	500	9,100E-03	1,430E-02	2,623E-02	5,371E-02	1,028E-01	2,082E-01	3,388E-01	4,716E-01	5,964E-01	6,726E-01
			1,079E-02	1,626E-02	2,906E-02	6,018E-02	1,249E-01	2,419E-01	3,790E-01	5,063E-01	6,276E-01	7,278E-01
			1,252E-02	1,963E-02	3,090E-02	6,620E-02	1,424E-01	2,629E-01	4,123E-01	5,495E-01	6,636E-01	7,646E-01
	10	750	7,841E-03	1,443E-02	2,665E-02	6,642E-02	1,568E-01	3,123E-01	4,590E-01	5,584E-01	6,557E-01	7,154E-01
			8,953E-03	1,544E-02	2,886E-02	7,163E-02	1,774E-01	3,383E-01	4,776E-01	5,815E-01	6,789E-01	7,689E-01
			9,848E-03	1,621E-02	3,055E-02	7,874E-02	1,993E-01	3,726E-01	5,048E-01	6,048E-01	7,027E-01	8,203E-01
	15	1000	5,051E-03	9,316E-03	1,842E-02	9,747E-02	3,317E-01	5,304E-01	6,712E-01	7,623E-01	8,796E-01	9,580E-01
			6,016E-03	1,009E-02	2,113E-02	1,330E-01	3,806E-01	5,748E-01	7,185E-01	8,462E-01	9,498E-01	1,013E+00
			7,073E-03	1,079E-02	2,522E-02	1,822E-01	4,495E-01	6,269E-01	7,732E-01	9,404E-01	1,049E+00	1,062E+00
DTLZ3	3	1000	2,208E-03	2,278E-03	3,227E-03	7,254E-03	1,587E+01	3,239E+01	6,722E+01	6,035E+01	6,290E+01	1,622E+01
			2,929E-03	2,851E-03	4,515E-03	2,450E+00	2,641E+01	5,653E+01	8,075E+01	9,636E+01	1,138E+02	5,906E+01
			3,526E-03	3,249E-03	9,887E-03	1,192E+01	3,384E+01	7,325E+01	9,311E+01	1,183E+02	1,338E+02	1,123E+02
	5	1000	5,200E-03	7,229E-03	2,289E-02	6,752E+00	2,820E+01	4,288E+01	8,180E+01	8,358E+01	6,732E+01	9,878E-01
			6,010E-03	9,201E-03	2,680E-01	1,426E+01	4,494E+01	8,312E+01	1,060E+02	1,128E+02	1,266E+02	1,450E+01
			6,878E-03	1,191E-02	2,792E+00	2,413E+01	7,263E+01	1,063E+02	1,230E+02	1,344E+02	1,456E+02	2,965E+01
	8	1000	1,695E-02	3,687E-01	2,036E+01	5,026E+01	7,493E+01	7,549E+01	1,171E+02	1,464E+02	1,620E+02	1,061E+00
			2,328E-02	4,199E+00	3,413E+01	7,444E+01	1,072E+02	1,322E+02	1,462E+02	1,704E+02	1,857E+02	7,864E+01
			3,066E-02	9,940E+00	4,388E+01	9,812E+01	1,375E+02	1,649E+02	1,674E+02	1,961E+02	2,040E+02	2,114E+02
	10	1500	9,827E-03	2,678E-02	9,126E+00	3,144E+01	6,616E+01	9,727E+01	1,103E+02	1,112E+02	1,370E+02	1,281E+02
			1,133E-02	6,409E-02	1,638E+01	5,297E+01	9,369E+01	1,180E+02	1,455E+02	1,602E+02	1,716E+02	1,818E+02
			1,280E-02	1,337E-01	2,489E+01	7,809E+01	1,161E+02	1,359E+02	1,657E+02	1,872E+02	2,092E+02	2,097E+02
	15	2000	4,951E-03	1,565E-02	2,409E+00	5,088E+01	8,922E+01	1,090E+02	1,319E+02	1,398E+02	1,270E+02	1,617E+02
			6,827E-03	3,660E-01	2,122E+01	8,394E+01	1,156E+02	1,448E+02	1,624E+02	1,774E+02	1,715E+02	1,913E+02
			1,082E-02	3,790E+00	5,315E+01	1,121E+02	1,545E+02	1,665E+02	1,985E+02	2,047E+02	2,055E+02	2,233E+02
DTLZ4	3	600	3,592E-03	3,404E-03	3,250E-03	3,192E-03	3,152E-03	4,919E-03	8,521E-03	1,751E-02	3,457E-02	5,191E-02
			4,180E-03	3,931E-03	3,757E-03	3,787E-03	4,214E-03	5,750E-03	1,083E-02	2,164E-02	3,890E-02	5,965E-02
			4,874E-03	5,116E-03	4,291E-03	4,405E-03	5,039E-03	7,309E-03	1,469E-02	2,639E-02	4,546E-02	7,116E-02
	5	1000	7,689E-03	8,044E-03	8,378E-03	1,009E-02	1,308E-02	2,141E-02	5,400E-02	1,214E-01	2,043E-01	2,559E-01
			9,357E-03	9,308E-03	9,776E-03	1,126E-02	1,432E-02	2,339E-02	6,261E-02	1,409E-01	2,210E-01	2,710E-01
			1,144E-02	1,033E-02	1,092E-02	1,282E-02	1,586E-02	2,581E-02	6,786E-02	1,512E-01	2,401E-01	2,819E-01
	8	1250	2,033E-02	2,522E-02	3,355E-02	4,297E-02	5,155E-02	7,284E-02	2,121E-01	4,826E-01	6,441E-01	7,167E-01
			2,309E-02	2,853E-02	3,634E-02	4,499E-02	5,427E-02	7,707E-02	2,692E-01	5,125E-01	6,698E-01	7,605E-01
			2,635E-02	3,233E-02	3,903E-02	4,725E-02	5,733E-02	8,181E-02	3,213E-01	5,497E-01	6,983E-01	7,906E-01
	10	2000	1,722E-02	2,486E-02	3,250E-02	3,898E-02	4,586E-02	5,620E-02	2,111E-01	4,966E-01	6,732E-01	7,541E-01
			1,843E-02	2,703E-02	3,412E-02	4,019E-02	4,690E-02	5,927E-02	2,571E-01	5,251E-01	6,947E-01	7,848E-01
			1,931E-02	2,995E-02	3,583E-02	4,217E-02	4,844E-02	6,306E-02	2,954E-01	5,817E-01	7,171E-01	8,032E-01
	15	3000	8,947E-03	1,473E-02	1,803E-02	1,984E-02	2,154E-02	2,426E-02	3,732E-02	4,003E-01	6,330E-01	7,708E-01
			1,004E-02	1,577E-02	1,879E-02	2,119E-02	2,309E-02	2,510E-02	7,344E-02	4,590E-01	6,698E-01	7,953E-01
			1,100E-02	1,746E-02	2,014E-02	2,262E-02	2,445E-02	2,697E-02	1,409E-01	6,058E-01	7,508E-01	8,342E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 19 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best/1** considerando diferentes valores de CR, com $F = 0,1$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	7,517E-04	7,076E-04	1,089E-03	2,161E-03	3,708E-03	7,290E-03	1,107E-02	1,818E-02	2,548E-02	3,134E-02
			1,102E-03	9,739E-04	1,338E-03	2,661E-03	4,833E-03	8,586E-03	1,403E-02	2,167E-02	3,806E-02	5,958E-02
			2,387E-03	1,186E-03	1,785E-03	3,198E-03	5,708E-03	9,646E-03	1,602E-02	2,732E-02	7,394E-02	3,437E-01
	5	600	4,847E-04	5,432E-04	1,236E-03	3,150E-03	8,315E-03	1,599E-02	2,734E-02	4,265E-02	6,374E-02	1,285E-01
			5,722E-04	7,123E-04	1,479E-03	3,863E-03	9,809E-03	1,845E-02	2,979E-02	4,678E-02	6,983E-02	3,169E-01
			7,537E-04	8,978E-04	1,656E-03	4,569E-03	1,108E-02	2,104E-02	3,328E-02	4,983E-02	7,594E-02	4,909E-01
	8	750	2,697E-03	4,167E-03	7,818E-03	1,553E-02	3,185E-02	6,049E-02	1,061E-01	2,974E-01	8,645E-01	1,323E+00
			3,340E-03	5,165E-03	9,297E-03	1,866E-02	4,011E-02	7,216E-02	1,489E-01	5,940E-01	1,437E+00	2,677E+00
			4,001E-03	6,046E-03	1,013E-02	2,260E-02	4,891E-02	8,398E-02	1,996E-01	9,608E-01	2,166E+00	4,082E+00
	10	1000	2,413E-03	3,997E-03	7,111E-03	1,541E-02	3,684E-02	6,983E-02	1,277E-01	3,481E-01	8,151E-01	1,395E+00
			2,663E-03	4,456E-03	7,823E-03	1,819E-02	4,193E-02	8,211E-02	1,492E-01	5,204E-01	1,272E+00	2,203E+00
			3,026E-03	4,734E-03	8,672E-03	2,084E-02	4,863E-02	9,500E-02	1,964E-01	7,761E-01	2,001E+00	3,109E+00
	15	1500	1,591E-03	3,023E-03	4,475E-03	7,653E-03	3,967E-02	1,549E-01	3,599E-01	8,260E-01	1,042E+00	1,646E+00
			2,005E-03	3,381E-03	5,197E-03	1,027E-02	6,753E-02	2,036E-01	4,814E-01	1,217E+00	2,204E+00	3,120E+00
			2,297E-03	3,778E-03	6,105E-03	1,434E-02	1,106E-01	2,873E-01	7,321E-01	1,587E+00	3,637E+00	4,374E+00
DTLZ2	3	250	4,463E-03	6,317E-03	8,151E-03	1,571E-02	2,867E-02	4,424E-02	6,039E-02	8,225E-02	1,043E-01	1,251E-01
			5,446E-03	6,891E-03	1,070E-02	1,957E-02	3,305E-02	4,864E-02	6,944E-02	9,223E-02	1,171E-01	1,426E-01
			6,294E-03	7,479E-03	1,244E-02	2,325E-02	3,746E-02	5,639E-02	7,902E-02	1,017E-01	1,380E-01	1,682E-01
	5	350	6,052E-03	1,031E-02	2,156E-02	4,861E-02	1,083E-01	1,848E-01	2,744E-01	3,758E-01	4,463E-01	5,380E-01
			6,849E-03	1,158E-02	2,591E-02	5,859E-02	1,194E-01	2,010E-01	2,920E-01	3,926E-01	4,832E-01	5,800E-01
			7,941E-03	1,300E-02	2,908E-02	6,699E-02	1,296E-01	2,179E-01	3,115E-01	4,128E-01	5,266E-01	6,190E-01
	8	500	1,057E-02	2,612E-02	6,430E-02	1,532E-01	3,083E-01	4,747E-01	5,878E-01	7,010E-01	7,884E-01	8,129E-01
			1,292E-02	2,859E-02	7,302E-02	1,763E-01	3,402E-01	5,038E-01	6,280E-01	7,547E-01	8,413E-01	9,041E-01
			1,536E-02	3,125E-02	8,927E-02	1,976E-01	3,875E-01	5,512E-01	6,757E-01	8,038E-01	9,010E-01	1,032E+00
	10	750	9,109E-03	2,188E-02	5,742E-02	1,706E-01	3,514E-01	5,292E-01	6,429E-01	7,482E-01	8,480E-01	8,985E-01
			1,032E-02	2,412E-02	6,443E-02	1,964E-01	3,928E-01	5,509E-01	6,800E-01	7,930E-01	8,957E-01	9,858E-01
			1,115E-02	2,637E-02	7,179E-02	2,320E-01	4,241E-01	5,837E-01	7,138E-01	8,309E-01	9,400E-01	1,056E+00
	15	1000	8,482E-03	1,390E-02	2,317E-02	1,029E-01	3,938E-01	6,842E-01	8,620E-01	9,562E-01	1,030E+00	1,122E+00
			9,724E-03	1,547E-02	2,606E-02	1,631E-01	4,759E-01	7,524E-01	9,020E-01	1,026E+00	1,120E+00	1,194E+00
			1,074E-02	1,706E-02	3,036E-02	2,201E-01	5,475E-01	8,394E-01	9,689E-01	1,087E+00	1,206E+00	1,290E+00
DTLZ3	3	1000	2,505E-03	2,754E-03	3,711E-03	9,379E-03	2,559E-02	4,726E-02	8,857E-02	2,383E-01	1,863E-01	1,094E-01
			3,050E-03	3,225E-03	4,865E-03	1,188E-02	3,003E-02	6,025E-02	1,200E-01	9,996E-01	6,476E-01	1,558E+00
			4,000E-03	3,918E-03	5,869E-03	1,435E-02	3,500E-02	7,440E-02	1,824E-01	2,410E+00	2,411E+00	9,358E+00
	5	1000	3,940E-03	6,265E-03	1,957E-02	5,785E-02	1,483E-01	3,083E-01	3,179E+00	9,225E+00	1,486E+01	3,880E+01
			4,665E-03	7,344E-03	2,153E-02	7,040E-02	1,685E-01	3,648E-01	4,889E+00	1,244E+01	2,079E+01	5,696E+01
			5,439E-03	8,439E-03	2,439E-02	8,234E-02	1,845E-01	4,267E-01	6,605E+00	1,523E+01	3,316E+01	7,713E+01
	8	1000	1,496E-02	6,234E-02	9,388E-01	8,670E+00	2,227E+01	3,101E+01	3,962E+01	5,101E+01	6,535E+01	5,705E+01
			1,825E-02	7,673E-02	2,217E+00	1,522E+01	3,318E+01	4,772E+01	6,210E+01	7,269E+01	8,699E+01	9,230E+01
			2,209E-02	9,582E-02	3,916E+00	2,425E+01	4,031E+01	5,819E+01	7,544E+01	1,003E+02	1,082E+02	1,124E+02
	10	1500	9,153E-03	3,035E-02	6,055E-01	9,708E+00	1,791E+01	2,733E+01	4,586E+01	5,185E+01	6,194E+01	8,802E+01
			1,060E-02	3,759E-02	1,421E+00	1,490E+01	2,761E+01	4,537E+01	5,953E+01	6,841E+01	8,732E+01	1,053E+02
			1,336E-02	4,626E-02	2,484E+00	2,090E+01	3,847E+01	5,899E+01	7,164E+01	8,234E+01	1,044E+02	1,217E+02
	15	2000	7,077E-03	1,639E-02	6,639E-01	1,198E+01	2,126E+01	3,798E+01	5,187E+01	7,322E+01	9,062E+01	8,542E+01
			8,922E-03	2,026E-02	1,717E+00	1,641E+01	3,164E+01	5,593E+01	7,792E+01	1,010E+02	1,213E+02	1,314E+02
			1,257E-02	4,268E-02	3,151E+00	2,277E+01	4,650E+01	7,111E+01	1,067E+02	1,306E+02	1,438E+02	1,606E+02
DTLZ4	3	600	3,553E-03	3,413E-03	4,097E-03	6,239E-03	1,295E-02	2,661E-02	4,853E-02	6,817E-02	8,704E-02	1,038E-01
			4,263E-03	4,298E-03	4,762E-03	7,489E-03	1,668E-02	3,282E-02	5,419E-02	7,485E-02	9,725E-02	1,152E-01
			4,901E-03	5,889E-03	5,318E-03	8,299E-03	2,030E-02	3,639E-02	6,369E-02	8,527E-02	1,045E-01	1,264E-01
	5	1000	5,384E-03	5,994E-03	7,086E-03	1,541E-02	5,828E-02	1,471E-01	2,374E-01	3,071E-01	3,694E-01	4,168E-01
			6,315E-03	6,607E-03	7,927E-03	1,785E-02	7,138E-02	1,612E-01	2,598E-01	3,347E-01	3,977E-01	4,475E-01
			7,077E-03	7,526E-03	9,180E-03	2,162E-02	9,211E-02	1,783E-01	2,764E-01	3,603E-01	4,319E-01	4,883E-01
	8	1250	1,384E-02	2,128E-02	3,369E-02	6,286E-02	1,843E-01	4,103E-01	5,626E-01	7,002E-01	7,456E-01	8,089E-01
			1,669E-02	2,369E-02	3,770E-02	6,950E-02	2,415E-01	4,649E-01	6,148E-01	7,475E-01	8,144E-01	8,689E-01
			2,039E-02	2,769E-02	4,057E-02	8,199E-02	2,982E-01	5,091E-01	6,915E-01	8,146E-01	8,674E-01	9,280E-01
	10	2000	1,200E-02	1,994E-02	3,093E-02	4,984E-02	1,827E-01	4,324E-01	6,387E-01	7,354E-01	8,070E-01	8,449E-01
			1,335E-02	2,164E-02	3,275E-02	5,228E-02	2,427E-01	5,027E-01	6,648E-01	7,834E-01	8,639E-01	9,006E-01
			1,491E-02	2,365E-02	3,408E-02	5,688E-02	3,119E-01	5,714E-01	7,175E-01	8,460E-01	9,226E-01	9,373E-01
	15	3000	7,462E-03	1,466E-02	1,730E-02	2,066E-02	2,778E-02	2,573E-01	4,804E-01	6,419E-01	7,468E-01	8,221E-01
			8,990E-03	1,557E-02	1,922E-02	2,229E-02	3,291E-02	3,262E-01	5,494E-01	7,063E-01	8,282E-01	8,941E-01
			1,112E-02	1,723E-02	2,102E-02	2,401E-02	4,446E-02	4,458E-01	6,082E-01	7,720E-01	9,409E-01	9,850E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 20 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-best/2** considerando diferentes valores de CR, com $F = 1,0$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	1,153E-03	1,847E-03	3,478E-03	7,647E-03	1,560E-02	4,314E-02	5,009E-01	7,834E-01	2,290E+00	3,271E+00
			1,493E-03	2,345E-03	4,761E-03	9,583E-03	2,116E-02	1,277E-01	8,013E-01	1,994E+00	3,858E+00	5,766E+00
			1,838E-03	3,102E-03	5,815E-03	1,188E-02	2,574E-02	4,440E-01	1,392E+00	3,003E+00	5,495E+00	7,692E+00
	5	600	8,001E-04	1,484E-03	4,139E-03	1,004E-02	2,229E-02	3,936E-02	1,210E-01	5,820E-01	1,734E+00	3,269E+00
			1,053E-03	2,012E-03	4,978E-03	1,230E-02	2,668E-02	5,052E-02	2,625E-01	1,056E+00	2,563E+00	4,631E+00
			1,252E-03	2,342E-03	5,667E-03	1,466E-02	3,206E-02	6,104E-02	4,478E-01	1,492E+00	3,728E+00	6,492E+00
	8	750	3,940E-03	7,068E-03	1,502E-02	3,265E-02	6,789E-02	1,442E-01	5,287E-01	1,197E+00	2,179E+00	3,451E+00
			4,505E-03	8,473E-03	1,805E-02	3,843E-02	8,236E-02	2,793E-01	9,583E-01	1,961E+00	3,795E+00	6,328E+00
			5,190E-03	9,496E-03	2,085E-02	4,429E-02	1,048E-01	4,733E-01	1,551E+00	2,957E+00	5,776E+00	8,683E+00
	10	1000	3,307E-03	6,262E-03	1,337E-02	3,034E-02	6,691E-02	1,289E-01	3,388E-01	1,473E+00	1,522E+00	3,426E+00
			3,678E-03	6,853E-03	1,509E-02	3,485E-02	7,777E-02	1,815E-01	6,786E-01	2,023E+00	3,275E+00	4,846E+00
			4,310E-03	7,873E-03	1,652E-02	3,926E-02	8,952E-02	2,334E-01	1,000E+00	2,671E+00	4,614E+00	7,139E+00
	15	1500	2,049E-03	4,046E-03	6,628E-03	2,695E-02	1,103E-01	3,231E-01	9,609E-01	1,498E+00	2,746E+00	1,674E+00
			2,487E-03	4,406E-03	7,687E-03	4,435E-02	1,722E-01	4,746E-01	1,371E+00	2,687E+00	4,928E+00	4,827E+00
			2,983E-03	5,113E-03	9,307E-03	6,603E-02	2,440E-01	6,953E-01	2,409E+00	4,936E+00	7,645E+00	7,147E+00
DTLZ2	3	250	6,740E-03	1,166E-02	2,344E-02	4,295E-02	6,674E-02	9,713E-02	1,354E-01	1,971E-01	2,664E-01	3,264E-01
			7,764E-03	1,456E-02	2,838E-02	4,782E-02	7,386E-02	1,071E-01	1,479E-01	2,293E-01	3,072E-01	3,798E-01
			9,608E-03	1,860E-02	3,660E-02	5,627E-02	8,309E-02	1,185E-01	1,687E-01	2,662E-01	3,417E-01	4,301E-01
	5	350	9,875E-03	2,336E-02	6,333E-02	1,321E-01	2,177E-01	3,043E-01	4,050E-01	4,845E-01	5,636E-01	6,383E-01
			1,070E-02	2,716E-02	7,066E-02	1,442E-01	2,375E-01	3,342E-01	4,340E-01	5,490E-01	6,214E-01	6,903E-01
			1,201E-02	3,160E-02	8,122E-02	1,587E-01	2,565E-01	3,651E-01	4,805E-01	5,938E-01	6,605E-01	7,818E-01
	8	500	1,907E-02	5,908E-02	1,603E-01	3,269E-01	4,943E-01	6,539E-01	7,600E-01	8,487E-01	9,183E-01	9,843E-01
			2,169E-02	6,632E-02	1,789E-01	3,726E-01	5,463E-01	6,962E-01	8,069E-01	9,232E-01	1,002E+00	1,058E+00
			2,367E-02	7,206E-02	2,073E-01	4,279E-01	5,737E-01	7,254E-01	8,789E-01	9,846E-01	1,073E+00	1,155E+00
	10	750	1,345E-02	5,034E-02	1,550E-01	3,656E-01	5,506E-01	6,928E-01	8,107E-01	9,244E-01	1,019E+00	1,045E+00
			1,599E-02	5,380E-02	1,811E-01	3,975E-01	5,871E-01	7,322E-01	8,676E-01	9,796E-01	1,054E+00	1,124E+00
			1,706E-02	5,935E-02	2,242E-01	4,342E-01	6,358E-01	7,628E-01	9,233E-01	1,056E+00	1,107E+00	1,182E+00
	15	1000	1,063E-02	2,103E-02	8,335E-02	4,316E-01	6,487E-01	8,515E-01	1,019E+00	1,134E+00	1,193E+00	1,172E+00
			1,263E-02	2,440E-02	1,311E-01	4,782E-01	7,403E-01	9,451E-01	1,090E+00	1,207E+00	1,275E+00	1,320E+00
			2,858E-02	2,881E-02	1,842E-01	5,296E-01	8,011E-01	1,020E+00	1,162E+00	1,267E+00	1,412E+00	1,422E+00
DTLZ3	3	1000	3,495E-03	6,625E-03	2,402E-02	7,469E-02	4,297E+00	8,340E+00	2,104E+01	3,685E+01	4,916E+01	6,107E+01
			4,336E-03	8,357E-03	3,165E-02	1,912E-01	6,745E+00	2,045E+01	3,637E+01	5,493E+01	6,808E+01	7,820E+01
			7,021E-03	1,052E-02	3,774E-02	3,800E-01	9,988E+00	2,730E+01	4,763E+01	6,715E+01	8,331E+01	9,231E+01
	5	1000	6,360E-03	2,325E-02	9,696E-02	4,343E-01	7,572E+00	1,779E+01	2,730E+01	4,031E+01	6,196E+01	6,772E+01
			7,792E-03	2,761E-02	1,271E-01	1,487E+00	1,064E+01	2,294E+01	4,007E+01	5,711E+01	7,146E+01	8,859E+01
			1,016E-02	3,249E-02	1,440E-01	2,736E+00	1,410E+01	3,160E+01	5,519E+01	7,531E+01	8,516E+01	1,051E+02
	8	1000	3,473E-02	4,845E-01	9,935E+00	1,927E+01	3,403E+01	5,067E+01	6,608E+01	7,572E+01	8,838E+01	9,311E+01
			5,646E-02	1,804E+00	1,791E+01	3,256E+01	5,133E+01	7,219E+01	8,982E+01	9,779E+01	1,080E+02	1,177E+02
			7,764E-02	4,376E+00	2,750E+01	4,983E+01	6,146E+01	8,769E+01	1,043E+02	1,101E+02	1,243E+02	1,360E+02
	10	1500	1,926E-02	2,155E-01	7,267E+00	2,139E+01	3,533E+01	4,720E+01	5,429E+01	6,591E+01	7,455E+01	9,238E+01
			2,320E-02	6,208E-01	1,216E+01	2,973E+01	5,151E+01	6,464E+01	8,255E+01	9,859E+01	1,074E+02	1,196E+02
			2,771E-02	1,471E+00	1,676E+01	4,070E+01	6,269E+01	7,668E+01	9,648E+01	1,124E+02	1,322E+02	1,388E+02
	15	2000	1,185E-02	3,675E-01	9,270E+00	1,520E+01	3,097E+01	3,879E+01	7,692E+01	8,958E+01	9,876E+01	1,103E+02
			1,327E-02	9,613E-01	1,413E+01	3,092E+01	5,522E+01	8,107E+01	1,003E+02	1,143E+02	1,295E+02	1,428E+02
			1,803E-02	2,058E+00	2,041E+01	4,271E+01	7,294E+01	9,829E+01	1,181E+02	1,317E+02	1,661E+02	1,641E+02
DTLZ4	3	600	4,686E-03	5,501E-03	9,347E-03	2,298E-02	4,376E-02	7,123E-02	1,032E-01	1,542E-01	2,236E-01	3,744E-01
			5,373E-03	6,372E-03	1,104E-02	2,633E-02	5,183E-02	7,989E-02	1,148E-01	1,808E-01	2,869E-01	4,173E-01
			6,333E-03	7,321E-03	1,237E-02	3,070E-02	6,064E-02	8,698E-02	1,314E-01	2,089E-01	3,678E-01	4,620E-01
	5	1000	7,837E-03	9,439E-03	1,856E-02	6,947E-02	1,592E-01	2,507E-01	3,276E-01	3,864E-01	4,516E-01	5,128E-01
			9,511E-03	1,090E-02	2,131E-02	7,891E-02	1,795E-01	2,719E-01	3,456E-01	4,154E-01	4,797E-01	5,404E-01
			1,054E-02	1,245E-02	2,335E-02	9,337E-02	2,029E-01	2,884E-01	3,679E-01	4,479E-01	5,144E-01	5,777E-01
	8	1250	1,957E-02	3,544E-02	6,186E-02	1,699E-01	3,953E-01	5,863E-01	7,423E-01	8,587E-01	9,082E-01	9,737E-01
			2,278E-02	3,854E-02	6,754E-02	1,998E-01	4,703E-01	6,489E-01	7,973E-01	9,201E-01	9,892E-01	1,040E+00
			2,535E-02	4,276E-02	7,263E-02	2,590E-01	5,200E-01	7,040E-01	8,446E-01	9,961E-01	1,047E+00	1,114E+00
	10	2000	1,595E-02	2,925E-02	4,544E-02	1,366E-01	3,882E-01	6,445E-01	8,032E-01	8,686E-01	9,746E-01	1,002E+00
			1,807E-02	3,097E-02	4,919E-02	1,838E-01	4,657E-01	6,963E-01	8,334E-01	9,453E-01	1,046E+00	1,088E+00
			2,010E-02	3,316E-02	5,237E-02	2,627E-01	5,613E-01	7,614E-01	8,716E-01	1,001E+00	1,121E+00	1,141E+00
	15	3000	1,011E-02	1,667E-02	2,047E-02	2,853E-02	2,883E-01	5,280E-01	7,277E-01	8,624E-01	9,804E-01	1,037E+00
			1,167E-02	1,774E-02	2,150E-02	3,640E-02	3,540E-01	6,052E-01	7,957E-01	9,484E-01	1,062E+00	1,128E+00
			1,406E-02	1,891E-02	2,323E-02	5,380E-02	4,428E-01	7,137E-01	8,739E-01	9,943E-01	1,159E+00	1,222E+00

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 21 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-rand/1** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	5,435E-04	4,570E-04	4,560E-04	4,842E-04	8,000E-04	1,447E-03	2,834E-03	6,452E-03	1,907E-02	3,286E-01
			6,583E-04	5,844E-04	5,815E-04	6,284E-04	1,008E-03	1,924E-03	3,644E-03	8,696E-03	7,879E-02	7,415E-01
			7,607E-04	7,130E-04	7,201E-04	7,742E-04	1,437E-03	2,325E-03	4,533E-03	1,228E-02	2,891E-01	1,207E+00
	5	600	1,729E-04	1,862E-04	2,171E-04	4,610E-04	1,183E-03	3,451E-03	7,481E-03	1,397E-02	2,796E-02	1,644E-01
			2,974E-04	2,792E-04	3,435E-04	6,291E-04	1,674E-03	4,034E-03	8,705E-03	1,638E-02	3,469E-02	3,072E-01
			4,799E-04	3,611E-04	4,778E-04	8,438E-04	2,129E-03	4,691E-03	9,889E-03	1,917E-02	4,540E-02	4,797E-01
	8	750	2,318E-03	3,079E-03	4,733E-03	7,662E-03	1,482E-02	2,522E-02	5,691E-02	1,259E-01	3,196E-01	6,148E-01
			2,597E-03	3,739E-03	5,467E-03	9,473E-03	1,897E-02	3,545E-02	6,964E-02	2,042E-01	5,760E-01	1,168E+00
			3,138E-03	4,584E-03	6,242E-03	1,118E-02	2,178E-02	4,379E-02	9,804E-02	4,002E-01	9,038E-01	1,808E+00
	10	1000	1,941E-03	2,816E-03	4,827E-03	8,324E-03	1,689E-02	3,755E-02	5,427E-02	9,784E-02	2,859E-01	5,901E-01
			2,277E-03	3,341E-03	5,332E-03	9,464E-03	2,114E-02	4,594E-02	7,709E-02	1,800E-01	4,209E-01	9,228E-01
			3,087E-03	3,857E-03	6,190E-03	1,185E-02	2,682E-02	5,635E-02	1,744E-01	2,439E-01	6,459E-01	1,243E+00
	15	1500	1,217E-03	2,315E-03	3,376E-03	5,511E-03	5,261E-02	2,090E-01	3,121E-01	3,165E-01	5,407E-01	5,790E-01
			1,565E-03	2,630E-03	4,567E-03	2,057E-02	1,387E-01	3,161E-01	5,749E-01	7,558E-01	1,205E+00	1,266E+00
			2,316E-03	3,295E-03	6,140E-03	4,831E-02	2,868E-01	5,133E-01	1,420E+00	1,217E+00	1,909E+00	2,757E+00
DTLZ2	3	250	4,084E-03	3,646E-03	3,866E-03	4,558E-03	5,264E-03	7,469E-03	1,103E-02	1,730E-02	2,167E-02	2,566E-02
			4,273E-03	4,273E-03	4,242E-03	5,041E-03	6,407E-03	8,810E-03	1,332E-02	1,931E-02	2,473E-02	3,032E-02
			6,103E-03	4,980E-03	4,816E-03	5,600E-03	8,283E-03	9,926E-03	1,570E-02	2,241E-02	2,852E-02	3,601E-02
	5	350	5,226E-03	5,671E-03	7,557E-03	1,146E-02	2,026E-02	3,252E-02	5,216E-02	6,784E-02	8,643E-02	1,065E-01
			9,850E-03	6,345E-03	8,408E-03	1,236E-02	2,237E-02	3,687E-02	5,675E-02	7,452E-02	9,267E-02	1,125E-01
			6,897E-03	6,791E-03	9,274E-03	1,320E-02	2,474E-02	4,201E-02	6,137E-02	8,507E-02	9,912E-02	1,210E-01
	8	500	8,875E-03	1,314E-02	2,319E-02	4,131E-02	6,846E-02	1,233E-01	1,687E-01	2,502E-01	3,222E-01	3,931E-01
			9,850E-03	1,470E-02	2,575E-02	4,416E-02	8,323E-02	1,403E-01	2,039E-01	2,885E-01	3,596E-01	4,311E-01
			1,185E-02	1,604E-02	2,953E-02	4,931E-02	9,833E-02	1,737E-01	2,255E-01	3,134E-01	4,012E-01	4,766E-01
	10	750	6,855E-03	1,209E-02	2,218E-02	4,153E-02	8,968E-02	1,617E-01	2,518E-01	3,344E-01	3,952E-01	4,605E-01
			7,551E-03	1,342E-02	2,388E-02	4,599E-02	9,774E-02	1,875E-01	2,839E-01	3,712E-01	4,327E-01	4,860E-01
			8,416E-03	1,484E-02	2,525E-02	5,233E-02	1,109E-01	2,255E-01	3,243E-01	4,222E-01	4,592E-01	5,357E-01
	15	1000	5,322E-03	9,019E-03	1,437E-02	2,449E-02	5,960E-02	2,579E-01	4,477E-01	5,717E-01	6,133E-01	6,898E-01
			6,200E-03	1,046E-02	1,608E-02	3,634E-02	1,599E-01	3,588E-01	5,167E-01	6,224E-01	6,725E-01	7,418E-01
			7,783E-03	1,319E-02	1,758E-02	5,460E-02	2,624E-01	4,687E-01	5,620E-01	6,773E-01	7,001E-01	8,442E-01
DTLZ3	3	1000	2,050E-03	2,126E-03	2,277E-03	2,977E-03	4,732E-03	3,499E-02	4,049E+00	1,371E+01	2,015E+01	3,360E+01
			2,666E-03	2,537E-03	2,827E-03	3,509E-03	6,958E-03	1,758E-01	7,600E+00	1,956E+01	3,114E+01	4,494E+01
			3,301E-03	2,889E-03	3,328E-03	3,991E-03	8,780E-03	1,522E+00	1,120E+01	2,404E+01	3,969E+01	5,670E+01
	5	1000	3,765E-03	4,674E-03	6,460E-03	1,531E-02	6,627E-02	2,836E+00	9,360E+00	1,884E+01	2,071E+01	3,924E+01
			4,375E-03	5,400E-03	7,653E-03	1,792E-02	8,448E-02	4,627E+00	1,278E+01	2,559E+01	3,639E+01	4,827E+01
			5,010E-03	6,672E-03	8,475E-03	2,004E-02	1,052E-01	6,438E+00	1,698E+01	3,663E+01	4,617E+01	6,010E+01
	8	1000	1,143E-02	2,210E-02	8,149E-02	5,415E-01	1,018E+01	1,733E+01	1,723E+01	3,675E+01	4,614E+01	4,001E+01
			1,312E-02	2,633E-02	1,053E-01	3,063E+00	1,466E+01	2,720E+01	3,955E+01	5,453E+01	6,450E+01	5,785E+01
			1,558E-02	3,308E-02	1,601E-01	5,286E+00	2,294E+01	3,679E+01	5,363E+01	7,046E+01	8,153E+01	7,959E+01
	10	1500	6,621E-03	1,278E-02	3,888E-02	2,102E-01	4,744E+00	1,646E+01	2,590E+01	2,705E+01	4,160E+01	2,930E+01
			7,797E-03	1,492E-02	4,610E-02	3,296E-01	7,390E+00	2,069E+01	3,500E+01	4,772E+01	5,787E+01	5,218E+01
			1,027E-02	1,688E-02	5,705E-02	4,914E-01	1,036E+01	2,895E+01	4,702E+01	5,823E+01	6,947E+01	7,454E+01
	15	2000	4,387E-03	1,041E-02	3,487E-02	6,970E-01	1,021E+01	2,321E+01	3,373E+01	5,525E+01	6,704E+01	2,077E+01
			5,131E-03	1,178E-02	1,011E-01	2,028E+00	2,074E+01	4,568E+01	6,405E+01	8,322E+01	9,448E+01	7,498E+01
			6,305E-03	1,430E-02	2,465E-01	5,377E+00	2,699E+01	7,598E+01	8,981E+01	1,141E+02	1,280E+02	1,393E+02
DTLZ4	3	600	3,235E-03	3,004E-03	2,612E-03	2,480E-03	3,106E-03	3,868E-03	5,680E-03	1,022E-02	2,007E-02	2,741E-02
			3,817E-03	3,440E-03	3,249E-03	3,231E-03	3,473E-03	4,257E-03	6,640E-03	1,386E-02	2,394E-02	3,528E-02
			4,462E-03	4,055E-03	3,649E-03	3,733E-03	4,338E-03	5,372E-03	8,268E-03	1,609E-02	2,933E-02	4,464E-02
	5	1000	5,718E-03	5,567E-03	5,442E-03	6,417E-03	7,744E-03	1,251E-02	3,386E-02	8,370E-02	1,510E-01	2,016E-01
			6,590E-03	6,331E-03	6,485E-03	7,206E-03	9,043E-03	1,419E-02	4,095E-02	1,009E-01	1,687E-01	2,185E-01
			7,530E-03	7,120E-03	7,403E-03	8,312E-03	1,032E-02	1,564E-02	4,832E-02	1,146E-01	1,880E-01	2,362E-01
	8	1250	1,648E-02	2,316E-02	2,904E-02	3,763E-02	4,474E-02	5,657E-02	7,759E-02	2,507E-01	4,551E-01	5,712E-01
			1,960E-02	2,619E-02	3,281E-02	4,137E-02	4,936E-02	5,923E-02	9,384E-02	3,023E-01	4,871E-01	6,058E-01
			2,458E-02	3,045E-02	3,723E-02	4,392E-02	5,119E-02	6,205E-02	1,109E-01	3,568E-01	5,179E-01	6,351E-01
	10	2000	1,355E-02	2,144E-02	2,905E-02	3,720E-02	4,255E-02	4,777E-02	6,370E-02	2,212E-01	4,824E-01	6,203E-01
			1,545E-02	2,466E-02	3,212E-02	3,799E-02	4,361E-02	4,919E-02	6,905E-02	2,690E-01	5,239E-01	6,403E-01
			1,786E-02	2,702E-02	3,438E-02	3,920E-02	4,450E-02	5,039E-02	7,826E-02	3,187E-01	5,603E-01	6,853E-01
	15	3000	7,698E-03	1,239E-02	1,833E-02	2,033E-02	2,283E-02	2,347E-02	2,484E-02	2,599E-02	6,539E-02	4,680E-01
			9,566E-03	1,404E-02	1,891E-02	2,160E-02	2,379E-02	2,520E-02	2,590E-02	2,668E-02	1,204E-01	5,395E-01
			1,057E-02	1,578E-02	1,976E-02	2,428E-02	2,518E-02	2,596E-02	2,728E-02	2,838E-02	1,880E-01	5,743E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 22 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **current-to-rand/2** considerando diferentes valores de CR, com $F = 1,0$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	1,083E-03	1,586E-03	2,768E-03	8,382E-03	1,922E-02	4,936E-02	5,824E-01	1,228E+00	2,677E+00	1,991E+00
			1,360E-03	2,028E-03	4,141E-03	1,087E-02	2,662E-02	2,531E-01	1,078E+00	2,507E+00	4,791E+00	6,865E+00
			1,660E-03	2,546E-03	5,656E-03	1,329E-02	3,488E-02	4,951E-01	1,808E+00	3,826E+00	7,481E+00	1,035E+01
	5	600	7,850E-04	1,174E-03	3,102E-03	7,486E-03	2,009E-02	4,815E-02	1,971E-01	6,467E-01	1,229E+00	1,270E+00
			9,181E-04	1,447E-03	3,867E-03	9,635E-03	2,353E-02	5,406E-02	3,437E-01	1,242E+00	2,488E+00	4,544E+00
			1,376E-03	1,708E-03	4,426E-03	1,104E-02	2,804E-02	6,365E-02	5,165E-01	1,776E+00	3,963E+00	6,894E+00
	8	750	3,416E-03	6,329E-03	1,238E-02	2,171E-02	4,926E-02	1,171E-01	4,218E-01	1,205E+00	1,633E+00	2,264E+00
			4,157E-03	7,278E-03	1,407E-02	2,920E-02	6,535E-02	1,948E-01	8,150E-01	1,874E+00	3,571E+00	5,053E+00
			4,848E-03	8,177E-03	1,625E-02	3,385E-02	8,296E-02	3,260E-01	1,393E+00	2,877E+00	5,122E+00	8,487E+00
	10	1000	3,219E-03	5,334E-03	9,980E-03	1,982E-02	4,818E-02	1,038E-01	3,461E-01	7,005E-01	1,278E+00	2,141E+00
			3,473E-03	5,943E-03	1,120E-02	2,449E-02	5,639E-02	1,298E-01	5,564E-01	1,373E+00	2,726E+00	4,137E+00
			3,863E-03	6,497E-03	1,230E-02	3,050E-02	7,346E-02	1,659E-01	8,494E-01	1,959E+00	3,959E+00	5,437E+00
	15	1500	2,093E-03	3,406E-03	5,488E-03	9,544E-03	3,399E-02	2,316E-01	5,096E-01	8,293E-01	1,517E+00	2,999E+00
			2,463E-03	4,085E-03	6,151E-03	1,082E-02	7,487E-02	2,988E-01	9,143E-01	1,921E+00	3,332E+00	5,180E+00
			2,763E-03	4,596E-03	7,533E-03	1,347E-02	1,119E-01	4,116E-01	1,249E+00	3,367E+00	5,190E+00	6,638E+00
DTLZ2	3	250	6,581E-03	1,035E-02	1,936E-02	3,679E-02	5,475E-02	8,660E-02	1,324E-01	1,971E-01	3,027E-01	3,661E-01
			7,340E-03	1,219E-02	2,570E-02	4,251E-02	6,772E-02	9,763E-02	1,570E-01	2,401E-01	3,410E-01	4,049E-01
			8,422E-03	1,495E-02	3,720E-02	4,988E-02	7,920E-02	1,070E-01	1,811E-01	2,766E-01	3,892E-01	4,668E-01
	5	350	8,531E-03	1,972E-02	4,511E-02	9,649E-02	1,578E-01	2,281E-01	3,122E-01	3,918E-01	4,583E-01	5,358E-01
			9,909E-03	2,180E-02	5,165E-02	1,080E-01	1,792E-01	2,478E-01	3,335E-01	4,244E-01	5,222E-01	5,929E-01
			1,115E-02	2,340E-02	5,666E-02	1,248E-01	1,959E-01	2,645E-01	3,592E-01	4,566E-01	5,596E-01	6,884E-01
	8	500	1,795E-02	4,259E-02	1,140E-01	2,356E-01	4,019E-01	5,567E-01	6,615E-01	7,506E-01	8,174E-01	8,733E-01
			1,997E-02	5,136E-02	1,289E-01	2,674E-01	4,359E-01	5,925E-01	7,061E-01	7,973E-01	8,732E-01	9,190E-01
			2,293E-02	5,800E-02	1,413E-01	2,956E-01	4,785E-01	6,403E-01	7,952E-01	8,751E-01	9,409E-01	9,717E-01
	10	750	1,302E-02	3,208E-02	1,026E-01	2,471E-01	4,322E-01	5,926E-01	7,149E-01	8,010E-01	8,723E-01	9,030E-01
			1,433E-02	3,994E-02	1,181E-01	2,854E-01	4,734E-01	6,226E-01	7,402E-01	8,244E-01	9,049E-01	9,498E-01
			1,605E-02	4,571E-02	1,298E-01	3,131E-01	4,990E-01	6,671E-01	7,686E-01	8,694E-01	9,530E-01	1,006E+00
	15	1000	1,002E-02	1,628E-02	3,352E-02	1,348E-01	4,036E-01	5,596E-01	7,120E-01	8,829E-01	9,266E-01	9,697E-01
			1,140E-02	1,950E-02	4,040E-02	2,245E-01	4,765E-01	6,584E-01	7,886E-01	9,183E-01	9,683E-01	1,009E+00
			1,306E-02	3,283E-02	4,763E-02	2,882E-01	5,508E-01	7,268E-01	8,855E-01	9,588E-01	1,031E+00	1,050E+00
DTLZ3	3	1000	3,531E-03	5,792E-03	2,517E-02	1,108E-01	7,366E+00	1,547E+01	3,104E+01	4,679E+01	5,392E+01	6,116E+01
			4,291E-03	7,432E-03	3,363E-02	7,118E-01	9,921E+00	2,404E+01	4,134E+01	5,773E+01	7,352E+01	8,293E+01
			6,932E-03	8,900E-03	5,970E-02	2,068E+00	1,323E+01	2,982E+01	5,131E+01	7,299E+01	8,660E+01	9,965E+01
	5	1000	6,075E-03	1,764E-02	7,556E-02	1,111E+00	8,456E+00	1,634E+01	3,019E+01	3,431E+01	4,974E+01	5,691E+01
			7,192E-03	2,240E-02	1,031E-01	2,027E+00	1,105E+01	2,392E+01	4,052E+01	5,129E+01	6,716E+01	8,163E+01
			8,823E-03	2,846E-02	1,418E-01	3,346E+00	1,396E+01	3,475E+01	5,012E+01	6,735E+01	7,817E+01	9,605E+01
	8	1000	3,445E-02	1,606E-01	6,758E+00	2,235E+01	2,727E+01	4,745E+01	5,605E+01	6,172E+01	4,789E+01	6,251E+01
			4,406E-02	5,475E-01	9,821E+00	2,768E+01	4,500E+01	6,001E+01	7,540E+01	8,600E+01	9,288E+01	1,014E+02
			5,783E-02	1,577E+00	1,544E+01	3,320E+01	6,159E+01	8,457E+01	9,099E+01	1,092E+02	1,139E+02	1,209E+02
	10	1500	1,500E-02	8,531E-02	4,033E+00	1,384E+01	2,433E+01	2,942E+01	4,838E+01	6,124E+01	7,702E+01	6,532E+01
			7,192E-03	1,575E-01	6,647E+00	2,162E+01	3,737E+01	5,668E+01	6,908E+01	8,039E+01	9,114E+01	9,862E+01
			2,267E-02	2,742E-01	9,932E+00	2,955E+01	4,867E+01	7,044E+01	9,220E+01	9,786E+01	1,101E+02	1,127E+02
	15	2000	1,053E-02	2,919E-02	4,408E+00	1,676E+01	3,101E+01	3,234E+01	4,087E+01	7,063E+01	6,763E+01	6,151E+01
			1,173E-02	8,033E-02	7,585E+00	2,436E+01	4,533E+01	5,752E+01	7,378E+01	8,700E+01	9,704E+01	1,001E+02
			1,432E-02	2,224E-01	1,129E+01	4,176E+01	6,002E+01	7,267E+01	9,188E+01	1,052E+02	1,113E+02	1,174E+02
DTLZ4	3	600	4,433E-03	4,971E-03	7,505E-03	1,407E-02	3,767E-02	6,498E-02	1,003E-01	1,809E-01	2,971E-01	3,943E-01
			5,289E-03	5,607E-03	8,626E-03	2,002E-02	4,256E-02	7,395E-02	1,161E-01	2,094E-01	3,501E-01	4,573E-01
			6,080E-03	6,512E-03	9,583E-03	2,705E-02	4,950E-02	8,349E-02	1,317E-01	2,389E-01	3,928E-01	5,250E-01
	5	1000	8,295E-03	8,542E-03	1,273E-02	4,053E-02	1,037E-01	1,931E-01	2,748E-01	3,397E-01	4,044E-01	4,897E-01
			9,130E-03	1,002E-02	1,493E-02	4,616E-02	1,303E-01	2,183E-01	2,939E-01	3,638E-01	4,424E-01	5,189E-01
			9,947E-03	1,233E-02	1,684E-02	5,517E-02	1,537E-01	2,404E-01	3,122E-01	3,976E-01	4,615E-01	5,486E-01
	8	1250	1,945E-02	3,155E-02	4,981E-02	9,950E-02	3,480E-01	5,341E-01	7,301E-01	7,924E-01	8,946E-01	9,603E-01
			2,190E-02	3,421E-02	5,339E-02	1,298E-01	3,971E-01	5,963E-01	7,701E-01	8,811E-01	9,522E-01	1,013E+00
			2,483E-02	3,856E-02	5,812E-02	1,675E-01	4,559E-01	6,671E-01	8,360E-01	9,457E-01	1,025E+00	1,072E+00
	10	2000	1,637E-02	2,583E-02	3,891E-02	7,853E-02	2,951E-01	5,688E-01	7,861E-01	8,698E-01	9,114E-01	9,487E-01
			1,759E-02	2,885E-02	4,087E-02	8,891E-02	3,887E-01	6,412E-01	8,158E-01	9,251E-01	1,009E+00	1,045E+00
			1,989E-02	3,116E-02	4,316E-02	1,037E-01	4,597E-01	7,112E-01	8,696E-01	9,704E-01	1,143E+00	1,135E+00
	15	3000	1,017E-02	1,606E-02	1,935E-02	2,239E-02	4,797E-02	3,735E-01	6,270E-01	8,013E-01	8,692E-01	9,544E-01
			1,115E-02	1,716E-02	2,057E-02	2,444E-02	1,075E-01	4,897E-01	7,053E-01	8,611E-01	9,599E-01	1,024E+00
			1,235E-02	1,884E-02	2,157E-02	2,626E-02	2,289E-01	6,034E-01	7,986E-01	9,691E-01	1,052E+00	1,085E+00

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 23 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best/1** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	8,658E-04	8,314E-04	1,064E-03	1,391E-03	3,795E-03	1,307E-01	8,646E-01	2,492E+00	3,242E+00	4,334E+00
			1,104E-03	1,072E-03	1,292E-03	2,033E-03	1,370E-02	6,915E-01	2,464E+00	5,119E+00	6,917E+00	9,274E+00
			1,396E-03	1,473E-03	1,728E-03	2,557E-03	4,420E-02	1,540E+00	4,051E+00	7,439E+00	1,106E+01	1,169E+01
	5	600	7,959E-04	1,032E-03	1,278E-03	2,158E-03	5,760E-03	1,836E-02	6,156E-01	1,929E+00	2,669E+00	3,311E+00
			9,948E-04	1,188E-03	1,604E-03	2,876E-03	7,846E-03	5,158E-02	1,081E+00	2,875E+00	4,852E+00	6,264E+00
			1,218E-03	1,389E-03	1,979E-03	3,622E-03	1,091E-02	2,458E-01	1,631E+00	3,741E+00	6,676E+00	9,710E+00
	8	750	3,203E-03	4,495E-03	6,951E-03	1,235E-02	2,672E-02	2,263E-01	8,869E-01	1,647E+00	2,883E+00	3,960E-01
			4,241E-03	5,549E-03	9,215E-03	1,859E-02	5,503E-02	5,707E-01	1,832E+00	3,805E+00	5,679E+00	3,406E+00
			6,080E-03	8,732E-03	1,304E-02	3,365E-02	1,467E-01	1,119E+00	2,901E+00	5,538E+00	9,320E+00	7,520E+00
	10	1000	2,813E-03	4,090E-03	6,859E-03	1,416E-02	3,271E-02	1,851E-01	8,114E-01	1,200E+00	3,385E+00	2,230E-01
			3,631E-03	7,724E-03	1,029E-02	1,919E-02	7,448E-02	3,285E-01	1,441E+00	2,522E+00	4,679E+00	2,460E+00
			6,233E-03	5,483E-02	5,719E-02	2,879E-02	2,717E-01	6,726E-01	2,107E+00	4,008E+00	6,836E+00	6,023E+00
	15	1500	1,796E-03	2,980E-03	5,100E-03	1,707E-02	2,814E-01	4,204E-01	8,042E-01	1,625E+00	2,935E+00	2,693E-01
			5,724E-03	7,287E-03	3,268E-02	1,207E-01	4,514E-01	1,050E+00	2,483E+00	3,908E+00	6,172E+00	3,559E+00
			3,846E-02	3,975E-02	1,011E-01	2,825E-01	1,169E+00	2,409E+00	3,672E+00	6,038E+00	9,807E+00	8,281E+00
DTLZ2	3	250	3,471E-03	3,598E-03	3,244E-03	3,413E-03	4,151E-03	5,297E-03	7,515E-03	1,054E-02	1,502E-02	1,886E-02
			4,144E-03	4,095E-03	3,902E-03	4,159E-03	4,817E-03	5,892E-03	8,883E-03	1,276E-02	1,784E-02	2,217E-02
			4,977E-03	4,807E-03	4,912E-03	4,992E-03	5,866E-03	6,589E-03	1,113E-02	1,387E-02	2,089E-02	2,698E-02
	5	350	5,656E-03	6,225E-03	7,796E-03	1,032E-02	1,811E-02	2,939E-02	4,385E-02	6,142E-02	7,934E-02	1,029E-01
			6,261E-03	7,224E-03	8,721E-03	1,178E-02	1,910E-02	3,235E-02	5,004E-02	6,850E-02	8,661E-02	1,141E-01
			7,282E-03	8,059E-03	9,375E-03	1,325E-02	2,224E-02	3,653E-02	5,608E-02	7,643E-02	9,347E-02	1,298E-01
	8	500	8,876E-03	1,332E-02	2,221E-02	4,185E-02	7,850E-02	1,226E-01	1,940E-01	2,800E-01	3,620E-01	4,371E-01
			1,077E-02	1,538E-02	2,500E-02	4,626E-02	9,156E-02	1,506E-01	2,211E-01	3,083E-01	3,977E-01	4,846E-01
			1,265E-02	1,857E-02	2,817E-02	5,268E-02	1,090E-01	1,830E-01	2,631E-01	3,388E-01	4,314E-01	5,293E-01
	10	750	8,436E-03	1,361E-02	2,358E-02	4,986E-02	1,119E-01	1,706E-01	2,658E-01	3,366E-01	4,328E-01	4,829E-01
			8,925E-03	1,444E-02	2,527E-02	5,640E-02	1,272E-01	2,081E-01	3,013E-01	3,763E-01	4,557E-01	5,227E-01
			9,819E-03	1,525E-02	2,751E-02	6,479E-02	1,479E-01	2,535E-01	3,254E-01	4,151E-01	4,815E-01	5,534E-01
	15	1000	4,829E-03	9,271E-03	1,548E-02	6,921E-02	2,102E-01	3,261E-01	4,077E-01	5,543E-01	6,164E-01	6,963E-01
			5,745E-03	9,896E-03	1,883E-02	9,271E-02	2,456E-01	3,874E-01	4,814E-01	5,903E-01	6,572E-01	7,698E-01
			6,274E-03	1,065E-02	2,216E-02	1,380E-01	2,983E-01	4,617E-01	5,297E-01	6,588E-01	6,936E-01	8,311E-01
DTLZ3	3	1000	2,423E-03	2,533E-03	3,480E-03	6,461E-03	1,879E+01	3,211E+01	6,012E+01	8,511E+01	7,408E+01	3,433E+01
			2,992E-03	3,055E-03	5,320E-03	5,999E+00	3,094E+01	6,066E+01	8,498E+01	1,029E+02	1,115E+02	8,001E+01
			3,548E-03	4,233E-03	1,021E-02	1,466E+01	4,078E+01	7,156E+01	9,949E+01	1,213E+02	1,276E+02	1,262E+02
	5	1000	5,350E-03	8,033E-03	2,275E-02	7,957E+00	2,953E+01	5,332E+01	6,986E+01	9,424E+01	1,103E+02	5,980E+00
			6,055E-03	9,453E-03	4,813E-01	1,810E+01	5,222E+01	7,116E+01	1,031E+02	1,178E+02	1,313E+02	3,955E+01
			7,374E-03	1,259E-02	5,825E+00	3,147E+01	6,662E+01	8,599E+01	1,268E+02	1,381E+02	1,475E+02	8,682E+01
	8	1000	1,744E-02	6,988E-02	4,539E+00	4,143E+01	5,233E+01	7,704E+01	1,027E+02	1,177E+02	1,221E+02	1,044E+00
			2,248E-02	1,124E+00	1,706E+01	5,966E+01	8,368E+01	1,100E+02	1,303E+02	1,435E+02	1,592E+02	2,836E+01
			3,098E-02	5,557E+00	3,303E+01	8,078E+01	1,044E+02	1,308E+02	1,542E+02	1,680E+02	1,858E+02	7,289E+01
	10	1500	9,297E-03	2,237E-02	7,059E-01	1,265E+01	5,772E+01	8,708E+01	8,560E+01	9,831E+01	1,173E+02	1,065E+00
			1,076E-02	3,243E-02	6,414E+00	3,658E+01	7,316E+01	1,044E+02	1,185E+02	1,364E+02	1,481E+02	2,537E+01
			1,309E-02	4,890E-02	1,483E+01	5,770E+01	9,273E+01	1,269E+02	1,354E+02	1,534E+02	1,676E+02	9,820E+01
	15	2000	5,650E-03	2,201E-02	8,097E-01	2,213E+01	7,596E+01	1,071E+02	1,332E+02	1,124E+02	1,574E+02	3,253E+01
			8,009E-03	2,379E-01	1,194E+01	7,227E+01	1,055E+02	1,374E+02	1,518E+02	1,600E+02	1,766E+02	6,209E+01
			1,789E-02	7,318E-01	3,054E+01	1,015E+02	1,417E+02	1,674E+02	1,845E+02	1,953E+02	2,036E+02	1,401E+02
DTLZ4	3	600	3,332E-03	2,978E-03	2,849E-03	2,361E-03	2,957E-03	3,003E-03	3,925E-03	6,700E-03	1,208E-02	2,308E-02
			3,999E-03	3,722E-03	3,317E-03	3,226E-03	3,398E-03	3,660E-03	4,649E-03	7,756E-03	1,598E-02	2,835E-02
			4,738E-03	4,397E-03	3,864E-03	3,766E-03	3,711E-03	4,101E-03	6,402E-03	9,252E-03	2,005E-02	3,733E-02
	5	1000	7,552E-03	7,199E-03	8,253E-03	8,541E-03	1,070E-02	1,391E-02	2,140E-02	5,174E-02	9,690E-02	1,799E-01
			8,644E-03	8,198E-03	9,130E-03	9,843E-03	1,162E-02	1,496E-02	2,500E-02	5,992E-02	1,181E-01	1,975E-01
			9,426E-03	9,900E-03	1,041E-02	1,111E-02	1,256E-02	1,688E-02	2,933E-02	7,435E-02	1,395E-01	2,237E-01
	8	1250	1,956E-02	2,558E-02	3,079E-02	3,990E-02	4,805E-02	5,553E-02	6,864E-02	1,395E-01	2,955E-01	5,347E-01
			2,246E-02	2,815E-02	3,421E-02	4,294E-02	4,994E-02	5,888E-02	7,781E-02	1,692E-01	3,922E-01	5,796E-01
			2,570E-02	3,153E-02	3,719E-02	4,524E-02	5,265E-02	6,391E-02	9,375E-02	2,133E-01	4,458E-01	6,389E-01
	10	2000	1,782E-02	2,450E-02	2,990E-02	3,798E-02	4,250E-02	4,874E-02	5,707E-02	1,341E-01	3,846E-01	5,902E-01
			1,918E-02	2,634E-02	3,304E-02	3,913E-02	4,426E-02	4,998E-02	6,060E-02	1,619E-01	4,190E-01	6,256E-01
			2,146E-02	2,845E-02	3,518E-02	4,114E-02	4,562E-02	5,222E-02	6,422E-02	2,002E-01	4,504E-01	6,580E-01
	15	3000	1,068E-02	1,455E-02	1,727E-02	1,893E-02	2,213E-02	2,339E-02	2,531E-02	2,611E-02	3,554E-02	5,043E-01
			1,175E-02	1,578E-02	1,827E-02	2,035E-02	2,289E-02	2,442E-02	2,611E-02	2,750E-02	4,792E-02	5,552E-01
			1,361E-02	1,722E-02	1,946E-02	2,102E-02	2,365E-02	2,529E-02	2,743E-02	3,118E-02	7,436E-02	6,098E-01

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 24 – Menor, médio e maior valor de IGD de 20 execuções independentes do NSGA-III-DE para a variante de mutação **rand-to-best/2** considerando diferentes valores de CR, com $F = \{0,1, 0,5\}$.

Prob.	M	Max.G.	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
DTLZ1	3	400	8,009E-04	9,699E-04	1,182E-03	1,908E-03	7,702E-03	8,133E-01	1,722E+00	2,561E+00	4,404E+00	4,758E+00
			1,138E-03	1,209E-03	1,624E-03	3,849E-03	2,052E-01	1,600E+00	3,077E+00	5,908E+00	8,534E+00	1,063E+01
			1,464E-03	1,568E-03	2,385E-03	5,789E-03	8,670E-01	2,720E+00	4,785E+00	8,166E+00	1,298E+01	1,414E+01
	5	600	1,087E-03	1,241E-03	1,513E-03	3,319E-03	9,710E-03	2,214E-01	8,947E-01	1,895E+00	1,873E+00	3,247E+00
			1,249E-03	1,422E-03	2,016E-03	4,199E-03	1,358E-02	4,445E-01	1,837E+00	3,074E+00	5,318E+00	7,056E+00
			1,520E-03	1,927E-03	2,334E-03	5,906E-03	1,788E-02	7,343E-01	2,480E+00	4,846E+00	9,508E+00	1,110E+01
	8	750	3,579E-03	4,526E-03	8,369E-03	1,658E-02	5,635E-02	4,683E-01	9,699E-01	1,927E+00	2,749E+00	3,907E-01
			4,431E-03	5,572E-03	1,061E-02	2,373E-02	1,705E-01	9,226E-01	2,229E+00	4,390E+00	6,760E+00	4,382E+00
			5,514E-03	6,293E-03	1,426E-02	3,291E-02	4,574E-01	1,706E+00	3,729E+00	7,780E+00	1,007E+01	8,115E+00
	10	1000	2,994E-03	4,362E-03	7,029E-02	1,679E-02	5,006E-02	2,843E-01	5,469E-01	1,656E+00	3,163E+00	3,273E-01
			3,355E-03	5,037E-03	9,405E-03	2,171E-02	7,172E-02	4,911E-01	1,635E+00	3,423E+00	5,632E+00	4,892E+00
			3,751E-03	5,950E-03	1,238E-02	3,360E-02	1,881E-01	7,031E-01	2,726E+00	5,366E+00	8,223E+00	8,200E+00
	15	1500	1,988E-03	2,984E-03	6,053E-03	4,346E-02	2,857E-01	6,474E-01	8,162E-01	3,120E+00	2,837E+00	4,226E-01
			5,787E-03	1,337E-02	1,871E-02	1,700E-01	5,080E-01	1,262E+00	2,595E+00	6,171E+00	7,280E+00	5,215E+00
			3,818E-02	4,083E-02	5,849E-02	2,838E-01	1,012E+00	2,050E+00	4,680E+00	8,198E+00	1,068E+01	8,817E+00
DTLZ2	3	250	3,628E-03	3,817E-03	3,780E-03	3,874E-03	5,014E-03	7,270E-03	9,820E-03	1,603E-02	1,824E-02	2,569E-02
			4,263E-03	4,128E-03	4,203E-03	4,717E-03	5,845E-03	8,088E-03	1,161E-02	1,838E-02	2,309E-02	2,999E-02
			4,863E-03	4,568E-03	4,924E-03	5,521E-03	7,023E-03	9,182E-03	1,320E-02	2,316E-02	3,062E-02	3,374E-02
	5	350	5,860E-03	7,164E-03	8,464E-03	1,191E-02	2,240E-02	3,646E-02	5,754E-02	7,409E-02	1,020E-01	1,253E-01
			6,370E-03	7,569E-03	9,547E-03	1,390E-02	2,486E-02	4,246E-02	6,304E-02	8,380E-02	1,095E-01	1,401E-01
			6,974E-03	8,056E-03	1,147E-02	1,553E-02	2,696E-02	4,788E-02	7,115E-02	9,078E-02	1,214E-01	1,535E-01
	8	500	9,968E-03	1,489E-02	2,627E-02	4,600E-02	9,860E-02	1,607E-01	2,312E-01	3,038E-01	4,062E-01	4,438E-01
			1,129E-02	1,676E-02	2,934E-02	5,729E-02	1,131E-01	1,806E-01	2,711E-01	3,521E-01	4,388E-01	5,026E-01
			1,288E-02	1,805E-02	3,354E-02	6,626E-02	1,348E-01	2,065E-01	3,062E-01	4,081E-01	4,751E-01	5,477E-01
	10	750	8,721E-03	1,486E-02	2,787E-02	6,603E-02	1,370E-01	2,348E-01	3,226E-01	4,047E-01	4,631E-01	5,128E-01
			9,367E-03	1,575E-02	2,964E-02	7,130E-02	1,542E-01	2,573E-01	3,476E-01	4,351E-01	4,994E-01	5,517E-01
			1,022E-02	1,698E-02	3,184E-02	7,831E-02	1,775E-01	2,888E-01	3,739E-01	4,662E-01	5,337E-01	5,933E-01
	15	1000	5,047E-03	9,558E-03	2,253E-02	1,041E-01	2,913E-01	4,133E-01	5,560E-01	6,582E-01	7,108E-01	7,690E-01
			6,158E-03	1,075E-02	2,724E-02	1,380E-01	3,443E-01	4,967E-01	6,010E-01	6,901E-01	7,528E-01	8,107E-01
			7,556E-03	1,185E-02	3,398E-02	1,788E-01	4,132E-01	5,443E-01	6,708E-01	7,308E-01	7,982E-01	8,742E-01
DTLZ3	3	1000	2,600E-03	3,162E-03	6,239E-03	9,703E+00	3,003E+01	3,892E+01	6,373E+01	6,538E+01	1,005E+02	5,352E+01
			3,098E-03	4,000E-03	3,224E-01	1,847E+01	4,567E+01	6,741E+01	9,091E+01	1,097E+02	1,185E+02	9,246E+01
			3,954E-03	4,890E-03	3,499E+00	2,830E+01	5,524E+01	8,606E+01	1,149E+02	1,295E+02	1,425E+02	1,222E+02
	5	1000	5,845E-03	8,980E-03	7,112E-01	1,536E+01	3,906E+01	6,288E+01	9,499E+01	9,594E+01	9,396E+01	2,264E+01
			6,590E-03	1,271E-02	4,254E+00	2,558E+01	5,875E+01	8,714E+01	1,114E+02	1,273E+02	1,339E+02	4,976E+01
			7,605E-03	1,761E-02	7,607E+00	3,470E+01	7,066E+01	1,053E+02	1,248E+02	1,402E+02	1,567E+02	1,017E+02
	8	1000	2,061E-02	2,015E-01	1,485E+01	4,247E+01	5,437E+01	9,759E+01	1,106E+02	1,178E+02	1,270E+02	1,111E+01
			2,946E-02	3,305E+00	2,962E+01	6,424E+01	9,442E+01	1,219E+02	1,433E+02	1,528E+02	1,625E+02	3,891E+01
			4,616E-02	1,145E+01	4,540E+01	8,983E+01	1,264E+02	1,436E+02	1,596E+02	1,762E+02	1,900E+02	9,863E+01
	10	1500	1,044E-02	3,709E-02	8,184E+00	3,165E+01	7,221E+01	9,774E+01	1,213E+02	1,222E+02	1,420E+02	1,649E+01
			1,248E-02	7,818E-02	1,406E+01	5,109E+01	9,078E+01	1,188E+02	1,356E+02	1,471E+02	1,582E+02	3,917E+01
			1,507E-02	2,165E-01	2,654E+01	7,207E+01	1,111E+02	1,357E+02	1,484E+02	1,712E+02	1,760E+02	1,582E+02
	15	2000	6,320E-03	1,030E-01	9,202E+00	4,911E+01	7,826E+01	1,244E+02	1,108E+02	1,461E+02	1,442E+02	2,395E+01
			9,391E-03	1,097E+00	3,484E+01	8,932E+01	1,200E+02	1,523E+02	1,570E+02	1,737E+02	1,700E+02	8,502E+01
			1,717E-02	4,334E+00	5,993E+01	1,105E+02	1,637E+02	1,760E+02	1,860E+02	1,926E+02	1,977E+02	1,906E+02
DTLZ4	3	600	3,945E-03	3,137E-03	3,646E-03	3,565E-03	3,730E-03	4,337E-03	6,001E-03	1,162E-02	2,263E-02	4,466E-02
			4,499E-03	4,305E-03	4,204E-03	4,123E-03	4,262E-03	4,985E-03	7,170E-03	1,466E-02	2,978E-02	4,969E-02
			5,102E-03	5,280E-03	4,992E-03	4,839E-03	5,172E-03	6,282E-03	9,204E-03	1,883E-02	3,800E-02	5,708E-02
	5	1000	8,443E-03	9,862E-03	1,027E-02	1,088E-02	1,395E-02	1,794E-02	3,371E-02	8,572E-02	1,364E-01	2,170E-01
			1,020E-02	1,071E-02	1,164E-02	1,310E-02	1,585E-02	2,053E-02	4,066E-02	9,767E-02	1,647E-01	2,291E-01
			1,148E-02	1,163E-02	1,275E-02	1,454E-02	1,821E-02	2,339E-02	4,475E-02	1,137E-01	1,875E-01	2,465E-01
	8	1250	2,179E-02	2,623E-02	3,574E-02	4,448E-02	5,144E-02	6,097E-02	8,967E-02	2,291E-01	4,405E-01	5,932E-01
			2,535E-02	3,194E-02	3,881E-02	4,619E-02	5,382E-02	6,531E-02	1,049E-01	2,856E-01	5,021E-01	6,378E-01
			2,905E-02	3,499E-02	4,207E-02	4,877E-02	5,657E-02	7,650E-02	1,228E-01	3,245E-01	5,666E-01	6,753E-01
	10	2000	1,872E-02	2,740E-02	3,434E-02	3,976E-02	4,580E-02	5,157E-02	7,011E-02	2,533E-01	4,903E-01	6,468E-01
			2,158E-02	2,866E-02	3,557E-02	4,128E-02	4,700E-02	5,349E-02	7,649E-02	2,943E-01	5,406E-01	6,802E-01
			2,290E-02	3,040E-02	3,668E-02	4,269E-02	4,866E-02	5,668E-02	8,537E-02	3,289E-01	5,712E-01	7,090E-01
	15	3000	1,094E-02	1,589E-02	1,739E-02	1,923E-02	2,170E-02	2,362E-02	2,473E-02	2,729E-02	1,134E-01	5,712E-01
			1,264E-02	1,661E-02	1,868E-02	2,111E-02	2,305E-02	2,503E-02	2,690E-02	3,233E-02	1,920E-01	6,115E-01
			1,389E-02	1,819E-02	2,002E-02	2,218E-02	2,420E-02	2,708E-02	3,010E-02	6,231E-02	2,771E-01	6,676E-01

Fonte: Elaborado pelo autor